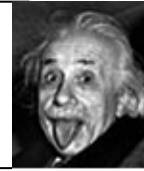




Las fuerza y el movimiento



1. FUERZA.

1.1. DEFINICIÓN. UNIDAD

Es toda causa capaz de alterar el estado de reposo o de movimiento de los cuerpos, o de producir deformaciones en ellos.

Así, decimos que si una locomotora ejerce una fuerza sobre un vagón parado, *lo pone en movimiento*, y si cogemos un globo y lo apretamos con las manos ejercemos una fuerza que *deforma* el globo momentáneamente.

En el S.I. utilizaremos como unidad de fuerza el *Newton, N*

1.2. CLASES DE FUERZAS.

Las fuerzas, *según su forma de actuación*, se dividen en:

a) **Fuerzas de contacto:** *Son aquellas que para ser ejercidas se requiere que haya contacto entre los cuerpos.* Ej. La fuerza ejercida por una grúa sobre un cuerpo, la ejercida por un muelle estirado o comprimido sobre un cuerpo, etc.

b) **Fuerzas de acción a distancia:** *Son aquellas que tienen lugar entre dos cuerpos sin necesidad de que haya contacto entre ellos.* Ej. La fuerza con la que la Tierra atrae a los cuerpos (*peso*), la fuerza de atracción o repulsión entre dos imanes, etc.

1.3. COMPOSICIÓN DE FUERZAS.

1.3.1. FUERZA RESULTANTE DE UN SISTEMA DE FUERZAS.

La fuerza es una magnitud vectorial, es decir, para ser determinada es preciso especificar su valor (*módulo*), *dirección* y *sentido*. Por este motivo las fuerzas se representan por **vectores**.

Llamamos **sistema de fuerzas** al conjunto de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo determinado.

Entendemos por **fuerza resultante** a aquella que produce sobre un cuerpo dado el mismo efecto que todo el sistema de fuerzas que actúa sobre él.

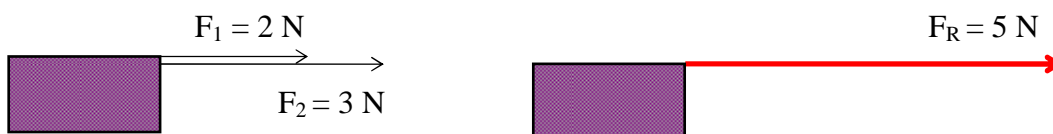
Si las fuerzas se compensan, la fuerza resultante es nula, lo que representa una primera condición para que el cuerpo esté en equilibrio. *Si, por el contrario, dicha resultante no es nula, ya no es posible el estado de equilibrio.*

1.3.2. COMPOSICIÓN DE FUERZAS DE UN SISTEMA.

1.3.2.1 FUERZAS EN LA MISMA DIRECCIÓN.

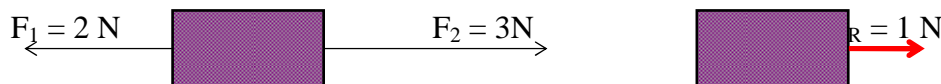
1.3.2.1.1. FUERZAS EN EL MISMO SENTIDO.

La *fuerza resultante* posee las siguientes características: a) *Módulo*: La suma de los módulos de las fuerzas del sistema. b) *Dirección*: La de las fuerzas del sistema. c) *Sentido*: El de las fuerzas del sistema.



1.3.2.1.2. FUERZAS EN SENTIDO CONTRARIO.

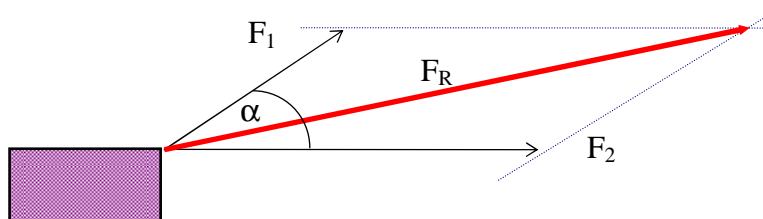
La *fuerza resultante* posee las siguientes características: a) *Módulo*: La diferencia de los módulos de las fuerzas del sistema. b) *Dirección*: La de las fuerzas del sistema. c) *Sentido*: El de la fuerza de mayor módulo.



1.3.2.2. FUERZAS EN DISTINTA DIRECCIÓN.

En este caso, la *fuerza resultante* ya no tendrá la misma dirección y sentido que las fuerzas que componen el sistema.

Para hallar el módulo, dirección y sentido de la fuerza resultante, hemos de aplicar el *método del paralelogramo*. Este método se basa en trazar rectas paralelas a las fuerzas del sistema por sus extremos, de tal modo que estas rectas intersecten en un punto; la fuerza resultante será aquella que parte del origen común de las fuerzas y termina en el punto de intersección anteriormente citado.

