

Unidade 11: Probabilidade

- 1 Experimento aleatorio. Espacio mostral asociado.**
 - 1.1 Concepto de experimento aleatorio.**
 - 1.2 Espacio mostral. Sucesos.**
- 2 Operacións con sucesos: Unión, intersección e diferencia.**
 - 2.1 Propiedades.**
 - 2.2 Sucesos incompatibles.**
- 3 Probabilidade.**
 - 3.1 Frecuencia absoluta e relativa dun suceso.**
 - 3.2 A probabilidade como límite de frecuencias.**
 - 3.3 Definición axiomática de probabilidade.**
 - 3.4 Propiedades da probabilidade.**
- 4 Regra de Laplace.**
- 5 Probabilidade condicionada.**
 - 5.1 Probabilidade da intersección.**
- 6 Combinatoria.**
 - 6.1 Permutacións.**
 - 6.2 Variacións.**

Introducción

Azar e necesidade

As ciencias naturais ocúpanse da descrición da realidade nos seus múltiples aspectos dedicando unha especial atención á predicción do comportamento dos sistemas físicos, o que obriga a establecer con claridade as relacións causa-efecto.

Os fenómenos que obedecen a unha multitude de causas e os debidos ó azar son moi difíciles de estudar con esas premisas. É doado comprender porque: As relacións causa-efecto son doadas de comprender cando unha causa produce directamente un efecto que podemos medir, en cambio é moito máis complexo entender as relacións nas que unha causa só varía as posibilidades de que aconteza un certo efecto.

Incluso na actualidade, a pesar dos estudos que o demostran, moitas persoas non aceptan que o fumar é nocivo. O seu argumento é que coñecen a alguén que fumando moito morreu ós 90 anos pero esquecen que moitos outros contraeron cancro de pulmón por fumar: o risco aumenta notoriamente.

Azar e determinación

Cando estudiamos a natureza, atopámonos con dous tipos de fenómenos: **Fenómenos determinísticos:** Aqueles nos que podemos predicir o seu comportamento (velocidade dun obxecto ó aplicarlle unha forza, deformación dun muelle ó colgarlle un peso, ...).

Resulta paradóxico que, en sentido estricto, os fenómenos determinísticos non poden existen pois sempre hai algún factor de indeterminación (erros nas medicións, redondeos nos cálculos, rozamentos, etc.) que impiden que o resultado poda predicirse con total exactitude.

Fenómenos aleatorios: Non podemos predicir o resultado, ben porque intervén o azar, ben porque non podemos controlar tódalas variables que inflúen no proceso (lanzar un dado, resultado dun exame, estatura que vai ter unha persoa, etc).

Non podendo predicir o que vai suceder, intentaremos coñecer-las posibilidades de cada un dos resultados que poidesen acontecer. Esa medida das posibilidades de que algo se verifique é a probabilidade.

Probabilidade

A probabilidade xurde coa correspondencia entre Blaise Pascal (1623-1662) e Pierre Fermat (1601-1665) sobre os xogos de dados. Esa correspondencia serviu de base a un tratado publicado en 1657 por Huygens: *De ratiociniis in ludo aleae* (Sobre razoamentos relativos ós xogos de dados).

Problema: Un dos problemas que lle propuxeron a Pascal foi o seguinte: Un xogador aposta que en 8 lanzamentos consecutivos dun dado saca, polo menos, un 1. Despois de lanzar 3 veces sen obter o 1, o xogo interrómpese ¿Que parte da aposta se lle debe devolver?

Probabilidade

Terminoloxía

Experimento aleatorio: Experimento do que non podemos predici-los resultados e que se pode repetir as veces que se desexe nas mesmas condicións.

Espacio mostral: Conxunto de tódolos posibles resultados dun experimento aleatorio.

Suceso: Calquera subconxunto de E . Un suceso é un conxunto de resultados dun experimento aleatorio.

Podemos describir un suceso enumerando os resultados que o forman ou mediante unha condición.

Suceso imposible $\emptyset$: Suceso que non contén ningún resultado.

Suceso seguro E : Formado pola totalidade dos resultados.

Exemplo:

Experimento aleatorio: Lanzar 1 dado e anotar a cara que sae.

Resultados: Saír 1, (1); saír 2, (2); ...; saír 6, (6).

