

IES de Sar

**[PROGRAMACIÓN
DIDÁCTICA DE
MATEMÁTICAS]**

[...]

Táboa de contidos

CONSIDERACIÓNS XERAIS SOBRE A PROGRAMACIÓN DIDÁCTICA DO DEPARTAMENTO.....	4
MEMBROS DO DEPARTAMENTO E CURSOS QUE IMPARTEN.....	5
EDUCACIÓN SECUNDARIA OBRIGATORIA.....	6
ENFOQUE METODOLÓXICO DA ÁREA.....	6
AS UNIDADES DIDÁCTICAS.....	6
AVALIACIÓN.....	6
MEDIDAS DE ATENCIÓN Á DIVERSIDADE.....	7
OS CONTIDOS TRANSVERSAIS E O SEU TRATAMENTO.....	8
AS COMPETENCIAS BÁSICAS NA ÁREA DE MATEMÁTICAS.....	9
OBXECTIVOS DA ETAPA.....	10
CRITERIOS DE AVALIACIÓN DA ETAPA.....	10
1º ESO.....	12
OBXECTIVOS.....	12
CRITERIOS DE AVALIACIÓN.....	12
COMPETENCIAS BÁSICAS.....	13
2º ESO.....	24
OBXECTIVOS.....	24
CRITERIOS DE AVALIACIÓN.....	25
COMPETENCIAS BÁSICAS.....	26
3º ESO.....	44
OBXECTIVOS.....	44
CRITERIOS DE AVALIACIÓN.....	45
COMPETENCIAS BÁSICAS.....	46
4º ESO.....	57
OBXECTIVOS.....	57
CRITERIOS DE AVALIACIÓN.....	57
COMPETENCIAS BÁSICAS.....	58
4.º ESO. MATEMÁTICAS OPCIÓN A.....	59
4º ESO. MATEMÁTICAS OPCIÓN B.....	74
BACHARELATO.....	90
CONSIDERACIÓNS XERAIS.....	90
METODOLOXÍA.....	90
ATENCIÓN Á DIVERSIDADE.....	91
AVALIACIÓN.....	92
BACHARELATO DE CIENCIAS E TECNOLOXÍA.....	92
MATEMÁTICAS I E II.....	92
OBXECTIVOS.....	92
CRITERIOS DE AVALIACIÓN.....	92
1º BACHARELATO DE CIENCIAS E TECNOLOXÍA. MATEMÁTICAS I.....	93
2º BACHARELATO DE CIENCIAS E TECNOLOXÍA. MATEMÁTICAS I.....	124
BACHARELATO DE HUMANIDADES E CC.SS.	157
MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CC.SS. I E II.....	157
OBXECTIVOS.....	157
CRITERIOS DE AVALIACIÓN.....	157
1º BACHARELATO DE HUMANIDADES E CC.SS. MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CC.SS. I.....	159
2º BACHARELATO DE HUMANIDADES E CC.SS. MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CC.SS. II.....	188
PROGRAMA DE REFORZO PARA A RECUPERACIÓN DAS MATERIAS PENDENTES DE CURSOS ANTERIORES.....	217
CALENDARIO DE PROBAS PARA Ó ALUMNADO COAS MATEMÁTICAS PENDENTES.....	217
MATERIA POR PARCIAIS.....	218
PROCEDEMENTOS DE CUALIFICACIÓN.....	219

MATERIA PENDENTE DE CURSOS ANTERIORES.....	219
ALUMNADO DE ESO.....	219
ALUMNADO DE BACHARELATO.....	219
CONTIDOS MÍNIMOS ESIXIBLES PARA A OBTENCIÓN DUNHA AVALIACIÓN POSITIVA.....	220
1º ESO.....	220
2º ESO.....	221
3º ESO.....	222
4º ESO OPCIÓN A.....	223
4º ESO OPCIÓN B.....	224
1º BACHARELATO: MATEMÁTICAS I.....	226
1º BACHARELATO: MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CCSS I.....	228
2º BACHARELATO: MATEMÁTICAS II.....	230
2º BACHARELATO: MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CCSS II.....	230
TEMPORALIZACIÓN. DISTRIBUCIÓN DA MATERIA DOS DISTINTOS CURSOS.....	232
ESO.....	232
BACHARELATO.....	232
ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS E EXTRAESCOLARES.....	233
PLAN DE INTEGRACIÓN, NO ENSINO-APRENDIZAXE DAS MATEMÁTICAS, DAS TECNOLOXÍAS DA INFORMACIÓN E DA COMUNICACIÓN.....	234
OBXECTIVOS XERAIS.....	234
OBXECTIVOS ESPECÍFICOS.....	234
DESENVOLVEMENTO POR BLOQUES TEMÁTICOS.....	235
PLAN PARA O FOMENTO DA LECTURA.....	237
OBXECTIVOS XERAIS.....	237
PROPOSTA DE ACTIVIDADES.....	237
BIBLIOGRAFÍA RECOMENDADA.....	239
LIBROS DE TEXTO.....	239
LIBROS DE LECTURA.....	240

CONSIDERACIÓNS XERAIS SOBRE A PROGRAMACIÓN DIDÁCTICA DO DEPARTAMENTO

No que afecta aos cursos de ESO e 1º de Bacharelato, introducimos soamente lixeiras modificacións na súa redacción xa que foron adaptados á LOE no seu momento. Ademais o departamento aporta a súa proposta sobre o fomento da lectura na actividade lectiva e a introdución das TIC na aula.

