

DIRECTRICES XERAIS

Estas directrices xerais constitúen a RELACIÓN DE TEMAS, agrupados en tres bloques temáticos: Álgebra Lineal, Xeometría e Análise, de MATEMÁTICAS II de segundo curso de Bacharelato, que serán obxecto de exame nas PAAU do curso 2009/10.

No documento Orientacións Xerais detállanse os coñecementos mínimos que deben acadar os/as alumnos/as nesta materia. Aínda que, como norma xeral, cómpre indicar que o nivel de dificultade dos exercicios do exame das PAAU será similar ao dos últimos cursos, proximamente estarán dispoñibles na web unha circular informativa así como modelos de exame.

ÁLXEBRA LINEAL

1. MATRICES

Definición de matriz de orde $m \times n$. Igualdade de matrices. Tipos de matrices: fila, columna, rectangular, cadrada, diagonal, triangular, nula, identidade ou unidade, trasposta, simétrica e antisimétrica. Operacións con matrices: suma e produto de matrices, produto dunha matriz por un escalar. Propiedades. Emprego das matrices como ferramentas para representar e operar con datos tirados de táboas e gráficos procedentes de diferentes contextos. Aplicación das operacións e das súas propiedades na resolución de problemas extraídos de contextos reais.

2. DETERMINANTES

Definición de determinante. Cálculo de determinantes de orde 2 e 3. Regra de Sarrus. Definición de menor complementario e de adxunto dun elemento. Desenvolvemento dun determinante polos elementos dunha liña. Propiedades elementais dos determinantes.

3. APLICACIÓNS DOS DETERMINANTES

Rango dunha matriz: definición e cálculo do rango dunha matriz a partir dos seus menores e polo método de Gauss. Definición de matriz inversa dunha matriz cadrada. Condición necesaria e suficiente para a existencia da matriz inversa. Propiedades da matriz inversa. Cálculo da matriz inversa.

4. SISTEMAS DE ECUACIÓNS LINEAIS

Definición de sistema de m ecuacións lineais con n incógnitas. Definición da súa solución. Sistemas de ecuacións equivalentes. Sistemas homoxéneos. Forma matricial dun sistema de ecuacións lineais. Clasificación dos sistemas atendendo ao número de solucións.

5. DISCUSIÓN E RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIÓNS LINEAIS

Discusión e resolución de sistemas de ecuacións lineais. Enunciado do teorema de Rouché-Frobenius. Enunciado da regra de Cramer. Discusión e resolución polo método de Gauss. Discusión e resolución de sistemas de ecuacións lineais cun parámetro.

XEOMETRÍA

1. VECTORES NO ESPAZO

Vectores no espazo. Operacións. Dependencia e independencia lineal de vectores. Produto escalar de dous vectores (a partir do coseno do ángulo que forman). Propiedades (definido positivo, conmutativo, distributivo e homoxéneo). Interpretación xeométrica e expresión analítica. Módulo dun vector. Vector unitario. Ángulo que forman dous vectores. Ortogonalidade. Produto vectorial de dous vectores. Propiedades. Interpretación xeométrica. Expresión analítica. Aplicacións do produto vectorial ao cálculo de áreas de paralelogramos e triángulos.

Produto mixto de tres vectores. Propiedades. Interpretación xeométrica. Expresión analítica. Aplicación do produto mixto ao cálculo do volume de paralelepípedos e tetraedros.

2. RECTAS E PLANOS NO ESPAZO

Ecuacións da recta. Ecuacións do plano. Posicións relativas de dous planos. Posicións relativas de tres planos. Posicións relativas dunha recta e un plano. Posicións relativas de dúas rectas no espazo.

3. ESPAZO EUCLÍDEO TRIDIMENSIONAL: ÁNGULOS, PERPENDICULARIDADE DE RECTAS E PLANOS.

Ángulo que forman dúas rectas. Condición de perpendicularidade de dúas rectas. Ángulo que forman dous planos. Condición de perpendicularidade de dous planos. Ángulo que forman recta e plano. Condición de perpendicularidade de recta e plano. Resolución de problemas de incidencia, paralelismo e perpendicularidade entre rectas e planos.

4. ESPAZO EUCLÍDEO TRIDIMENSIONAL: APLICACIÓNS DOS PRODUTOS ESCALAR, VECTORIAL E MIXTO AO CÁLCULO DE DISTANCIAS, ÁREAS E VOLUMES.

Distancia entre dous puntos. Distancia dun punto a un plano. Distancia entre dous planos paralelos. Distancia dun punto a unha recta. Distancia entre dúas rectas paralelas. Distancia entre dúas rectas que se cruzan. Distancia dunha recta a un plano paralelo a ela. Resolución de problemas métricos relacionados co cálculo de ángulos, distancias, áreas e volumes.