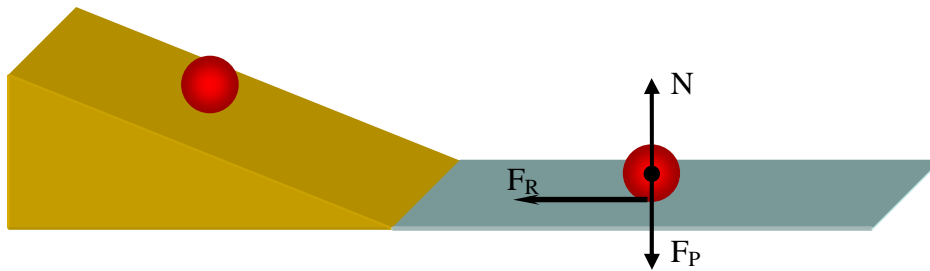


2. LEYES DE NEWTON.

2.1. PRIMERA LEY DE NEWTON O PRINCIPIO DE INERCIA.

“Si la resultante de las fuerzas que actúa sobre un cuerpo es nula, éste permanece en estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme”.

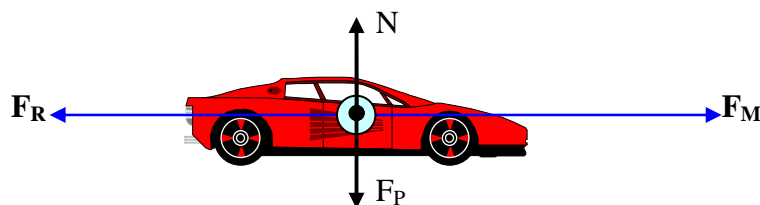
Analicemos que ocurre cuando una esfera, que ha adquirido cierta velocidad al caer por un plano inclinado, la dejamos rodar por una superficie horizontal. Observaremos como *al cabo de cierto tiempo se detiene*. A priori, *podríamos erróneamente pensar que los cuerpos tienden a estar en reposo*, y por lo tanto afirmar que el principio de inercia es falso, pues este principio asegura que la esfera mantendría su velocidad constante indefinidamente. Sin embargo, no estamos considerando la **fuerza de rozamiento** que actúa entre la superficie y el cuerpo y que *se opone al movimiento*, es decir, lo frena. Entonces, *la fuerza que actúa sobre el cuerpo no es cero, y no podemos aplicarle el principio de inercia*.



Si analizamos la anterior experiencia con *varios tipos de superficies*, cada una más pulida que las anteriores, las distancias recorridas por la esfera serían cada vez mayores. *Con una superficie perfectamente pulida el rozamiento sería nulo y la esfera nunca se pararía, manteniendo su velocidad inicial constante*, lo cuál está plenamente de acuerdo con el *principio de inercia*. Es decir, sobre la esfera la fuerza resultante es cero está permanecerá con la velocidad con la que salió del plano inclinado.

Nota: El peso, F_P , se contrarresta con la fuerza con la que el plano horizontal ejerce sobre la esfera hacia arriba (fuerza normal, N), originando una fuerza resultante nula.

Sobre un *coche en movimiento rectilíneo* actúa una fuerza de propulsión del motor y otra fuerza contraria a ésta, que es la fuerza de rozamiento del coche con la carretera y el aire.



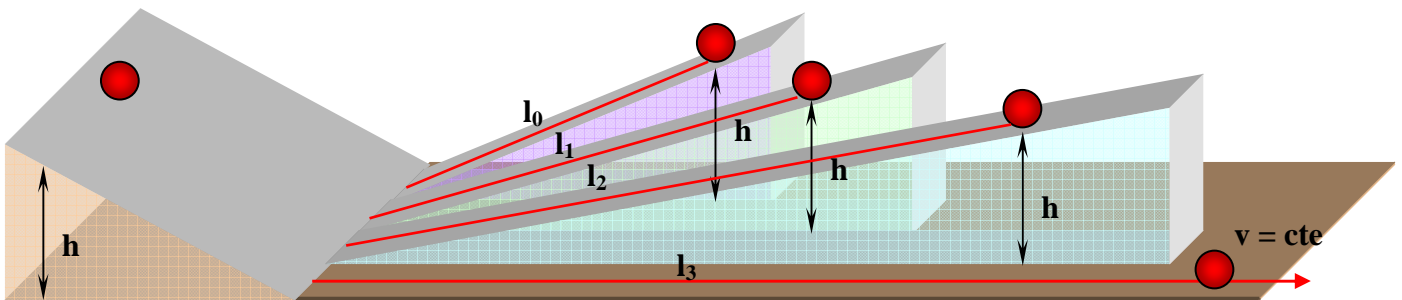
Según el módulo de estas fuerzas podemos tener los siguientes casos :

a) $F_M > F_R \Rightarrow$ El coche acelerará aumentando su velocidad.

b) $F_M < F_R \Rightarrow$ El coche frenará disminuyendo su velocidad hasta que se anule.

c) $F_M = F_R \Rightarrow$ La fuerza resultante será nula y el coche conservará su velocidad constante. Lo cuál esta plenamente de acuerdo con el **principio de inercia**.