Dado que no 2º curso do Bacharelato implántase neste curso a LOE, parece oportuno introducir as modificacións pertinentes na programación didáctica, polo que nese curso modifícase a proposta para este nivel, agás naqueles aspectos que se ven afectados polo Plan de Fomento da Lectura ou a introdución das TIC que xa foron abordados o curso pasado.

Para a avaliación final terase en conta o traballo e a actitude do alumno na aula ó longo de todo o curso, así como os resultados das probas escritas que cada profesor realiza. Déixase a elección de cada membro do departamento a valoración de cada un destes aspectos, sempre respetando os criterios de avaliación e os procedementos de cualificación desta programación didáctica.

A programación vai dirixida a un alumnado heteroxéneo e ha de servir ás aspiracións de grupos diversos, radicados en zonas distintas da cidade e do seu entorno próximo.

O Centro ten implantado o Bacharelato das Artes, polo que a programación debe coidar os aspectos xeométricos necesarios para que os alumnos que opten por esta modalidade teñan a base suficiente para encarar estes estudos sen problemas.

Cada unidade está programada cos seus obxectivos, criterios de avaliación, competencias básicas, contidos (conceptos, procedementos e actitudes) propios, aspectos metodolóxicos, suxestións e materiais didácticos. Inclúense tamén os obxectivos, criterios de avaliación e competencias básicas xerais de cada unha das etapas educativas.

MEMBROS DO DEPARTAMENTO E CURSOS QUE IMPARTEN

O Departamento de Matemáticas do IES de Sar queda constituído para o presente curso escolar co seguinte profesorado:

Dona M^a Jesús Butrón Vila, que impartirá un grupo de Matemáticas de 3^o ESO (desdobre), un grupo de Matemáticas opción A de 4^o de ESO, un grupo de Matemáticas Aplicadas ás Ciencias Sociais II de 2^o de Bacharelato e un grupo de Matemáticas I de 1^o de Bacharelato.

Dona Rosa Fernández Castiñeiras, que impartirá dous grupos de Matemáticas de 2^o ESO, un grupo de Matemáticas opción B de 4^o de ESO, un grupo de Matemáticas II de 2^o de Bacharelato e un reforzo educativo para un grupo de 2^o de ESO.

Dona Mercedes Oubiña Lodeiro, que impartirá dous grupos (desdobres) de Matemáticas de 1^o de ESO, un grupo de Matemáticas de 3^o de ESO (desdobre), un grupo de Matemáticas Aplicadas ás Ciencias Sociais I de 1^o de Bacharelato e un reforzo educativo para un grupo de 2^o de ESO.

Dona Pilar González Pérez, profesora do departamento de Tecnoloxía, que impartirá un grupo de Matemáticas de 1^o ESO (desdobre).

Dona M^a Carmen Quintanilla Louzao, profesora do departamento de Bioloxía e Xeoloxía, que impartirá un grupo de Matemáticas de 1^o ESO (desdobre).

En Santiago, a 17 de setembro de 2009.

Asdo: M^a Jesús Butrón Vila

Asdo: Rosa Fernández Castiñeiras

Asdo: Pilar Sexto Alende
(Profesora substituta de Mercedes Oubiña Lodeiro)

Asdo: Pilar González Pérez

Asdo: M^a Carmen Quintanilla Louzao

EDUCACIÓN SECUNDARIA OBRIGATORIA

ENFOQUE METODOLÓXICO DA ÁREA

Os criterios metodolóxicos que presiden a elaboración do Proxecto Curricular de Matemáticas para a etapa de Educación Secundaria Obrigatoria asumen unha concepción constructivista da aprendizaxe. Isto implica ter en conta o punto de partida do alumno e o proceso que este segue para elaborar os *Conceptos* matemáticos.

O nivel anterior de contacto coas matemáticas dos alumnos e as alumnas maniféstase nos coñecementos previos. A partir destes construímos novos *Conceptos*, traballando sobre unha gran variedade de situacións concretas. Procédese por aproximacións sucesivas, desde a meramente manipulativa e a comprensión intuitiva, pasando por etapas intermedias de representación (mediante debuxos, esquemas, gráficos, etc.), ata a comprensión razoada co manexo de notacións, figuras e símbolos abstractos.