Espacio mostral: $E = \{(0), (1), (2), (3), (4), (5), (6)\}$

Sucesos:

$A = \{\text{saír par}\} = \{(2), (4), (6)\}$

$B = \{\text{saír maior que 8}\} = \emptyset$

$C = \{\text{saír 1}\} = \{(1)\}$

Operacións con sucesos

De xeito semellante ós demais conxuntos, podemos efectuar diferentes operacións con sucesos

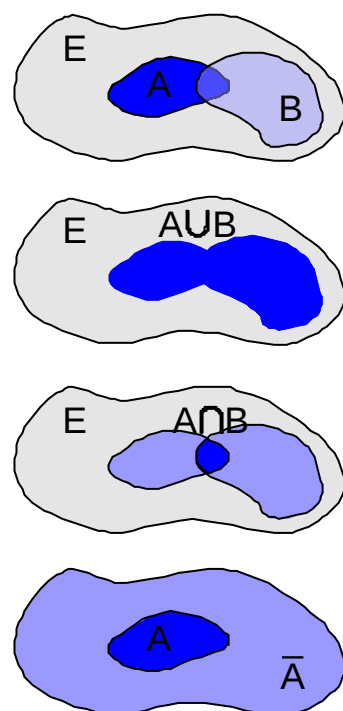
Unión: A unión de dos sucesos A e B é outro suceso $A \cup B$ que está formado polos resultados que pertencen a A ou a B . A unión verifícase cando se verifica algún dos sucesos que a forman.

Intersección: A intersección dos sucesos A e B é outro suceso $A \cap B$ formado polos resultados que pertencen ós dous. A intersección verifícase cando se verifican os dous sucesos que a forman.

Cando a intersección de dous sucesos é o suceso imposible $\emptyset$ diremos que os sucesos son **incompatibles**.

$$A \text{ e } B \text{ incompatibles} \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$$

Se a unión de dous sucesos incompatibles é o suceso seguro E , diremos que son **complementarios**.



$$A \text{ e } B \text{ complementarios} \Leftrightarrow \begin{cases} A \cap B = \emptyset \\ A \cup B = E \end{cases}$$

O complementario dun suceso A , que simbolizaremos $\bar{A}$, é outro suceso que está formado por tódolos resultados que non están en A .

Diferencia: $A - B$ é o suceso formado polos elementos de A que non están en B :

$$A - B = A \cap \bar{B}$$

Ó estudar fenómenos aleatorios xurde a necesidade de medir dalgún xeito as posibilidades que ten cada suceso de verificarse, esa medida é a **probabilidade**.

Hai moitos xeitos de asignarlle a un suceso unha probabilidade:

- 1 Analizando teoricamente os resultados do experimento. Por exemplo, ó lanzar nunha moneda, poden darse dous resultados coas mesmas posibilidades, saír cara e saír cruz, polo que podemos definir as probabilidades de que saia cara e de que saia cruz como 0'5.
- 2 No sempre dispoñemos de información sobre as posibilidades de verificarse cada resultado. Nestes casos podemos definir empiricamente a probabilidade repetindo o experimento aleatorio un certo número de veces.

A probabilidade dun suceso será a frecuencia relativa coa que se verifica.

Por exemplo algúns xogadores da lotería primitiva estudian cales son os seis números que saíron máis veces nos sorteos anteriores e cubren o boleto con eses números pois entenden que “é o que ten máis probabilidade de saír”. Por outra parte, ningún cobre un boleto cos números 1, 2, 3, 4, 5, 6 porque entende que é imposible que poda saír, non saeu nunca e, polo tanto, a súa probabilidade é 0.

- 3 É claro que do xeito anterior a probabilidade dun suceso varia segundo o número de veces que se repita o experimento e os resultados que teñan saído. Se facemos que o número de veces que se repita o experimento tenda a infinito, a frecuencia relativa de

cada suceso tende a estabilizarse, podemos definir a probabilidade do suceso como ese valor límite.

Chamando N ó número de veces que se repite o experimento e n ás veces nas que se verifica o suceso A :

$$P(A) = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{N} \right)$$

Exemplo: Lanzamos unha moeda e anotamos a cara que sae. Na seguinte táboa aparecen os resultados obtidos ó repetir o experimento¹:

Lanzamentos	100	200	500	1000	10000	50000
Nº caras	48	89	242	483	4962	25027
Nº cruces	52	111	258	517	5038	24973
Fr. caras	0'48	0'445	0'484	0'483	0'4962	0'50054
Fr cruces	0'58	0'555	0'516	0'517	0'5038	0'49946

As frecuencias relativas vanse aproximando a 0'5.