El **principio de inercia** ya había sido descubierto por **Galileo** estudiando el movimiento de caída, desde cierta altura, de una esfera por un plano inclinado ascendiendo ésta por otro plano inclinado. La altura a la que llegaba la esfera en el segundo plano inclinado era casi igual a la altura inicial desde la que caía en el primer plano inclinado. **Galileo** atribuyó la pequeña diferencia al rozamiento, llegando a afirmar que si no existiese tal rozamiento la altura final sería igual a la altura inicial. Si se va disminuyendo la inclinación del segundo plano, la esfera ha de recorrer una distancia mayor para alcanzar la misma altura, y en el caso límite de que el plano fuese horizontal, la esfera no se detendría nunca, pues nunca lograría alcanzar la altura primitiva. Por lo tanto la esfera permanecería con **movimiento rectilíneo uniforme** indefinidamente.



2.2. SEGUNDA LEY DE NEWTON O PRINCIPIO FUNDAMENTAL DE LA DINÁMICA.

Únicamente se puede alterar el estado de movimiento de una partícula por medio de una fuerza. Si, por ejemplo, un coche desea adelantar a otro, deberá acelerar (por medio de una fuerza ejercida por el motor). Ahora bien, podemos preguntarnos: ¿Qué clase de relación existe entre la fuerza ejercida y la aceleración producida?.

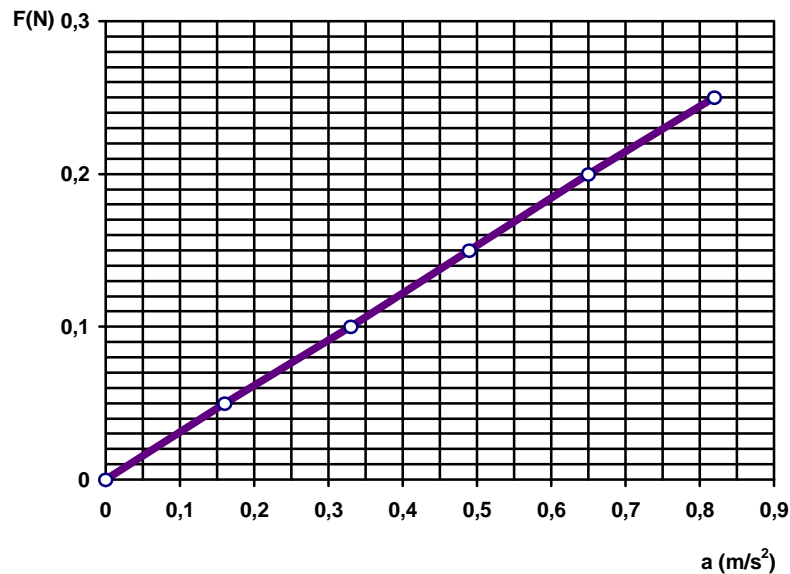
Si sobre una *superficie horizontal pulimentada* colocamos un cuerpo determinado de masa m y le aplicamos *fuerzas* paralelas a la superficie sucesivamente mayores, las *aceleraciones* del cuerpo también van a ser gradualmente crecientes.



Si analizamos los datos de la *fuerza aplicada frente a la aceleración experimentada* para un cuerpo determinado, podríamos llegar a los datos siguientes:

Fuerza (N)	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25
Aceleración (m/s²)	0,16	0,33	0,49	0,65	0,82

Si representamos la fuerza aplicada frente a la aceleración experimentada por el cuerpo llegaríamos a una *recta que pasa por el origen de coordenadas*:



Lo cual quiere decir que *la fuerza y la aceleración están relacionadas linealmente*, o sea: $F = k \cdot a$. Si hallamos la pendiente de la recta llegaríamos a la conclusión de que coincide con la masa del objeto:

$$k = \frac{F_2 - F_1}{a_2 - a_1} = 3,3 \text{ kg}$$

Por ello, podemos concluir que *la fuerza aplicada sobre el cuerpo es igual a la masa por la aceleración*:

$$F = m \cdot a$$

donde F debe entenderse como la *fuerza resultante que actúa sobre el cuerpo*.

Esta ecuación constituye la expresión matemática del **principio fundamental de la dinámica**, uno de cuyos enunciados podría ser el siguiente: “*La resultante de todas las fuerzas que actúa sobre un cuerpo es igual al producto de la masa del cuerpo por la aceleración que dicha fuerza le comunicó*”.

La fuerza es la única causa de que exista aceleración en un cuerpo. Si la fuerza resultante es nula, no habrá aceleración, y si no hay aceleración el cuerpo, o bien se mantiene en reposo (si ese era su estado), o bien persevera en un movimiento rectilíneo y uniforme. Visto matemáticamente:

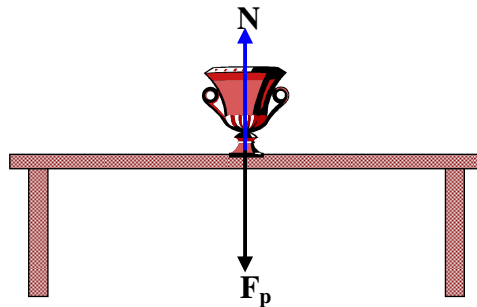
$$F = m \cdot a \xrightarrow{\text{Si la fuerza neta es cero}(F=0)} a = \frac{F}{m} = \frac{0}{m} = 0 \rightarrow \begin{cases} v = 0 \\ v = \text{cte.} \rightarrow M.R.U \end{cases}$$

Por lo tanto, *el Principio de Inercia no es más que un caso particular del Principio Fundamental de la Dinámica.*

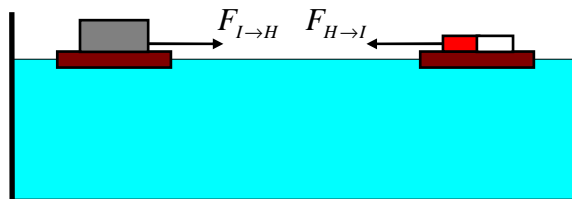
2.3. TERCERA LEY DE NEWTON O PRINCIPIO DE ACCIÓN Y REACCIÓN.