As estratexias e técnicas metodolóxicas a seguir sintetízanse da seguinte forma:

- a) Pártese do nivel de desenvolvemento do alumno, nos seus distintos aspectos, para construír, a partir de aí, outras aprendizaxes que favorezan e melloren o devandito nivel de desenvolvemento.
- b) Sublíñase a necesidade de estimular o desenvolvemento de capacidades xerais e de competencias básicas e específicas por medio do traballo das materias.
- c) Dáse prioridade á comprensión dos contidos que se traballan fronte á súa aprendizaxe mecánica.
- d) Propíciense oportunidades para poñer en práctica os novos coñecementos, de modo que o alumno poida comprobar o interese e a utilidade do aprendido.
- e) Foméntase a reflexión persoal sobre o realizado e a elaboración de conclusións con respecto ao que se aprendeu, de modo que o alumno poida analizar o seu progreso respecto dos seus coñecementos.
- f) Todos estes principios teñen como finalidade que os alumnos sexan, gradualmente, capaces de aprender de forma autónoma.

AS UNIDADES DIDÁCTICAS

Os criterios metodolóxicos plásmanse nas unidades didácticas. En cada unha delas contémpnanse as seguintes fases:

- Plantéxase unha situación problemática da vida cotiá cercana ós estudantes, que pretende conectar con eles e promover actitudes positivas cara a aprendizaxe.
- Actualízanse os coñecementos previos directamente relacionados cos contidos da unidade.
- No desenvolvemento de cada contido, pártese de contextos do entorno do alumno e promóvese a observación de situacións concretas para obter conclusións matemáticas ou preparatorias de conceptos matemáticos.
- Atendendo ó carácter marcadamente procedimental das matemáticas, no que inciden con tanto énfase os currículos, desenvólvense técnicas e estratexias de resolución de problemas e promóvese a utilización e aplicación das mesmas.
- Ademais das conexións interdisciplinares que se establecen con outras áreas, a través dunha rica variedade de contextos, apórtase unha visión cultural das matemáticas. Para elo transcribíranse apuntes biográficos de grandes matemáticos e de aplicación dos contidos matemáticos na sociedade moderna.

AVALIACIÓN

A avaliación é un proceso que permite obter información co fin de reaxustar a interacción educativa e lograr unha mellor adecuación á realidade do alumno.

Os obxectivos xerais de matemáticas indican o que se debe avaliar. Pero a súa información non é o suficientemente concreta para definir o grado de aprendizaxe que se desexa constatar.

Por elo, propóñense os criterios de avaliación, que aínda que non fan referencia a tódalas aprendizaxes posibles e avaliábeles, si serven para indicar as aprendizaxes básicas.

O nivel de cumprimento dos obxectivos xerais en relación cos criterios de avaliación fixados non ha de ser medido de forma mecánica, senón con flexibilidade, e tendo en conta a situación do alumno e o curso en que se atopa, ademais das súas propias características e posibilidades.

No conxunto do proceso de avaliación pódense diferenciar tres pasos, cada un deles coas súas características específicas: a avaliación inicial, a avaliación formativa ou procesual e a avaliación sumativa ou final.

Avaliación inicial

A avaliación inicial é aquela que se leva a cabo ao comezo dunha nova secuencia de aprendizaxe para rexistrar e para diagnosticar as habilidades, actitudes, dificultades e coñecementos dos alumnos e das alumnas respecto aos novos contidos que se van tratar e para apreciar e para valorar as diferencias que existan dentro do grupo.

Entre os medios que se utilizan para levala a cabo están a análise da documentación existente no centro sobre os alumnos e sobre as alumnas, os informes dos profesores, os resultados de avaliacións anteriores, os cuestionarios, as respostas orais ou escritas, as tarefas nas que se poida observar a secuencia de pasos do contido procedemental que se desexa observar, etc.

Avaliación formativa

A avaliación formativa aplícase durante o proceso de aprendizaxe, sendo a técnica máis apropiada para este tipo de avaliación a observación sistemática, que se pode levar a cabo por diversos medios como as escalas de estimación, as listas de control, os anecdotarios e os diarios de clase.

Nesta fase cobran especial importancia as actividades diarias realizadas na aula, ben sexan orais ou escritas, individuais ou de grupo, xa que permiten a análise e a valoración das producións dos alumnos e das alumnas.

Poderanse ter en conta os seguintes aspectos:

- Preguntas do profesor ao alumno ou alumna, e "saídas ao encerado".
- Atención e actitude na clase.
- Interese das preguntas ao profesor.
- Participación nas discusións ou debates.
- Tarefas propostas para realizar na clase.
- Aportacións persoais ao desenvolvemento da unidade.
- Traballos encargados para estimular a reflexión fóra da aula.
- Traballos de investigación (individuais ou en grupo).
- "controis" ou probas curtas.
- Probas escritas.
- Caderno de clase.

Avaliación sumativa

Mediante a avaliación final ou sumativa comprobase o grao de consecución dos obxectivos fixados para o período de tempo do que se trate - etapa, ciclo, unidade didáctica - en función das aprendizaxes realizadas e tendo en conta os criterios de avaliación establecidos.