Intuitivamente, podemos dicir que a probabilidade dun suceso é a frecuencia relativa dese suceso cando repetimos infinitas veces o experimento: $A \subset E \quad P(A) = \lim_{N \rightarrow \infty} [\text{fr}(A)]$

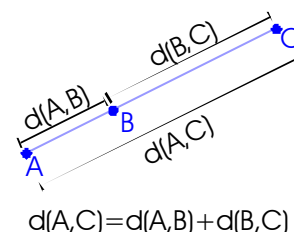
Exemplo: Discute a validez dos razoamentos utilizados polos xogadores de lotería primitiva que se mencionan no apartado 2 dos xeitos de definir a probabilidade.

Axiomas da probabilidade

En Matemáticas, cando se quere elaborar a base teórica dun concepto, comparase con outros semellantes e establécense cales son as características básicas comúns a todos eles.

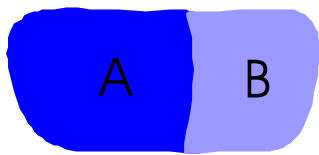
A probabilidade é unha *medida* polo que podemos comparala con outros tipos de medida, como a lonxitude:

- I. Medir unha lonxitude é comparar esa lonxitude con outra que eliximos como patrón, o metro.
- II. Unha lonxitude é sempre maior que 0.
- III. A distancia entre dous puntos é igual a suma das distancias deses puntos a un punto intermedio entre eles.



¹ Datos obtidos cun programa de simulación nunha calculadora programable.

DESIGUALDADE TRIANGULAR



Se $A \cap B = \emptyset$
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Podemos definir calquera medida a partir desas tres propiedades básicas que, no caso da probabilidade, quedan da forma:

- I. Unidade de medida: $P(E)=1$.
- II. Valores sempre maiores ou iguais a 0: $P(A) \geq 0 \forall A \subset E$.
- III. A probabilidade da unión de dous sucesos incompatibles e a suma das probabilidades:
 $A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Consecuencias dos axiomas da probabilidade son:

a) $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

Demostración:

$$P(E) = P(A \cup \bar{A}) \underset{\substack{\uparrow \\ A \cap \bar{A} = \emptyset}}{=} P(A) + P(\bar{A}) = 1 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

b) $P(\emptyset) = 0$

Probabilidade condicionada

Definímo-la **probabilidade do suceso A condicionada a B** como a probabilidade de que ocorra A supoñendo que ocorre B:

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Ou sexa, considerando que os casos posibles son só aqueles nos que sucede B.

Dous sucesos A e B son independentes cando o feito de ocorrer un non inflúe na probabilidade de que ocorra o outro: $P\left(\frac{A}{B}\right) = P(A)$ e $P\left(\frac{B}{A}\right) = P(B)$

Se dous sucesos son independentes, a probabilidade da súa intersección é o produto das probabilidades:

$$A \text{ e } B \text{ independentes} \Rightarrow P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = P(A)$$

$$\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = P(A) \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Probabilidades de Laplace

É un xeito de defini-la probabilidade, cando tódolos resultados do experimento teñen as mesmas posibilidades de verificarse:

$$\text{Probabilidade} = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$$

A probabilidade dun suceso é a relación entre as posibilidades de que ocorra ese suceso e as posibilidades de que ocorra o suceso seguro.

Exemplo: Estudiamos, nun grupo de alumnos, a cantos lles gusta o fútbol e obtemos os seguintes resultados:

	Alumnos	Alumnas
Gústalles o fútbol	8	10
Non lles gusta	4	12

Considera os sucesos $A = \{\text{ser rapaza}\}$ e $B = \{\text{gustarlle o fútbol}\}$. Elixindo un alumno ó chou, calcula as seguintes probabilidades expresándoas como operacións entre os sucesos A e B:

- a) ¿Probabilidade de ser rapaza? b) ¿Probabilidade de non ser rapaza?
c) ¿Cal é a probabilidade de que lle guste o fútbol? d) ¿Que porcentaxe son rapazas e gústalle o fútbol?
e) ¿Cal é a probabilidade de que sexa home ou gústelle o fútbol? f) ¿Cal é a probabilidade de que sendo rapaza lle guste o fútbol?