Este principio afirma que “*Si un cuerpo A ejerce una fuerza sobre un cuerpo B, el cuerpo B ejerce otra fuerza sobre el cuerpo A de igual módulo y dirección, pero en sentido contrario*”. Veamos un ejemplo:

a) Un **cuerpo sobre una mesa** ejerce sobre ésta una *fuerza debida a su propio peso*, como consecuencia, *la mesa reacciona ejerciendo sobre el cuerpo otra fuerza igual, en la misma dirección, pero de sentido contrario.*

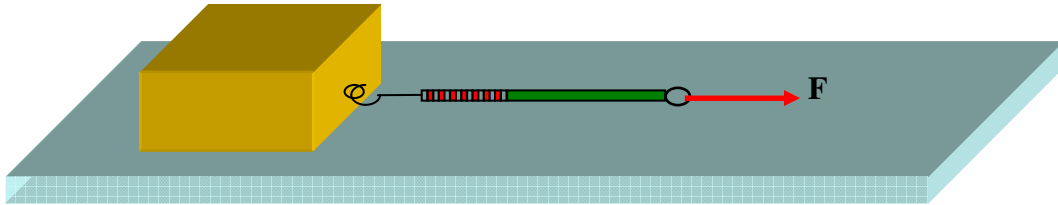


b) Si sobre **dos plataformas de corcho** que flotan en agua, se colocan en una un imán y en otra un trozo de hierro, se van atraer mutuamente con *dos fuerzas iguales en módulo y en dirección pero de sentido contrario*. Si la pieza de hierro es doble que la del imán la *aceleración de la pieza de hierro es la mitad que la del imán.*



3. FUERZA DE ROZAMIENTO.

Ya hemos visto, al formular el *principio de inercia*, que debía existir una fuerza que se opone al movimiento de un cuerpo. Consideremos la experiencia de tirar de un cuerpo apoyado en una superficie horizontal mediante una fuerza paralela a éste, intercalando previamente un dinamómetro:



Antes de tirar del cuerpo, éste está en reposo, por lo que la resultante de las fuerzas que actúan sobre él es nula. Si tiramos del cuerpo con una fuerza progresivamente mayor, observaremos que inicialmente el cuerpo sigue en reposo, por lo que debe existir una fuerza que compense a la fuerza que nosotros estamos ejerciendo. A dicha fuerza le denominamos **fuerza de rozamiento**. Cuando el cuerpo no se mueve, esta fuerza es variable, en el sentido de que la fuerza de rozamiento compensa en todo momento a la fuerza gradualmente mayor que estamos ejerciendo sobre el cuerpo.

Pero llega un momento en que el cuerpo comienza a moverse. Lo cual indica que existe un valor máximo de la fuerza de rozamiento que se ejerce entre la superficie del cuerpo y la superficie sobre la cual se apoya. Justo en el momento en el que el cuerpo comienza a moverse el dinamómetro alcanza el valor máximo. Si continuamos tirando tratando que el cuerpo se mueva con movimiento rectilíneo y uniforme, observaremos que la fuerza necesaria para mantener la velocidad constante resulta ser ligeramente menor que la necesaria para iniciar el movimiento del cuerpo.

Si repetimos la experiencia, apoyando el cuerpo sobre otra de sus caras, obtendremos los mismos resultados independientemente del valor de la superficie de la cara en cuestión (siempre que las caras tengan el mismo tipo de irregularidades en su superficie). Repitiendo la experiencia con cuerpos de diferente masa y diferentes materiales llegaríamos a los siguientes **resultados**:

a) La fuerza de rozamiento es independiente del valor de la superficie de contacto entre el cuerpo y la superficie, pero si depende de la naturaleza del material.

b) El valor de la fuerza de rozamiento que se ejerce entre el cuerpo y el plano sobre el que se apoya es directamente proporcional a la fuerza de reacción normal del plano sobre el que se desliza el cuerpo.

$$F_R = \mu \cdot N$$

En esta expresión, μ es un coeficiente que depende de la naturaleza de las superficies puestas en contacto. Se denomina **coeficiente de rozamiento**.