A avaliación final ou sumativa permitirá detectar os avances, as dificultades e os erros conceptuais dos alumnos e das alumnas antes de abordar a seguinte secuencia de aprendizaxe, así como constatar a validez da programación.

Nesta fase podería realizarse unha *proba escrita*, que parece oportuna ao final dun período: ao remate dunha unidade, ao final dun trimestre, ao final do curso, etc.

Estes datos, proporcionados pola avaliación final, non serán os únicos que se teñan en conta, senón que haberá que analízalos en relación cos obtidos na avaliación inicial e na formativa.

Para avaliar a aprendizaxe dos alumnos débese seguir un modelo de *avaliación continua* que inclúa as fases expostas anteriormente.

Por último, cómpre sinalar que a avaliación non pode ser un proceso pechado, senón que debe permitir a aparición e a valoración de resultados non previstos inicialmente.

MEDIDAS DE ATENCIÓN Á DIVERSIDADE

A atención á diversidade contéplase dende dous puntos de vista.

Por unha parte, ofreceranse unha gran variedade de contextos non matemáticos que poden servir de motivación, referencia e punto de partida a distintos alumnos e alumnas, ben polo seu diferente interese, ben pola distinta familiarización que teñan co contexto.

Por outra parte, tamén atenderase á diversidade no plantexamento das actividades. Por iso, na actividade da aula haberá que propor actividades básicas de reforzo e actividades de ampliación e profundización para aqueles alumnos e alumnas que o demanden.

Para o alumnado con graves carencias nas ferramentas instrumentais básicas realizarase un apoio individualizado en pequeno grupo na aula. O obxectivo fundamental é traballar cun grupo moi reducido de alumnado e prestar atención a rutinas básicas de cálculo numérico, álgebra e xeometría, que lles permitan incorporarse posteriormente ao seu grupo de referencia cunha maior garantía de acadar os obxectivos da Secundaria. Nas situación máis problemáticas, que requiran a intervención e axuda do profesorado de pedagogía terapéutica ou de audición e linguaxe, o profesor da materia elaborará a correspondente adaptación curricular seguindo as pautas marcadas polo departamento de orientación.

Durante este curso 2009-10 desdóbráronse tres grupos da ESO para unha maior atención individualizada: os dous grupos de 1º de ESO e o grupo de 3º de ESO. Para o alumnado con graves carencias en Matemáticas nos dous grupos de 2º de ESO impartíraselles un reforzo educativo.

OS CONTIDOS TRANSVERSAIS E O SEU TRATAMENTO

O Currículo Oficial, que recolle coñecementos relativos a conceptos, procedementos de traballo e valores, debe promover o desenvolvemento de novas actitudes e valores e debe ser o suficientemente flexible para recoller as novas necesidades formativas características dunha sociedade plural e en permanente cambio. Por elo, o Currículo, que debe dar resposta ó qué e cómo ensinar, contén un conxunto de ensinanzas que, integradas no propio programa das áreas, atrávesano ou imprégnano. Reciben a denominación xenérica de ensinanzas transversais e abarcan os seguintes campos: educación para a saúde e calidade de vida, educación ambiental, educación para a paz, educación do consumidor, educación para a igualdade entre os sexos, educación para o ocio, a educación vial, a comprensión e expresión oral escrita, a comunicación audiovisual e as tecnoloxías da información e comunicación. A elas incorporamos a cultura galega.

No caso da área de Matemáticas, é fácil apreciar que un currículo que contempla a inclusión de contidos relativos a procedementos e actitudes permite unha relación máis concreta cos eixos transversais. A vinculación apreciase con nitidez no caso da educación para o consumo, pero tamén pode materializarse en contidos relacionados coa educación vial (estimación e cálculo de distancias) e coa educación cívica e para a paz (flexibilidade para modificar o punto de vista, perseveranza na búsqueda de solucións, etc.).

Móstranse integrados os contidos comúns-transversais nos obxectivos, nas competencias específicas, nos diferentes bloques de contido e nos criterios de avaliación. Deste xeito entendemos que o fomento da lectura, o impulso á expresión oral e escrita, as tecnoloxías da información e a comunicación e a educación en valores son obxectos de ensino-aprendizaxe a cuxo impulso deberemos contribuír. Constitúen exemplos diso os seguintes:

Lectura comprensiva de textos continuos relacionados coa formulación e resolución de problemas.

Descrición verbal axustada de relacións cuantitativas e espaciais e *Procedementos* de resolución utilizando a terminoloxía precisa.

Interese pola investigación sobre formas e relacións xeométricas do contorno cotián e pola achega da xeometría a outras ciencias, en especial á arquitectura, a arte e a xeografía.

Valoración positiva do traballo en equipo á hora de planificar e desenvolver actividades relacionadas coa estatística.