Solución: Como as posibilidades de elixir a cada un son as mesmas, podemos utilizar as probabilidades de Laplace.

Casos posibles: $8+4+10+12=34$

- a) Casos favorables: $10+12=22$ $P(A) = \frac{22}{34}$
b) Casos favorables: $8+4=12$ $P(\bar{A}) = \frac{12}{34}$
c) Casos favorables: $8+10=18$ $P(B) = \frac{18}{34}$
d) Casos favorables: 10 $P(A \cap B) = \frac{10}{34}$

Para pasar unha probabilidade á porcentaxe só temos que multiplicar por 100: 29'41% son rapazas e gústalle o fútbol.

- e) Casos favorables: $8+4+10=22$ $P(\bar{A} \cup B) = \frac{18}{34}$
f) Trátase dunha probabilidade condicionada:
Gustarlle o fútbol sabendo que é muller: $P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{10}{22} = 0'454$

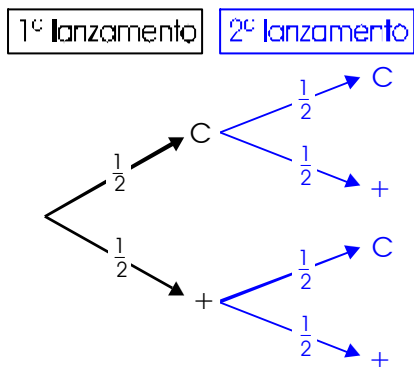
Experimentos compostos

Un experimento composto é o que podemos descompoñer en dous ou máis experimentos mais simples. Dese xeito é moito máis doado calcular a probabilidade dun suceso.

Exemplo: Lanzamos dúas moedas e anotamos as caras que saen.
¿Cal é a probabilidade de cada resultado?

Solución: Podemos dividilo en dous máis simples: Lanzar unha moeda, anota-lo resultado e lanza-la outra e anota-lo resultado.

Como os resultados dun non inflúen nos do outro, os experimentos son **independentes**.



Podemos calcula-la probabilidade dun resultado do experimento composto a partir dos resultados dos experimentos simples.

Probabilidade de saír 2 caras:

$$P\{(C, C)\} = P\{(C \text{ no } 1^\circ)\} \cdot P\{(C \text{ no } 2^\circ)\} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Fíxate que no experimento composto o suceso {saír dúas caras} é a intersección dos sucesos {saír cara no 1º lanzamiento} e {saír cara no 2º lanzamiento}

Probabilidade de 1 cara e 1 cruz:

$$P\{(C, +)\} = P\{(C \text{ } 1^\circ)\} \cdot P\{(+ \text{ } 2^\circ)\} + P\{(+ \text{ } 1^\circ)\} \cdot P\{(C \text{ } 2^\circ)\} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Probabilidade de saír 2 cruces:

$$P\{(+, +)\} = P\{(+ \text{ } 1^\circ)\} \cdot P\{(+ \text{ } 2^\circ)\} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

Terminoloxía

- **Experimento aleatorio:** Experimento ao que non podemos predicirlelo resultado e que podemos repetir as veces que desexemos nas mesmas condicións.
- **Espacio mostral:** Conxunto de tódolos posibles resultados dun experimento aleatorio.
- **Suceso:** Conxunto de resultados dun experimento aleatorio.
- **Suceso imposible $\emptyset$:** Suceso que non contén ningún resultado.
- **Suceso seguro E :** Formado pola totalidade dos resultados.
- Complementario de A : Suceso formado polos resultados que non están en A , $\bar{A}$.