4 LEY DE HOOKE. MEDIDA DE FUERZAS: DINAMÓMETROS. (PRÁCTICA).

4.1. OBJETIVO.

Muchos cuerpos tienen la propiedad de ser elásticos. *La elasticidad es una propiedad que presentan aquellos cuerpos que se deforman al ser sometidos a la acción de una fuerza, recuperando su tamaño original cuando cesa la fuerza.*

El objetivo de esta práctica es estudiar la *relación que existe entre la fuerza deformadora y el alargamiento que experimenta un muelle el resorte.*

Trabajaremos con un *muelle virtual azul*. El programa se puede descargar de la página: <http://sites.saintmarys.edu/~rtarara/DOWNLOADS.html>

4.2. PROCEDIMIENTO.

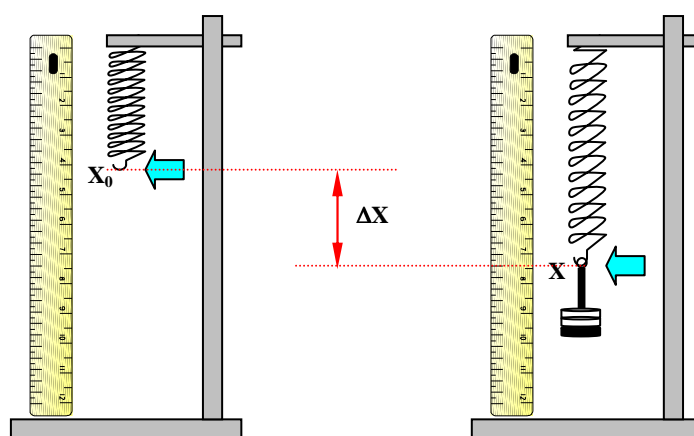
Se suspende el muelle de uno de sus extremos. *Anotamos la posición inicial en la que queda el extremo del muelle.* De este modo *fijamos una referencia para conocer luego lo que se ha alargado el muelle.*

Posición inicial, X_0 , (cm)	
--------------------------------	--

Se cuelga del otro extremo el portapesas. Se colocan gradualmente las *diferentes masas en el portapesas*, anotando las *diferentes posiciones en las que va quedando el extremo del muelle*, de manera que:

a) *Restando cada posición a la posición inicial iremos calculando los diferentes alargamientos.* $\Delta X = X - X_0$.

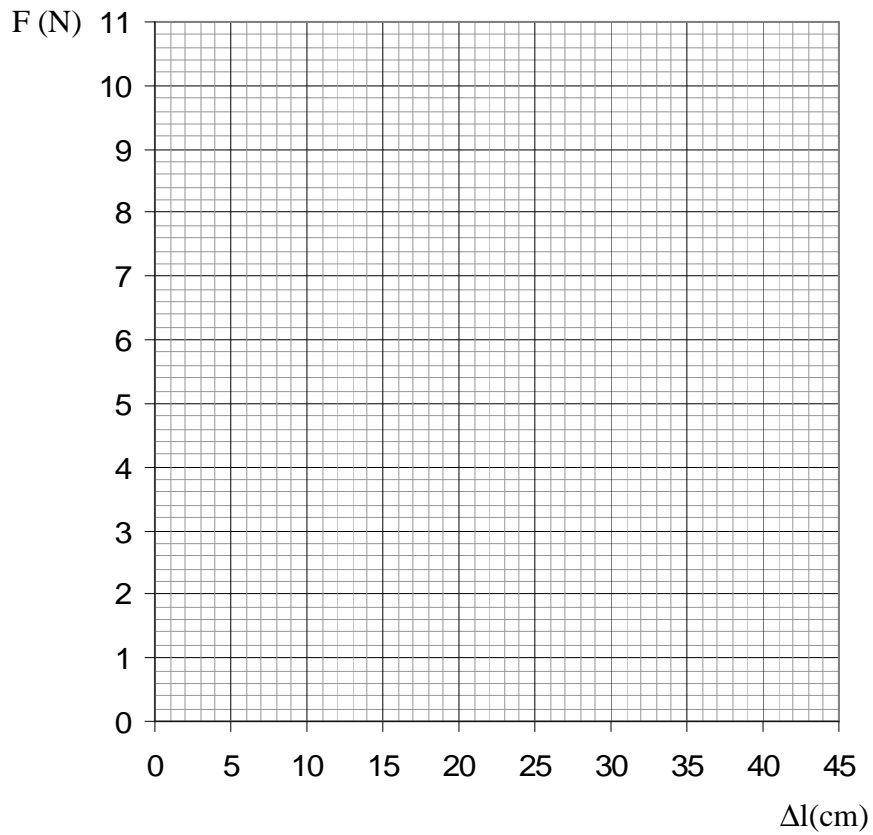
b) *El peso de cada masa es la fuerza deformadora, por lo que dichas fuerzas se calcularán como:* $F = P = m \cdot g$.



1. Completa a seguinte *táboa*:

<i>Exp</i>	<i>m (kg)</i>	<i>F (N)</i>	<i>l (cm)</i>	<i>Δl (cm)</i>	<i>k = F/ Δl (N/cm)</i>
1					
2					
3					
4					
5					

$k_m =$



II. Calcula k , ahora gráficamente (a partir de la *pendiente, m*, de la gráfica $F/\Delta l$).

$k =$

1. ¿Qué clase de gráfica obtienes?