Nas orientacións metodolóxicas das distintas unidades inclúense referencias específicas sobre a vinculación cos contidos transversais.

Traballáranse os seguintes contidos actitudinais:

- Adquisición e valoración dunha actitude crítica cara ao consumo.
- Toma de conciencia dos valores da convivencia pacífica e a igualdade entre sexos.
- Toma de conciencia dos valores propios da defensa do medio ambiente.
- Respecto aos profesores e compañeiros en tódalas manifestacións da actividade escolar e extraescolar.
- Valoración das formas adecuadas nos debates, respectando a quenda de palabra e as opinións contrarias.
- Valoración da importancia da adquisición de hábitos de hixiene e coidado da saúde.
- Adquisición e valoración de actitudes de comprensión e confraternidade cara aos grupos humanos diferentes.

AS COMPETENCIAS BÁSICAS NA ÁREA DE MATEMÁTICAS

A contribución das Matemáticas á consecución das competencias básicas da Educación Obrigatoria é esencial. Materialízase nos vínculos concretos que mostramos a continuación.

A competencia matemática atópase, pola súa propia natureza, intimamente asociada ás aprendizaxes que se abordarán no proceso de ensino/aprendizaxe da materia.

Competencia social e cidadá, vinculada ás Matemáticas a través do emprego da análise funcional e a estatística para estudar e describir fenómenos sociais. A participación, a colaboración, a valoración da existencia de diferentes puntos de vista e a aceptación do erro de xeito construtivo constitúen tamén un conxunto de *Actitudes* que cooperarán no desenvolvemento desta competencia.

Coñecemento e interacción co mundo físico. Unha significativa representación de contidos matemáticos ten que ver con ela. Son destacables, neste sentido, a discriminación de formas, relacións e estruturas xeométricas, especialmente co desenvolvemento da visión espacial e a capacidade para transferir formas e representacións entre o plano e o espazo.

Tratamento da información e competencia dixital, competencia para aprender a aprender e autonomía e iniciativa persoal. Comunicarse, solicitar información, retroalimentala, simular e visualizar situacións, obter e tratar datos, entre outras situacións de ensino/aprendizaxe, constitúen vías de tratamento da información, dende distintos recursos e soportes, que contribuirán a que o alumno desenvolva maiores cotas de autonomía e iniciativa e aprenda a aprender; tamén a perseveranza, a sistematización, a reflexión crítica e a habilidade para comunicar con eficacia os resultados do propio traballo.

Competencia en comunicación lingüística. As Matemáticas constitúen un ámbito de reflexión e tamén de comunicación e expresión. Apóianse, á vez que a fomentan, na comprensión e expresión oral e escrita na resolución de problemas (procesos realizados e razoamentos seguidos que axudan a formalizar o pensamento). A linguaxe matemática (numérica, gráfica, xeométrica e alxébrica) é un vehículo de comunicación de ideas que destaca pola precisión nos seus termos e pola súa gran capacidade para comunicar grazas a un léxico propio de carácter sintético, simbólico e abstracto.

A competencia en expresión cultural e artística tamén está vinculada aos procesos de ensino/aprendizaxe das matemáticas. Estas constitúen unha expresión da cultura. A xeometría é, ademais, parte integral da expresión artística da humanidade ao ofrecer medios para describir e comprender o mundo que nos rodea e apreciar a beleza das estruturas que creou. Cultivar a sensibilidade e a creatividade, o pensamento diverxente, a autonomía e o apaixonamento estético son obxectivos desta materia.

As competencias básicas da área recollerémolas ao longo do proxecto curricular coas referencias numéricas que as vinculan á proposta realizada pola Unión Europea:

- 1. Competencia en comunicación lingüística**
- 2. Competencia matemática**
- 3. Competencia no coñecemento e interacción co mundo físico**
- 4. Tratamento da información e competencia dixital**
- 5. Competencia social e cidadá**
- 6. Competencia cultural e artística**
- 7. Competencia para aprender a aprender**
- 8. Autonomía e iniciativa persoal**

A materia de Matemáticas mantén unha vinculación esencial coa competencia básica n.º 2. Así, todos os nosos enunciados incorporáranse de forma implícita.