Operacións con sucesos

- **Unión:** É o suceso $A \cup B$ formado polos resultados que pertencen a A ou a B .
- **Intersección:** É o suceso $A \cap B$ formado polos resultados que pertencen a A e a B .
Se a intersección de dous sucesos é $\emptyset$ diremos que os sucesos son **incompatibles**.
- **Diferencia:** Suceso formado polos elementos de A que non están en B :
 $A - B = A \cap \bar{B}$

Probabilidade

- É un número que mide a posibilidade de que se verifique un suceso.
- É o límite da frecuencia relativa cando o número de veces que se repite o experimento tende a infinito.
- **Axiomas da probabilidade**
 - Unidade de medida: $P(E)=1$.
 - Valores sempre maiores ou iguais a 0: $P(A) \geq 0 \forall A \subset E$.
 - Desigualdade triangular: $A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- **Probabilidade condicionada:** Probabilidade de A supoñendo que ocorre B :

$$P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Leftrightarrow P(A \cap B) = P\left(\frac{A}{B}\right) \cdot P(B)$$
- **Sucesos independentes:** A probabilidade da intersección é o produto das probabilidades: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
- **Probabilidades de Laplace:** Cando os resultados son equiprobables, podemos definir a probabilidade dun suceso como:

$$\text{Probabilidade} = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$$

Combinatoria

Para aplicar as probabilidades de Laplace é necesario contar os casos posibles e os casos favorables, cousa que non sempre é tan doado como parece.

Problema: Un señor cubre tódalas semanas unha aposta da primitiva ¿Cal é a probabilidade de que obteña un premio de 1ª categoría (acerte os seis números)?

Solución: Como é sabido, na primitiva elíxense seis números dun total de 49. Saber de cantos xeitos diferentes se pode facer esa elección (casos posibles) é realmente complicado.

Empecemos por problemas máis simples:

- Elixindo 1 número a resposta é inmediata: 49 posibilidades.
- Elixindo 2 serían: 49 para o 1º e 48 para o 2º, en total $49 \cdot 48$. Pero dese xeito contamos dúas veces cada elección segundo a orde no que elixamos os números, polo que as posibilidades serán $49 \cdot 48 / 2$.
- Elixindo 3: $49 \cdot 48 \cdot 47$ dividido por tódolos xeitos posibles de ordenar tres números, 6: $(49 \cdot 48 \cdot 47) / (3 \cdot 2)$
-
- Elixindo 6: $(49 \cdot 48 \cdot \dots \cdot 44) / (6 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 2) = 13.983.816$

A **Combinatoria** proporciónanos unha serie de fórmulas e procedementos para contar de cantos xeitos diferentes se pode facer unha elección de varios obxectos de entre unha colección.

Fórmulas combinatorias

Queremos saber de cantos xeitos podemos elixir grupos de m obxectos de entre unha colección formada por n obxectos.

Loxicamente, segundo fagamos a elección, teremos máis ou menos xeitos diferentes de facela. En particular, dependerá de si debemos ter en conta a orde ou non e de si pode repetirse un mesmo obxecto en cada elección.

Exemplo: Nunha clase queremos elixir 2 persoas para ocupar os postos de delegado e subdelegado respectivamente. ¿Importa a orde no que se elixen esas dúas persoas? ¿Pode repetirse unha mesma persoa nunha elección?

Solución: A resposta a primeira pregunta é SI, posto que non é equivalente elixir a Manolo para delegado e Maria subdelegada que elixir a Maria delegada e Manolo subdelegado. Cambiando a orde cambiamos a elección.

A resposta a segunda cuestión é NON, non podemos elixir a mesma persoa para delegado e subdelegado.

Exemplo: Cubrir unha primitiva consiste en elixir 6 números dun total de 49. ¿importa a orde na que se fai? ¿Pode repetirse un número?

Solución: Claramente NON pode repetirse (non podemos marcar dúas veces o mesmo número) e NON importa a orde no que elixamos os números, marcar 2, 4, 14, 15, 17, 32 é o mesmo que marcar 4, 2, 15, 14, 32, 17.