2. *¿Qué conclusiones extraes?*

3. *Determine gráficamente y numéricamente: a) Masa necesaria para un alargamiento de 8 cm. b) Alargamiento producido con una masa de 70 g.*

Un aparato que se basa en la ley de Hooke es el dinamómetro. El **dinamómetro** sirve para medir fuerzas (entre ellas el peso). Suelen consistir en un *resorte de acero* colocado de forma que se pueda medir en una escala la fuerza que se ejerce sobre un resorte o muelle.

EJERCICIOS.

1. Sobre un *muelle* de constante elástica 20 N/cm se ejerce una fuerza de 40 N . Si la longitud inicial es de 28 cm , ¿cuál será la *longitud final*? **Resp.: 30 cm**

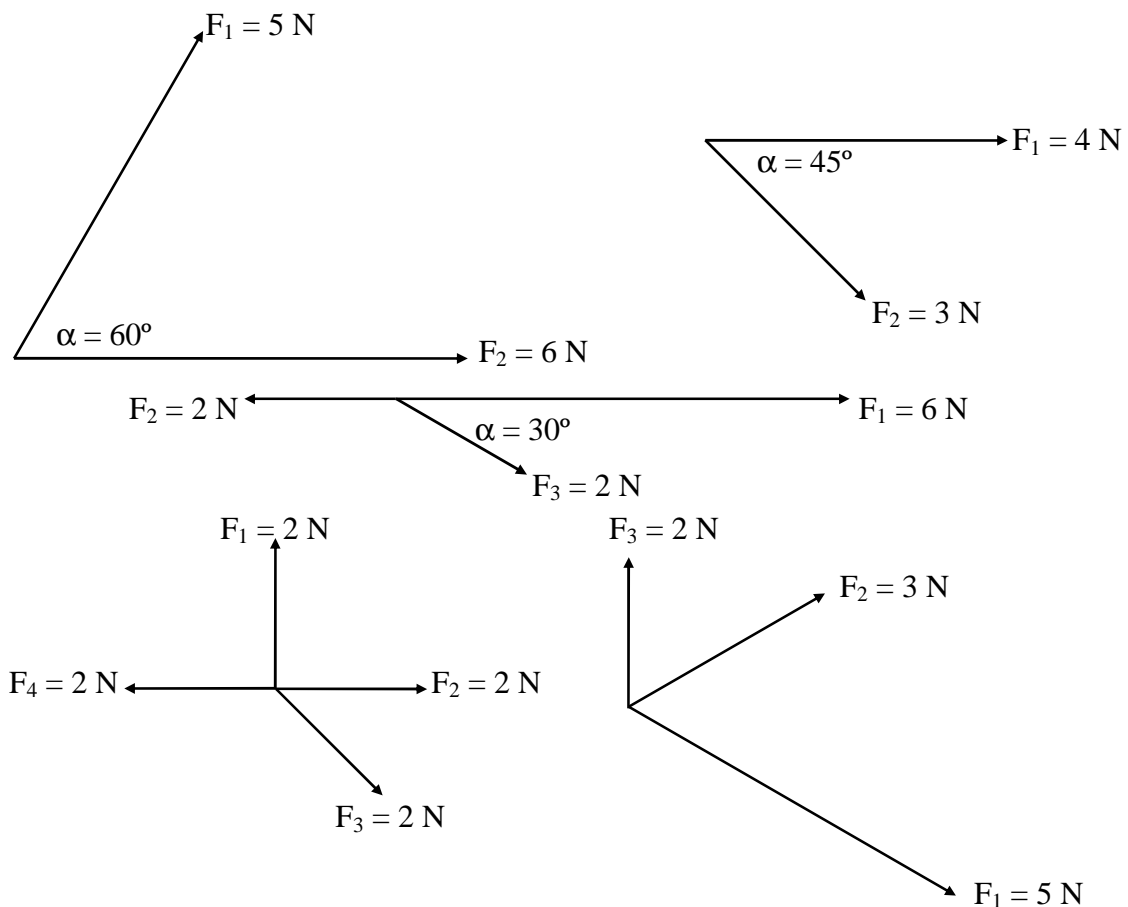
2. Un *muelle* mide $0,4 \text{ m}$ cuando se le ejerce una fuerza de 60 N y $0,42 \text{ m}$ cuando se le aplica 84 N . ¿Cuál es la *longitud inicial* del muelle? ¿Cuánto vale su *constante elástica*? **Resp.: $0,35 \text{ m}$; 12 N/m**

3. Hallar la *resultante* del sistema de fuerzas concurrentes $F_1 = 80 \text{ N}$ y $F_2 = 60 \text{ N}$, en los siguientes casos: a) Ambas fuerzas llevan la *misma dirección y sentido*. b) Si éstas tienen la *misma dirección pero sentido contrario*. c) Si forman entre si un *ángulo de 90°* . **Resp.: a) b) c) 100 N .**

4. La *resultante* de dos fuerzas *perpendiculares* entre si vale 50 N . Una de las componentes vale 25 N . ¿Cuál es el valor de la *otra componente*? **Resp.: $F = 43,3 \text{ N}$.**