OBXECTIVOS DA ETAPA

1. Mellorar a capacidade de pensamento reflexivo e incorporar á linguaxe e modos de argumentación as formas de expresión e razoamento matemático, tanto nos procesos matemáticos ou científicos como nos distintos ámbitos da actividade humana.
2. Recoñecer e propoñer situacións susceptibles de seren formuladas en termos matemáticos, elaborar e utilizar diferentes estratexias para abordalas e analizar os resultados utilizando os recursos máis apropiados.
3. Cuantificar aqueles aspectos da realidade que permitan interpretala mellor: utilizar técnicas de recollida da información e procedementos de medida, realizar a análise dos datos mediante o uso de distintas clases de números e a selección dos cálculos apropiados a cada situación.
4. Identificar os elementos matemáticos (datos estatísticos, xeométricos, gráficos, cálculos etc.) presentes nos medios de comunicación, internet, publicidade ou outras fontes de información. Analizar criticamente as funcións que desempeñan estes elementos matemáticos e valorar a súa achega para unha mellor comprensión das mensaxes.
5. Identificar as formas e relacións espaciais que se presentan na vida cotiá, analizar as propiedades e relacións xeométricas implicadas e ser sensible á beleza que xeran á vez que estimulan a creatividade e a imaxinación.
6. Utilizar de forma adecuada os distintos medios tecnolóxicos (calculadoras, ordenadores etc.) tanto para realizar cálculos como para buscar, tratar e representar informacións de índole diversa e tamén como axuda na aprendizaxe.
7. Actuar ante os problemas que se suscitan na vida cotiá de acordo con modos propios da actividade matemática, tales como a exploración sistemática de alternativas, a precisión na linguaxe, a flexibilidade para modificar o punto de vista ou a perseveranza na procura de solucións.
8. Elaborar estratexias persoais para a análise de situacións concretas e a identificación e resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos, e valorando a conveniencia das estratexias utilizadas en función da análise dos resultados e do seu carácter exacto ou aproximado.
9. Manifestar unha actitude positiva ante a resolución de problemas e mostrar confianza na propia capacidade para enfrontarse a eles con éxito e adquirir un nivel de autoestima adecuado, que lles permita gozar dos aspectos creativos, manipulativos, estéticos e utilitarios das matemáticas.
10. Integrar os coñecementos matemáticos no conxunto de saberes que se van adquirindo dende as distintas áreas, de modo que poidan empregarse de forma creativa, analítica e crítica.
11. Valorar as matemáticas como parte integrante da nosa cultura, tanto dende un punto de vista histórico como dende a perspectiva do seu papel na sociedade actual, e aplicar as competencias matemáticas adquiridas para analizar e valorar fenómenos sociais como a diversidade cultural, o respecto ao medio ambiente, a saúde, o consumo, a igualdade de xénero ou a convivencia pacífica.

CRITERIOS DE AVALIACIÓN DA ETAPA

1. Utilizar números naturais e enteiros, e fraccións e decimais sinxelos, as súas operacións e propiedades, para recoller, transformar e intercambiar información.
2. Resolver problemas para os que se precise a utilización das catro operacións con números enteiros, decimais e fraccionarios, utilizando a forma de cálculo apropiada e valorando a adecuación do resultado ao contexto.
3. Identificar e describir regularidades, pautas e relacións en conxuntos de números; utilizar letras para simbolizar distintas cantidades e obter expresións alxébricas como sínteses en secuencias numéricas, así como o valor numérico de fórmulas sinxelas.
4. Recoñecer e describir figuras planas, utilizar as súas propiedades para clasificalas e aplicar o coñecemento xeométrico adquirido para interpretar e describir o mundo físico, facendo uso da terminoloxía adecuada.
5. Estimar e calcular perímetros, áreas e ángulos de figuras planas, utilizando a unidade de medida adecuada.
6. Organizar e interpretar informacións diversas mediante táboas e gráficas, e identificar relacións de dependencia en situacións cotiás.
7. Facer predicións sobre a posibilidade de que un suceso ocorra a partir de información previamente obtida de forma empírica.

8. Utilizar estratexias e técnicas simples de resolución de problemas, tales como a análise do enunciado, o ensaio e erro, ou a resolución dun problema máis sinxelo, e comprobar a solución obtida e expresar, utilizando a linguaxe matemática adecuada ao seu nivel, o procedemento que se seguiu na resolución.

1º ESO

OBXECTIVOS

- Incorporar á linguaxe as distintas formas de expresión matemática (numérica, alxébrica, gráfica, xeométrica, lóxica, probabilística) para comunicar de xeito preciso e rigoroso situacións da vida cotiá. (Obx. 1 e 2)
- Analizar situacións da vida cotiá utilizando o pensamento reflexivo e a argumentación e razoamento matemáticos. (Obx. 1, 2)
- Utilizar técnicas de recollida de datos, procedementos de medida, os números naturais, enteiros, decimais e fraccionarios para a interpretación de situacións cotiás. (Obx. 2 e 3)
- Analizar as informacións gráfica e numérica presentes nos medios de comunicación, internet ou outras fontes de información de xeito crítico. (Obx. 3, 4 e 10)
- Utilizar a calculadora e os programas informáticos, tanto para realizar cálculos como para buscar, tratar e representar informacións de índole diversa, e tamén como axuda na aprendizaxe. (Obx. 6 e 7)
- Resolver problemas relacionados coa vida cotiá nos que interveñan números naturais, enteiros, decimais e fraccionarios, describindo verbalmente a estratexia seguida e comprobando as solucións obtidas. (Obx. 8 e 9)
- Recoñecer figuras planas e corpos xeométricos no espazo realizando medicións de ángulos, calculando áreas e volumes, utilizando os instrumentos idóneos e expresando o resultado das medicións nas unidades adecuadas. (Obx. 3 e 5)
- Mostrar confianza na propia capacidade para enfrontarse á resolución de problemas sendo perseverantes na procura de solucións. (Obx. 8 e 9)
- Gozar do compoñente lúdico, estético e creativo das matemáticas a través da realización de xogos (numéricos, xeométricos, probabilísticos etc.), a construción de formas xeométricas, problemas de enxeño etc. (Obx. 7 a 9).
- Actuar ante situacións da vida cotiá aplicando coñecementos matemáticos de números, medida, xeometría, álgebra, funcións e probabilidade. (Obx. 7 e 10)
- Valorar a utilidade das matemáticas, dos seus contidos e formas de facer na procura de solucións a problemas actuais relacionados co medio ambiente, a saúde... (Obx. 11)