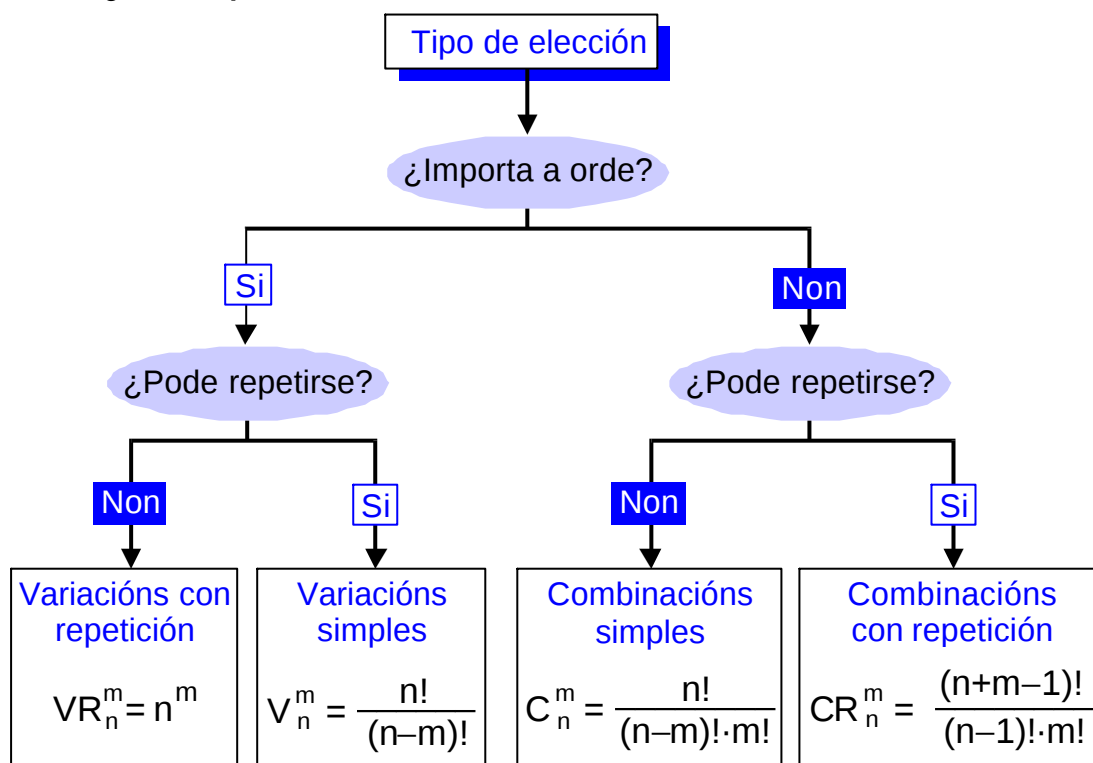
- **Factorial dun número natural:** Nas fórmulas combinatorias aparece o produto dun número por tódolos números naturais máis pequenos agás o 0, é o que chamamos factorial dun número e representámolo cun !: $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 1$

Por cuestións de notación $0! = 1$.

- **Principais fórmulas combinatorias:** Son as correspondentes a variacións, permutacións e combinacións

Para descubrir que fórmula debe usarse en cada caso debemos contesta-las seguintes preguntas:

- **¿Tense en conta a orde nos elementos de cada elección?** Dito doutro xeito, cambiando a orde dos elementos ¿resultan eleccións diferentes?
- **¿Pode repetirse un mesmo elemento nunha elección?**



Exemplo: Nunha clase de 24 alumnos ¿De cantos xeitos se pode elixir un delegado e un subdelegado?

Solución: Debemos ter en conta a orde e non pode repetirse nunha mesma elección un alumno, polo tanto son variacións de 24 elementos elixidos de 2 en 2: $V_{24}^2 = \frac{24!}{(24-2)!} = 24 \cdot 23 = 552$

Exemplo: ¿Cantos números naturais de tres cifras se poden facer cos díxitos 1,2,3,4,5?

Solución: Debemos ter en conta a orde (non é o mesmo 123 que 321) e poden repetirse (por exemplo 122), polo tanto trátase de variacións con repetición: $VR_5^3 = 5^3 = 125$

Exemplo: ¿De cantos xeitos se pode sentar á mesa unha familia de cinco membros?

Solución: Debemos ter en conta a orde e non poden repetirse, polo tanto trátase de variacións. Cando se elixe a totalidade da colección en cada elección, as variacións reciben o nome de permutacións. A fórmula é:

$$P_5 = V_5^5 = 5! = 120$$

Exemplo: ¿De cantos xeitos diferentes podemos elixir unha comisión de 3 alumnos dunha clase de 15?

Solución: Dado que a orde da elección NON ten importancia e que NON poden repetirse un elemento nunha elección, trátase de combinacións.

$$C_{15}^3 = \binom{15}{3} = \frac{15!}{(15-3)! \cdot 3!} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 455$$

Exemplo: ¿Cantos resultados posibles hai o lanzar tres dados?