ANÁLISE

1. LÍMITES DE FUNCIÓNS. CONTINUIDADE

Conceptos preliminares:

1. *Definición de función real de variable real, dominio de definición ou campo de existencia, percorrido ou rango e grafo dunha función real de variable real.*
2. *Funcións elementais: polinómicas, racionais, exponenciais, logarítmicas e trigonométricas.*

Límite dunha función nun punto. Límites laterais. Cálculo de límites. Asíntotas. Función continua nun punto. Tipos de discontinuidade (evitable, salto finito, infinita). Función continua nun intervalo. Enunciado e interpretación xeométrica dos teoremas de Bolzano e Weierstrass.

2. DERIVADA DUNHA FUNCIÓN

Definición de derivada dunha función nun punto. Interpretación xeométrica e física. Ecuación da recta tanxente á gráfica dunha función nun punto. Ecuación da normal. Relación entre continuidade e derivabilidade. Función derivada. Cálculo de funcións derivadas. Derivada da suma, do produto e do cociente de funcións. Derivada da función composta (regra da cadea). Derivadas de orde superior.

3. APLICACIÓNS DA DERIVADA AO ESTUDO DAS PROPIEDADES LOCAIS E GLOBAIS DUNHA FUNCIÓN.

Definición de función crecente e decrecente. Determinación dos intervalos de crecemento e decrecemento dunha función. Definición de extremos relativos e absolutos. Criterios para a determinación de extremos relativos. Definición de función cóncava e convexa. Determinación dos intervalos de concavidade e convexidade dunha función. Definición de punto de inflexión. Criterio para a determinación de puntos de inflexión. Problemas de optimización. Enunciado da regra de L'Hôpital. Aplicación á resolución de límites indeterminados. Teorema de Rolle: enunciado e interpretación xeométrica. Teorema do valor medio do cálculo diferencial: enunciado e interpretación xeométrica.

4. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE FUNCIÓNS.

Representación gráfica de función polinomiais e racionais. O estudo incluírá o cálculo do dominio de definición da función, puntos de corte cos eixes, simetrías, intervalos de crecemento e decrecemento, máximos e mínimos, intervalos de concavidade e convexidade, puntos de inflexión e asíntotas.

5. PRIMITIVAS DUNHA FUNCIÓN.

Definición de primitiva dunha función. Concepto de integral indefinida. Propiedades lineais da integral indefinida. Integrales inmediatas. Técnicas elementais para o cálculo de primitivas: método de cambio de variable, método de integración por partes, integración de funcións racionais (denominador con raíces reais simples e múltiples).

6. INTEGRAL DEFINIDA.

Introdución ao concepto de integral definida a partir do cálculo de áreas encerradas baixo unha curva. Propiedades da integral definida (monotonía, linealidade, aditividade en intervalos). Teorema do valor medio do cálculo integral para función continuas: enunciado e interpretación xeométrica. Enunciado do teorema fundamental do cálculo integral. Enunciado da regra de Barrow. Aplicación ao cálculo de áreas de rexións planas.

Orientacións Xerais do Grupo de Traballo. Matemáticas II.

Coa anterior relación de temas e estas consideracións xerais inténtase orientar ao profesorado e alumnado de Matemáticas II sobre os coñecementos mínimos que deben acadar os estudantes en cada un dos tres bloques temáticos de que consta esta materia, coñecementos que existirán no exame das PAAU das convocatorias do ano 2009/10.

Álgebra lineal

O manexo das operacións con matrices, das propiedades dos determinantes e a súa aplicación á resolución de sistemas de ecuacións lineais son os principais obxectivos deste bloque temático. Os/As alumnos/as deben ser capaces de:

- Utilizar as matrices para organizar e representar datos extraídos de diversas situacións en casos moi sinxelos e operar con elas para resolvelos.*
- Coñecer os distintos tipos de matrices: fila, columna, cadrada, diagonal, triangular, nula, identidade, trasposta, simétrica e antisimétrica.*
- Coñecer e adquirir destreza nas operacións con matrices (suma, produto por un escalar, produto de matrices e a non conmutatividade do produto).*
- Calcular determinantes de orde 2 ou 3 utilizando a regra de Sarrus. Calcular determinantes desenvolvendo polos elementos dunha liña. Coñece-las propiedades dos determinantes e saber aplicalas ao cálculo deles.*
- Calcular o rango dunha matriz ata dimensión 4x4 utilizando o método de Gauss e a partir dos seus menores. Calcular o rango de matrices dependentes dun parámetro ata dimensión 4x4.*
- Obter a matriz inversa (ata matrices de orde 3x3) utilizando determinantes e polo método de Gauss.*
- Resolver ecuacións e sistemas matriciais.*
- Clasificar (compatible determinado, compatible indeterminado, incompatible) un sistema de ecuacións lineais con non máis de tres incógnitas e que dependa do sumo dun parámetro e no seu caso resolvelo.*