Os obxectivos que figuran entre paréntese están en relación cos obxectivos xerais da área para a etapa.

CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Utilizar os números enteiros, racionais e reais para intercambiar información. (C. A. 1 e 3)
- Estimar e calcular o valor de expresións numéricas sinxelas de números naturais, enteiros, fraccións e decimais baseadas nas catro operacións elementais e as súas propiedades. (C. A. 1 e 3)
- Utilizar adecuadamente os conceptos de divisibilidade para resolver problemas de múltiplos e divisores dun número, e distinguir números primos e compostos. (C. A. 1 e 3)
- Resolver problemas relacionados coa vida cotiá describindo verbalmente o proceso elixido e as solucións obtidas, e utilizando correctamente as operacións, propiedades e a forma de cálculo precisa. (C. A. 1, 2 e 3)
- Expresar situacións da vida cotiá utilizando formas sinxelas da linguaxe matemática, en especial a linguaxe alxébrica. (C. A. 2 e 4)
- Relacionar a porcentaxe coa súa razón e co seu número decimal, así como calcular porcentaxes de cantidades, problemas con porcentaxes e a súa relación coa regra de tres simple directa. (C. A. 1 e 2)
- Representar e interpretar unha función mediante táboas, gráficas ou fórmulas, e saber pasar dunhas a outras. (C. A. 6)
- Debuxar e interpretar diagramas de sectores e de barras, co seu correspondente polígono de frecuencias. (C. A. 6 e 7)
- Calcular a media aritmética (simple e ponderada) e a moda dun conxunto sinxelo de datos. (C. A. 7)
- Identificar e construír a mediatriz dun segmento e a bisectriz dun ángulo, e aplicar as súas propiedades á resolución de problemas. (C. A. 5)
- Recoñecer, debuxar e describir as figuras planas en exercicios e no seu contorno inmediato distinguindo os seus elementos característicos, así como figuras no espazo. (C. A. 5 e 8)

- Estimar e calcular medidas indirectas utilizando o teorema de Pitágoras. (C. A. 5 e 4)
- Utilizar estratexias de resolución de problemas tales como a reorganización de información de partida, a procura de contraexemplos, a experimentación con casos particulares, a resolución dun problema análogo, pero máis sinxelo, ou a xeneralización. (C. A. 2 e 3)

Estes criterios están en relación cos criterios de avaliación da área para a etapa (numeración entre paréntese).

COMPETENCIAS BÁSICAS

- Aplicar destrezas relacionadas cos números naturais, enteiros, decimais e fraccións, a álgebra, a xeometría e as funcións para resolver situacións da vida cotiá. (C. B. 2, 3 e 7)
- Resolver problemas partindo da lectura comprensiva do enunciado aplicando as fases relacionadas coa planificación, execución de estratexias e interpretación do resultado. (C. B. 1, 2, 7 e 8)
- Utilizar de forma adecuada a calculadora e outros medios tecnolóxicos para traballar con números e as súas operacións, xeometría e probabilidade. (C. B. 2 e 4)
- Expresar situacións da vida cotiá utilizando formas sinxelas da linguaxe matemática, en especial a linguaxe alxébrica, valorando a simplicidade e utilidade do mesmo. (C. B. 2, 3, 7 e 8)
- Aplicar coñecementos xeométricos que permitan comprender mellor o mundo físico que nos rodea, relacionados con lonxitudes, perímetros e áreas, formas xeométricas, ángulos... (C. B. 2, 3 e 7)
- Representar e interpretar funcións que describen fenómenos da vida cotiá desenvolvendo curiosidade por coñecer a relación que existe entre as magnitudes representadas. (C. B. 2, 3 e 4)
- Diferenciar feitos aleatorios de casuais valorando a utilidade da estatística en diferentes ámbitos sociais, políticos e económicos, para interpretar, describir e predicir situacións reais. (C. B. 2, 3 e 5)
- Recoñecer a beleza das formas xeométricas do contorno e do coñecemento matemático como expresión da cultura. (C. B. 2 e 6)

Estas competencias están en relación coas competencias básicas para a etapa (numeración entre paréntese).