Solución: En cada lanzamento obtemos tres valores dunha colección de 6. A orde da elección NON ten importancia e pode repetirse unha mesma cara, trátase de combinacións con repetición:

$$CR_6^3 = \binom{8}{3} = \frac{8!}{(8-3)! \cdot 3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 56$$

Exemplo: Cubrindo unha aposta da primitiva, ¿cal é a probabilidade de acertar un premio de 2ª categoría (acertar 5)?

Solución: Dado que tódolos resultados son equiprobables, podemos utilizar as probabilidades de Laplace.

- **Casos posibles:** Xeitos de elixir 6 elementos dunha colección de 49 sen ter en conta a orde e sen que podan repetirse:

$$C_{49}^6 = \binom{49}{6} = \frac{49!}{(49-6)! \cdot 6!} = 13983816$$

- **Casos favorables:** Xeitos de acertar 5 dun total de 6 que marcamos nesa aposta.

$$C_6^5 = \binom{6}{5} = \frac{6!}{(6-5)! \cdot 5!} = 6$$

- **Probabilidade:** $\frac{6}{13983816} = 0'00000043$

Exercicios e actividades

- 1** A 180 estudantes dun instituto preguntóuselles se sabían frixir un ovo, obténdose as respostas que aparecen na táboa. Pídese:
- | | Alumnos | Alumnas |
|-------|---------|---------|
| Saben | 15 | 80 |
| Non | 75 | 20 |
- a) ¿Que porcentaxe de alumnos homes saben frixir un ovo? ¿E de alumnas?
- b) Dos que saben frixir un ovo, ¿que porcentaxe son homes?
- c) ¿Son independentes os sucesos ser home e saber frixir un ovo?
- 2** Nunha familia de tres membros (pai, nai e un fillo) o 80% dos días fai a compra o pai, ó 40% a nai, e 30% o fillo. Ademais o 20% fana o pai e a nai xuntos, ó 10% ó pai e o fillo, o 20% a nai e o fillo e o 5% ós tres. Pídese:
- a) Porcentaxe de días nos que fan a compra.
- b) Porcentaxe de días nos que só a fai o pai.
- c) Se un día fixeron a compra, ¿cal é a probabilidade de que a fixese o pai?
- 3** Estudiouse a efectividade dunha vacina contra a gripe nun grupo de 500 persoas. A 350 administróuselle a vacina, das que colleron a gripe 75; e as outras 150 un placebo, das que enfermaron 50. Elixindo unha persoa ó chou do grupo de 500, pídese::
- a) ¿Probabilidade de estar vacunado e coller a gripe?
- b) ¿ Probabilidade de estar vacunado ou coller a gripe?
- c) ¿ Probabilidade de estar vacunado se colleu a gripe?
- d) ¿ Probabilidade de coller a gripe estando vacunado?
- 4** Nun grupo dun instituto hai 18 alumnas e 12 alumnos. Queremos elixir un delegado e un subdelegado, Pídese:
- a) Probabilidade de que o delegado sexa home e a subdelegada muller.
- b) Probabilidade de que os dous sexan do mesmo sexo.
- c) Probabilidade de que o subdelegado sexa home sabendo que a delegada foi muller.
- 5** Nun grupo de 1º de bacharelato hai 30 alumnos, o 60% rapazas. Aproban Matemáticas 20 e, entre os rapaces, hai 6 que suspenden Matemáticas. Elixindo un alumno ó chou, pídese:
- a) Probabilidade de que sexa rapaza e aprrobe Mates.
- b) Probabilidade de que aprobando Mates, sexa rapaza.
- c) ¿Son os sucesos “ser rapaza” e “aprobar Mates” incompatibles? ¿Son independentes?
- 6** O 20% dos empregados dunha empresa son enxeñeiros e outro 20% son economistas. O 75% dos enxeñeiros ocupan un posto directivo e o 50% dos economistas tamén, mentres que dos non-enxeñeiros e non-economistas soamente o 20% ocupan un posto directivo. ¿Cal é a probabilidade de que un directivo elixido ó chou sexa enxeñeiro?
- 7** Xoan e Pedro lanzan unha pelota a un branco. A probabilidade de que Xoan dea no branco é $\frac{1}{3}$ e a probabilidade de que dea Pedro é $\frac{1}{4}$. Supóñase que Xoan lanza primeiro e que os dous rapaces vanse turnando para lanzar. Calcula a probabilidade de que:
- a) O primeiro en dar no branco sexa Xoan no 2º lanzamento.
- b) ¿Xoan dea no branco antes de que o faga Pedro?
- 8** Nunha enquisa realizada entre estudantes de COU, sábese que o 40% le o xornal e o 30% le algunha revista de información xeral. Ademais o 10% le revistas pero non o xornal.
- a) ¿Cal é a probabilidade de que un estudante elixido ó chou lea o xornal ou revistas?
- b) ¿Cal é a probabilidade de que un estudante non lea revistas, sabendo que le o xornal?