5. Cuatro fuerzas concurrentes de 10 N , 6 N , 11 N y 8 N actúan según la dirección y sentido del los cuatro *puntos cardinales N, S, E y O respectivamente*. Calcular la *fuerza resultante*. **Resp.: $F_R = 5 \text{ N}$.**

6. Halle *gráficamente* la *resultante* de los siguientes sistemas de fuerzas:

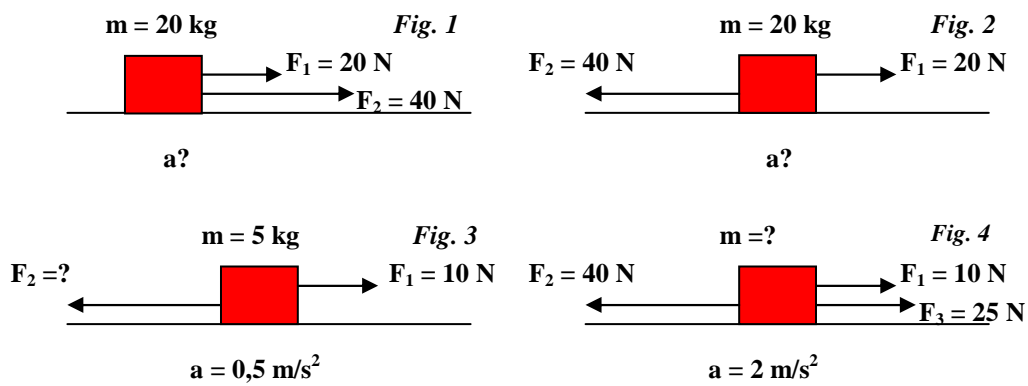


7. A un cuerpo de 1000 kg , inicialmente en reposo, se le somete a una fuerza de 300 N durante 5 s en un plano horizontal. Calcular: a) *Aceleración*. b) *Velocidad y espacio recorrido* a los 5 s . **Resp.: a) $a = 0,3 \text{ m/s}^2$. b) $v = 1,5 \text{ m/s}$; $e = 3,75 \text{ m}$.**

8. Un automóvil, de 1515 kg , acelera de 0 a 100 km/h en un tiempo de $5,9 \text{ s}$. Determinar: a) *La aceleración* del coche. b) *La fuerza total* que actúa sobre el coche. ¿Sería ésta la *fuerza del motor*? **Resp.: a) $a = 4,7 \text{ m/s}^2$. b) $F = 7120,5 \text{ N}$;**

9. Una fuerza de 6 N produce una aceleración en un cuerpo de $0,5 \text{ m/s}^2$. Determine: a) ¿Qué *masa* tiene el cuerpo? b) ¿Qué *fuerza* debemos ejercer para que el cuerpo tenga una *aceleración* de 4 m/s^2 ? **Resp.: a) 12 kg . b) 48 N .**

10. Calcule las *magnitudes* que aparecen con un *interrogante* en las figuras:



Resp.: fig. 1 $a = 3 \text{ m/s}^2$; fig. 2 $a = 1 \text{ m/s}^2$; fig. 3 $F_2 = 12,5 \text{ N}$; fig. 4 $m = 2,5 \text{ kg}$.

11. Un coche de 2000 kg lleva una *velocidad* de 108 km/h . Calcular la *fuerza* para *detenerlo* en 20 s . **Resp.: 3000 N .**

12. Dejamos caer un cuerpo de 4 kg desde una altura de 15 m . Determinar: a) *La velocidad* de cuerpo en el suelo. b) *Tiempo* que tarda en caer. c) *Fuerza* que actúa sobre el cuerpo. **Resp.: a) $17,1 \text{ m/s}$. b) $1,75 \text{ s}$. c)**

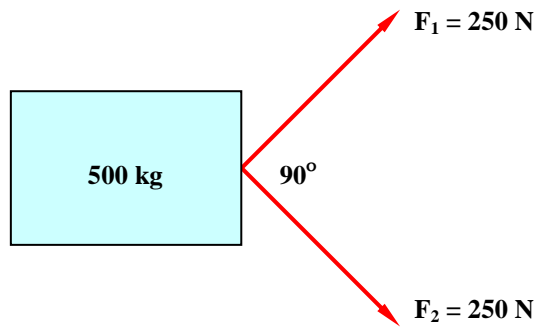
13. Un paracaidista cae con una *velocidad constante* de 3 m/s . Si su masa y la de su paracaídas con amarres es de 120 kg , calcule la *fuerza* con la que el aire frena el descenso. **Resp.:**

14. Una persona de 70 kg está atada a una cuerda que pende de un helicóptero. Calcular la *tensión de la cuerda* en los siguientes casos. a) Subiendo a la persona con una *aceleración* de 2 m/s^2 . b) Subiendo a la persona con *velocidad constante* de 3 m/s . c) Bajando a la persona con una *aceleración* de 2 m/s^2 . **Resp.: a) $T = 826 \text{ N}$, b) $T = 686 \text{ N}$, c) $T = 546 \text{ N}$.**

