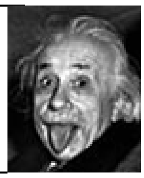
Gravitación



1. INTRODUCCIÓN HISTÓRICA. MODELO GEOCÉNTRICO Y HELIOCÉNTRICO.

Desde los tiempos más remotos, el Hombre conoció la existencia de cuerpos celestes que parecían moverse en el firmamento. Eran el Sol, la Luna, planetas (del griego: viajero) y algunas estrellas. Los movimientos de estos cuerpos, a excepción de la Luna y el Sol, parecían irregulares cuando se observaban durante periodos de tiempo.

Ptolomeo de Alejandría, en el siglo II de la era cristiana, pensaba que *la Tierra era el centro de Universo*, alrededor de la cuál giraban los demás cuerpos celestes. Tal concepción del Universo se llama *geocéntrica*. Esta idea, era también, la mantenida por la Iglesia, pues en el *Libro de Josué* de las *Sagradas Escrituras* se narra que el Sol en su movimiento alrededor de la Tierra se llega a *detener (Josué 10,12)*. Lo cierto es que desde esta interpretación geocéntrica los planetas, a veces, describían trayectorias raras que no coincidían precisamente con un Universo simple.

El astrónomo y canónigo polaco **Nicolás Copérnico** en 1548 propone, tras largas observaciones el modelo *heliocéntrico*, que *acepta como centro de rotación al Sol*. De este modo las órbitas de los planetas serían circunferencias alrededor del Sol y no surgirían irregularidades en las trayectorias de los planetas. Cabe decir que esta teoría heliocéntrica la formuló como hipótesis matemática, por miedo a represalias del Santísimo Tribunal de la Inquisición.

El astrónomo danés **Ticho Brahe** aunque no aceptó tal concepción heliocéntrica, tomó muchas medidas sobre la posición de las estrellas de los planetas. Estos valiosísimos datos le sirvieron a su discípulo **Johannes Kepler** (que si creía en la teoría heliocéntrica) mejorar la concepción del Universo de Copérnico y enunció tres leyes físicas que veremos seguidamente, no sin antes decir que fue **Galileo** primero, e **Isaac Newton** después, quienes establecieron definitivamente el modelo heliocéntrico enunciando Newton la Ley de la Gravitación Universal.

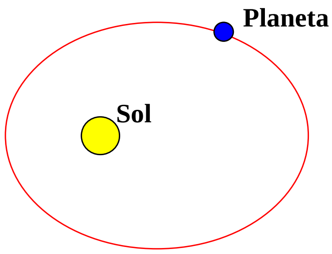
2. LEYES DE KEPLER.

Fueron probablemente enunciadas en el año 1609, y se refieren a los movimientos que describen los planetas alrededor del Sol.

2.1. 1ª LEY DE KEPLER.

“Todo planeta se mueve en una órbita elíptica, estando el Sol en uno de sus focos”.

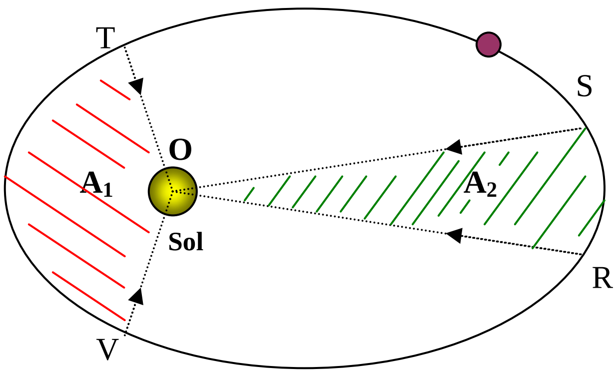
Es decir, se descarta la idea de Copérnico que decía que las órbitas eran circunferencias, aunque dada la poca excentricidad de la órbita elíptica se pueden considerar circunferencias.



2.2. 2ª LEY DE KEPLER.

"*El radio vector que une el Sol con el planeta, barre áreas iguales en tiempos iguales*".

Supongamos un planeta que en un *tiempo t* va de *T a V* y que le lleva el *mismo tiempo t* en ir de *R a S*, entonces $A_1 = A_2$



3.1. 3ª LEY DE KEPLER.

"*Para todos los planetas y suponiendo que sus órbitas son circunferencias, la relación entre el cubo del radio de la órbita y el cuadrado de su periodo es constante*" :

$$\frac{T^2}{R^3} = cte. \rightarrow \frac{T_A^2}{R_A^3} = \frac{T_B^2}{R_B^3}$$

Comprobémoslo para el caso de la *Tierra* y *Marte* :

Tierra : $R_{ORB.} = 1{,}5\cdot 10^{11}$ m; T = 365,25 días = $3{,}15\cdot 10^7$ s.