- 9** Nunha fábrica de autocares detectouse que 1 de cada 100 tiñan problemas co peche da porta. Coma medida de precaución, a cada autocar fáiselle unha verificación. O test non é fiable do todo pois, se o coche ten problema coa porta descúbreeo nun 95% dos casos, mentres que se non o ten, nun 2% das veces indica que si o ten. Pídese:
- ¿Probabilidade de que un autocar teña problema coa porta e non se lle detecte no test?
 - Probabilidade de que non teña problema coa porta se o test indica que si o ten.
- 10** Un problema debe ser resolto por tres alumnos, a probabilidade de que o resolva o primeiro é $\frac{2}{5}$, de que o faga o segundo $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{5}$ terceiro.
- ¿Cal é a probabilidade de que só un o resolva?
 - ¿Cal é a probabilidade de que polo menos un resolva o problema?
- 11** Un xoieiro merca reloxo a dúas casas proveedoras. A primeira séllelle o 60% dos reloxo, dos que un 0'4% son defectuosos e a segunda proporciónalle o resto, sendo defectuosos o 1'5%. Un día, o xoieiro, o vender un reloxo, observa que este non funciona. Atopa a probabilidade de que o reloxo proceda da primeira casa provedora.
- 12** Nun fogar, 4 de cada 5 chamadas son para os fillos e 1 para os pais. Os fillos están fora da casa o 50% do tempo e os pais o 25%. Calcula a probabilidade de que non estea ninguén para colle-lo teléfono e a probabilidade de que estea presente o destinatario da chamada.
- 13** As probabilidades de acertarlle a un branco de tres tiradores A, B e C son respectivamente $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{3}$. Se cada un deles dispara unha soa vez ó branco, calcula:
- A probabilidade de que acerte só un.
 - A probabilidade de que polo menos un acerte.
 - A probabilidade de que acerten dous.
- 14** Nunha clase un 40% dos alumnos aprobaron Filosofía e un 50% aprobou Matemáticas. Sábese que a probabilidade de aprobar Filosofía se se aprobou Matemáticas é 0'6.
- ¿Que porcentaxe de alumnos aprobaron as dúas materias?
 - Dos alumnos que aprobaron Filosofía ¿que porcentaxe aprobou Matemáticas?
- 15** Estímase que o 30% dos habitantes dunha vila son obesos e que un 3% ten diabetes. Se o 2% son obesos e diabéticos, ¿cal é a probabilidade de que unha persoa elixida ó chou sexa obesa ou teña diabetes? ¿Que porcentaxe de diabéticos hai entre os obesos?
- 16** 2% dos individuos dunha poboación son diabéticos. Entre os diabéticos só a metade saben que son diabéticos. Se se selecciona aleatoriamente un individuo, ¿cal é a probabilidade de que sexa diabético e non teña coñecemento de selo?
- 17** Catro rapaces romperon xogando o xarrón da aboa. Decidiron xogarse á “palliña máis curta” quen llo di ós pais. O xogo consiste en que un deles colle catro palliñas, unha máis curta cas outros e van elixindo unha cada un. O 1º elixe unha de 4 e, se non lle toca a curta, o 2º elixe unha das 3 que quedan e así sucesivamente. Estudia se é un xogo xusto (tódolos xogadores teñen a mesma probabilidade de sacar a curta).

Problema: Dous equipos enfrentanse nun torneo de boliebol. A victoria é para o primeiro que consiga ganar dous partidos. A probabilidade de que gañe o equipo A é $\frac{3}{5}$ e de que o faga o B $\frac{2}{5}$. ¿cal é a probabilidade de que gañe o torneo o equipo B?

Problema: Nun grupo de 8 persoas, cal é a probabilidade de que dúas (e só dúas) cumpran anos o mesmo día.