15. Un coche de 1500 kg , partiendo del *reposo*, recorre un espacio de 128 m en 8 s . Si la fuerza del motor es de 7000 N . Calcula: a) *Aceleración*. b) *Velocidad* del coche a los 8 s . c) *Fuerza de rozamiento* que actúa sobre el coche. **Resp.: a) 4 m/s^2 . b) 32 m/s . c) 1000 N .**

16. Un camión de 10000 N de peso, al ser frenado, se detiene a los 6 s , recorriendo 25 m en ese tiempo. Calcula: a) La *velocidad inicial*. b) La *fuerza de frenado*. **Resp.: a) 10 m/s . b) 2000 N .**

17. Calcular para el sistema de la figura: a) La *aceleración*. b) La *velocidad* y el *espacio recorrido* a los 4 s . Suponer que no hay rozamiento. **Resp.: a) $0,71\text{ m/s}^2$. b) $2,84\text{ m/s}$. c) $5,68\text{ m}$.**



18. ¿Cuánto debe valer la *fuerza necesaria* para acelerar una masa de 300 g para que alcance una *velocidad* de 36 km/h en 5 s , si hay que vencer un *rozamiento* de $1,2\text{ N}$? Suponer que el cuerpo está apoyado en una *superficie horizontal* y la *fuerza* es paralela a éste. **Resp.: $1,8\text{ N}$.**

19. Sea un cuerpo de 50 kg , en reposo, apoyado en una *superficie horizontal*. Calcule la *fuerza (paralela al suelo)* que es necesaria aplicar al cuerpo para que alcance una *velocidad* de 20 m/s en 5 s si la *fuerza de rozamiento* vale 300 N . ¿Cuánto vale el *coeficiente de rozamiento*? **Resp.: $F = 500\text{ N}$, $\mu = 0,61$.**

20. Un coche de 1300 kg acelera de 0 a 100 km/h en 150 m . Calcula: a) *Aceleración*. b) *Tiempo* que le lleva recorrer los 150 m . c) Si la *fuerza del motor* vale 10000 N , ¿cuánto vale la *fuerza de rozamiento*? d) *Coeficiente de rozamiento*. **Resp.: a) $2,6\text{ m/s}^2$. b) $10,7\text{ s}$. c) 6651 N . d) $\mu = 0,52$.**

21. Un coche de 1200 kg mantiene constante su *velocidad* de 120 km/h . Si el *coeficiente de rozamiento* es de $0,25$ calcula la *fuerza que debe hacer el motor*. **Resp.: 2940 N**

22. A 20 kg mass is pulled by along a surface by a horizontal force of 100 N . Friction is 20 N . What is the *acceleration* of the mass? **Resp.: 4 m/s^2 .**

23. A 5 kg block is pulled by a horizontal force of 50 N along a rough horizontal surface at a constant *acceleration* of 6 m/s^2 . What is the *coefficient of friction*? **Resp.: $\mu = 0,41$.**

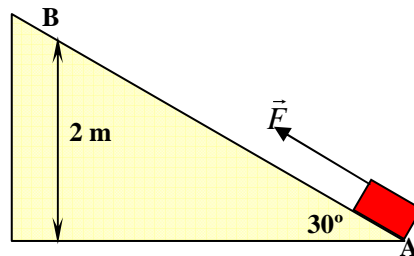
24. ¿Cuánto vale la *fuerza (paralela al suelo)* que debemos aplicar a un cuerpo de 40 kg apoyado en una *superficie horizontal* para que en 20 s cambie su *velocidad* de 30 m/s a 40 m/s ?. (Despréciese el rozamiento). **Resp.: $F = 20\text{ N}$.**

25. Un cuerpo de 10 kg se encuentra en reposo en un suelo horizontal. Se le aplica una fuerza de 20 N paralela al suelo. Calcular la velocidad y la posición a los 4 s, en los siguientes casos: a) No hay rozamiento. b) Hay rozamiento, $\mu = 0,2$. **Resp.: a) 8 m/s; 16 m. b) 0,16 m/s; 0,32 m.**

26. Resolver el ejercicio anterior para el caso de que la fuerza forme un ángulo de 30° con la horizontal. **Resp.: a) 3,46 m/s, 6,93 m. b)**

27. Calcular el valor del espacio recorrido al cabo de 3 s por un cuerpo de 40 kg situado en un plano inclinado de 30° , en los siguientes casos: a) No hay rozamiento. b) Hay rozamiento, $\mu = 0,2$. **Resp.: a) $e = 22,05$ m, b) $e = 14,4$ m.**

28. ¿Cuál es el valor de la fuerza \vec{F} que hay que aplicar al cuerpo de 20 kg, inicialmente en reposo, para que alcance el punto B en 0,8 s?. $\mu = 0,3$. **Resp.: 398,9 N.**



29. Un cuerpo se desliza por un plano inclinado de 37° con velocidad constante. Determínese el coeficiente dinámico de rozamiento entre el plano y el cuerpo. **Resp.: $\mu = 0,75$.**

30. Dos amigos empujan un piano de 150 kg por una rampa inclinada 20° para subirlo a un camión. Si el coeficiente de rozamiento entre piano y rampa es de 0,2, calcula la fuerza mínima que tendrán que aplicar los amigos para subir el piano por la rampa. **Resp.: 390 N.**