Marte : $R_{ORB.} = 2{,}29\cdot 10^{11}$ m; T = 686,98 días = $5{,}93\cdot 10^7$ s.

$$\frac{T_T^2}{R_T^3} = \frac{\left(3{,}15 \cdot 10^7\, m\right)^2}{\left(1{,}5 \cdot 10^{11}\, m\right)^3} = 2{,}9 \cdot 10^{-19}\ \frac{s^2}{m^3}$$

$$\frac{T_M^2}{R_M^3} = \frac{\left(5{,}93 \cdot 10^7\, m\right)^2}{\left(2{,}29 \cdot 10^{11}\, m\right)^3} = 2{,}9 \cdot 10^{-19}\ \frac{s^2}{m^3}$$

La misma relación existirá para todos los planetas del sistema solar.

1. Considera la siguiente tabla de datos:

Planeta	***Masa (kg)***	***Diámetro del planeta (km)***	***Período orbital (años)***	***Radio orbital (U.A.)***	***Gravedad (m/s^2)***
Mercurio	*$3{,}2 \cdot 10^{23}$*		*0,24*		*3,6*
Tierra	*$6{,}0 \cdot 10^{24}$*	*12746*	*1,00*	*1,0*	*9,8*
Marte	*$6{,}4 \cdot 10^{23}$*	*6780*		*1,5*	
Saturno		*114632*	*29,5*		*12*

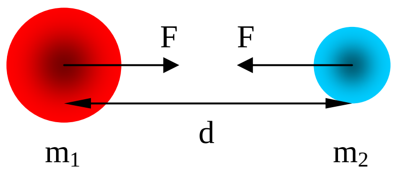
donde el *radio orbital está expresado en unidades astronómicas, U.A.* Una unidad astronómica equivale a la *distancia media de la Tierra al Sol: 150 millones de km = $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m. Completa la tabla*. ***Resp.: Mercurio: Diámetro: 4879 km $R_{orbital}$ = 0,38 U.A. Marte: T = 1,84 años, g = 3,7 m/s^2. Saturno: m = $5{,}7 \cdot 10^{26}$ kg, $R_{orbital}$ = 9,5 U.A.***

3. GRAVITACIÓN UNIVERSAL. CONCEPTO DE PESO.

Fue concebida por **Isaac Newton**, y es válida para todos *para todos los cuerpos del Universo*. Tiene el siguiente enunciado:

La fuerza de atracción entre dos cuerpos materiales cualesquiera es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa”

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}$$



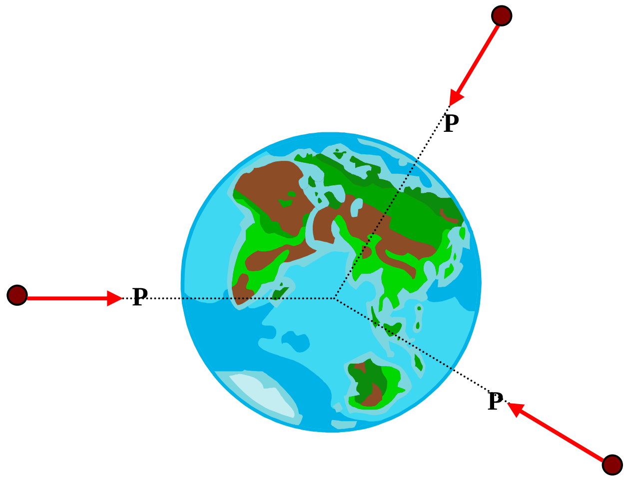
Esta expresión rige la ***Ley de la Gravitación Universal***. La *constante G*, es la *constante de la Gravitación Universal* y fue determinada por **Cavendish** en 1798 obteniendo el resultado: *$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2/kg^2$*.

Es decir, los cuerpos materiales se atraen con una fuerza dada por la Ley de la Gravitación Universal. Esta atracción *no la podemos notar en los cuerpos que vemos a nuestro alrededor apoyados sobre el suelo*, ya que, debido al rozamiento, no se pueden acercar entre sí.

2. Determínese la fuerza con la que se atraen dos cuerpos de masas, $m_1 = 3\ kg$ y $m_2 = 8\ kg$, separados por una distancia de *60 cm*. ***Resp.: F = 4,4·10***$^{-9}$ ***N.***

3. Dos cuerpos de *3000 Tm* y *8000 Tm* se atraen con una fuerza de *0,6 N*, ¿cuál es la distancia que los separa?. ***Resp.: 51,7 m***

Sabemos, por experiencia, que todo cuerpo situado cerca de la superficie terrestre experimenta una *fuerza vertical y dirigida hacia el centro de la Tierra debida a la atracción que ejerce nuestro planeta sobre el cuerpo*. A esa fuerza le denominamos ***peso***. Por lo tanto, ***peso*** es *la fuerza con la que los cuerpos celestes atraen a otros más pequeños*. La fuerza peso siempre *está dirigida hacia el centro del cuerpo celeste*.