Xeometría

Os obxectivos fundamentais nestes temas son a utilización dos vectores e as súas operacións para representar e resolver problemas afíns e métricos no espazo (posicións relativas, determinación de

ángulos e distancias,...), así como o uso da linguaxe de matrices e determinantes, as súas operacións e propiedades, para resolver os problemas de xeometría, relacionando así os distintos temas da materia. E, por suposto, deben saber interpretar xeometricamente a discusión e resolución de sistemas de ecuacións lineares

Entre os obxectivos acadables cabe citar:

- Saber definir e interpretar xeometricamente o produto escalar de dous vectores, o produto vectorial de dous vectores e o produto mixto de tres vectores. Coñece-las propiedades e a súa aplicación para o cálculo de áreas de triángulos, paralelogramos e volumes de tetraedros e paralelepípedos.
- Calcular e identificar as ecuacións (vectorial, paramétricas, continua, normal...) dunha recta e dun plano e saber pasar dunha ecuación a outra.
- Determinar un punto, unha recta ou un plano a partir das propiedades que os definan (por exemplo: punto simétrico doutro con respecto a unha recta ou a un plano, recta que pasa por dous puntos, plano que contén dúas rectas que se cortan etc.).
- Determinar a posición relativa de dúas rectas, dous planos, unha recta e un plano e tres planos.
- Resolver problemas de incidencia e paralelismo entre rectas e planos.
- Resolver problemas métricos, angulares e de perpendicularidade (distancia entre puntos, rectas e planos, ángulos entre rectas, entre recta e plano e entre planos etc.).
- Saber determinar a recta que corta perpendicularmente dúas rectas.

Análise

Os conceptos de límite, continuidade e derivabilidade foron introducidos de modo intuitivo no currículo de primeiro curso de bacharelato, polo que parece natural insistir nas súas definicións ao longo deste segundo ano

Considérase de grande importancia, ao tratar a derivación, a interpretación dos conceptos e as súas aplicacións en casos prácticos. Aínda sendo moi importante que o alumno/a acade un dominio nas regras de derivación, non o é menos que interprete o concepto de derivada como razón de cambio dunha magnitude respecto a outra –o que lle proporcionará unha visión máis aplicada deste–.

Dun xeito máis detallado, os obxectivos acadables son:

- Saber aplicar os conceptos de límite dunha función nun punto e de límites laterais para estudar a continuidade dunha función (se é discontinua, clasifícala discontinuidade) e a obtención de asíntotas verticais, horizontais e oblicuas.
- Coñecer as propiedades alxébricas do cálculo de límites, tipos de indeterminacións e técnicas para resolvelas.
- Determinar as ecuacións da recta tanxente e da normal á gráfica dunha función nun punto.
- Coñecer a relación entre continuidade e derivabilidade dunha función nun punto. Saber estudar a continuidade e a derivabilidade dunha función definida a anacos.
- Determinar os intervalos de monotonía, o cálculo de extremos e puntos de inflexión, así como os intervalos de concavidade e convexidade (aínda que a representación gráfica se limitará ás funcións polinomiais e racionais se se inclúen os cálculos anteriores para outras funcións elementais ou compostas nas que sexa necesario coñecer-la regra da cadea).
- Aplicar a regra de L'Hôpital para resolver indeterminacións.
- Resolver problemas de optimización.
- Saber representar a gráfica de funcións polinomiais e racionais (neste tipo de exercicio

indicarase no exame os elementos estudables: dominio, puntos de corte cos eixes...).

- *Saber a relación que existe entre dúas primitivas dunha función. Dada unha función, calcular a primitiva que pasa por un punto.*
- *Coñecer a técnica de integración por cambio de variable, o método de integración por partes (saber aplicalo reiteradamente: máximo dúas veces) e a integración de funcións racionais (no denominador raíces reais simples e múltiples). Aínda que non se considera materia de exame a integración de función racionais con raíces complexas, si son materia de exame as integrais do tipo $\int \frac{dx}{x^2 + a^2}$.*
- *Coñecer a propiedade de linealidade da integral definida con respecto ao integrando e a propiedade de aditividade con respecto ao intervalo de integración.*
- *Saber calcular a área de rexións planas limitadas por rectas e curvas sinxelas que sexan facilmente representables.*

Finalmente, en canto ás demostracións, é claro o seu importante valor formativo pero non se consideran materia específica de exame. Neste sentido, si son admitidas cuestións do tipo: “Enuncia tal teorema e estuda se tal función cumpre as hipóteses do teorema”

Enténdese que unha función é convexa nun punto do seu dominio de definición se, nun contorno dese punto, a gráfica da función se mantén por encima da tanxente á curva nese punto; é dicir: a parábola $y=x^2$ é un exemplo de función convexa.