Si aplicamos la *Ley de la Gravitación Universal* al caso de la fuerza de atracción (*peso*) de un cuerpo de masa *m* por la *Tierra* tendremos varios valores que son constantes *:* $M_T = 6 \cdot 10^{24}\ kg$, $R_T = 6{,}37 \cdot 10^{6}\ m$, y por supuesto *G*. Si sustituimos estos valores en dicha ley llegaremos a la siguiente conclusión :

$$F_P = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T{}^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6 \cdot 10^{24}.m}{\left(6{,}37 \cdot 10^{6}\right)^2} =$$

Conclusión $\Rightarrow F_P =$

Es decir, $G \cdot \dfrac{M_T}{R_T^2}$ es el valor de la aceleración de la gravedad de la Tierra. Por consiguiente, para calcular la *aceleración de la gravedad en la superficie de cualquier cuerpo celeste* se utilizará una expresión análoga:

$$g = G \cdot \frac{M}{R^2}$$

donde *M* es la *masa del cuerpo celeste* y *R* su *radio medio*.

Por ejemplo, la aceleración de la gravedad en la Luna ($M_L = 6{,}7\cdot10^{22}$ kg, $R_L = 1{,}6\cdot10^{6}$ m) será:

$$g_L = G\cdot\frac{M_L}{R_L^2} = 6{,}67\cdot10^{-11}\cdot\frac{6{,}7\cdot10^{22}}{\left(1{,}6\cdot10^{6}\right)^2} = 1{,}75\frac{m}{s^2}$$

Podemos observar como los cuerpos no tienen el mismo peso. *A mayor masa más pesan*. Pero la masa y el peso, aunque relacionados, son conceptos muy diferentes, pues *una misma masa posee distintos pesos en diversos planetas, ya que el peso para esa misma masa depende de la gravedad del planeta*. Así, el peso de un hombre de 80 kg de masa es diferente en la Tierra (g_T = 9,8 m/s^2) que en la Luna (g_L = 1,75 m/s^2):

$$Fp_T = m\cdot g_T = 80\cdot9{,}8 = 784N$$
$$Fp_L = m\cdot g_L = 80\cdot1{,}75 = 140N$$

4. Ganímedes y Calisto son dos de los 63 satélites conocidos que tiene Júpiter. El primero gira alrededor del planeta con un radio orbital de *1,07·10^6 km* tardando *7,2 días* en completar una vuelta. ¿Cuánto tardará Calisto en girar una vuelta alrededor de Júpiter si su radio de giro es de *1,9·10^6 km?*. ***Resp.: 17 días.***

5. Sea un vehículo espacial de *1220 kg*. Halle: a) *¿Cuánto pesa en la Tierra?*. b) ¿Cuál será la *gravedad de Marte* si *dicho vehículo pesa en este planeta 4636 N*?. ***Resp.: a) 11956 N. b) g_M = 3,8 m/s^2.***

6. El **Dr. Spock** es un personaje de ***Star Trek,*** con las orejas de forma puntiaguda, procedente de *Vulcano*. La *masa de Vulcano* es *m_V = 4,9·10^{24} kg* y su *radio* medio es *r_V = 6160 km*. Calcule: a) La *gravedad en la superficie de Vulcano*. b) La *masa* del Dr. Spock *si su peso en la Tierra es de 882 N*. c) El *peso del Dr. Spock* en la *superficie de Vulcano*. d) *El tiempo que tarda en caer* el Dr. Spock desde una altura de *15 m* sobre la *superficie vulcaniana*. ***a) g_M = 8,61 m/s^2. b) 90 kg. c) 774,9 N. d) 1,86 s.***

7. La masa de Saturno es *m_S = 5,7·10^{26} kg* y su *radio medio* es *r_S = 57532 km*. Calcule: a) La *gravedad en la superficie de Saturno*. b) El *peso de un hombre en la superficie de Saturno cuyo peso en la Tierra es de 931 N*. ***Resp: a) g_S = 11,5 m/s^2. b) 1092 N.***

8. La masa de Urano es *m_U = 8,7·10^{25} kg* y su gravedad *8,8 m/s^2*. Calcula a) El *radio del planeta Urano*. b) El *peso de una persona* en la superficie de Urano cuyo *peso en la Tierra es de 931 N*. ***Resp: a) 25559 km. b) 836 N.***

9. La *gravedad en la superficie de Venus es de 3,63 m/s^2* y su *radio* de *2440 km*. Determina: a) La *masa* de *Venus*. b) El *peso de una persona en Venus* si en la *Tierra pesa 833 N*. c) La *fuerza de atracción que ejerce el Sol sobre Venus*. *Datos: M_S = 1,98·10^{30} kg. d_{V-S} = 5,8·10^{10} m*. ***Resp.: a) 3,24·10^{23} kg b) 309N. c) 1,27·10^{22} N.***