BLOQUE 1. Contidos comúns.

- Utilización de estratexias e técnicas simples na resolución de problemas, tales como a análise do enunciado, o ensaio e erro ou a resolución dun problema máis simple, e a comprobación da solución obtida.
- Expresión verbal do procedemento que se seguiu na resolución de problemas.
- Utilización correcta dos símbolos e das normas das matemáticas, valorando a precisión desta linguaxe.
- Interpretación de mensaxes que conteñan informacións sobre cantidades e medidas ou sobre elementos ou relacións espaciais.
- Confianza nas propias capacidades para afrontar problemas, comprender as relacións matemáticas e tomar decisións a partir delas.
- Perseveranza e flexibilidade na procura de solucións aos problemas.
- Planificación e realización de traballos matemáticos tanto individualmente como en equipo, mantendo *Actitudes* favorables de participación e diálogo.
- Utilización de ferramentas tecnolóxicas para facilitar os cálculos de tipo numérico, alxébrico ou estatístico, as representacións funcionais e a comprensión de propiedades xeométricas.
- Busca de información e lectura de textos sobre acontecementos e persoas relacionadas coas matemáticas ao longo da historia.

Deberá terse en conta que este primeiro bloque do curso, titulado Contidos comúns, debe tratarse a través dos demais bloques de contidos (Números, Álgebra, Xeometría, Funcións e gráficas, Estatística e probabilidade) vinculado a eles e aos contextos que se seleccionen para facilitarlle ao alumnado o logro dos obxectivos xerais e a adquisición das competencias básicas.

BLOQUE 2. Números.

UNIDADE 1: Números Naturais. **Divisibilidade**

Obxectivos

- Recoñecer e utilizar os números naturais e o sistema de numeración decimal, apreciando a súa utilidade na vida cotiá.
- Manexar con soltura as operacións con números naturais tanto mentalmente como con ou sin calculadora.
- Identificar e resolver situacións problemáticas nas que se utilicen as operacións con números naturais, desenvolvendo unha actitude crítica sobre a adecuación ou non da solución ao problema formulado.
- Aproximacións dos números naturais por redondeo.
- Utilizar con corrección a xerarquía das operacións nos cálculos nos que interveñen operacións combinadas de números naturais.
- Interpretar e utilizar as potencias de expoñente natural en diferentes contextos.
- Determinar a raíz cadrada ou enteira e o resto dun número natural.
- Resolución de problemas reais que impliquen o cálculo con números naturais.

Contidos conceptuais

- Linguaxe numérica. Nacemento e evolución numérica. Sistemas de numeración.
- Números naturais. Sistema de numeración decimal.
- Operacións con números naturais. Xerarquía das operacións.
- Potencias de expoñente natural. Operacións.
- A raíz cadrada exacta dun número natural. Aproximación e erro.

Contidos procedementais

- Utilización dos algoritmos da suma, resta, multiplicación e división de números naturais.
- Utilización da xerarquía e propiedades das operacións e das regras do uso da paréntese nos cálculos.
- Elaboración e utilización de estratexias persoais de cálculo mental coas propiedades das operacións.
- Formulación e resolución de problemas sinxelos que requiran a utilización das citadas operacións.
- Valoración crítica da conveniencia de utilizar o cálculo mental ou o lápiz ou papel para resolver un problema ou operación, en función da natureza dos números que aparezan.

Contidos actitudinais

- Valoración da precisión e utilidade do linguaxe numérico para representar, comunicar e resolver diferentes situacións relativas á vida cotiá.
- Confianza nas propias capacidades para afrontar problemas e realizar cálculos e estimacións numéricas.
- Actitude favorable na pescuda das solucións dos problemas e operacións, contrastando se a solución obtida é razoable ou non.

Competencias básicas

- Interpretar de forma crítica a información proviñente de diversos contextos que conteñen números naturais, relacionalos e utilízalos.

Criterios de avaliación

- Manexar con soltura as operacións con números naturais tanto mentalmente como con lapis e papel.
- Resolver situacións problemáticas nas que se utilicen as operacións con números naturais.
- Valorar criticamente a adecuación ou non da solución ao problema formulado.
- Utilizar con corrección a xerarquía das operacións nos cálculos nos que interveñen operacións combinadas de números naturais.
- Interpretar e utilizar as potencias de expoñente natural en diferentes contextos.
- Hallar a raíz cadrada dun número natural que sexa cadrado perfecto.

UNIDADE 2 : Divisibilidade

Obxectivos

- Identificar os múltiplos e os divisores dun número natural.

- Calcular o mínimo común múltiplo e o máximo común divisor de dous números naturais.
- Utilizar o mínimo común múltiplo e o máximo común divisor nun contexto de resolución de problemas.
- Aplicar a divisibilidade na resolución de problemas asociados a situacións cotiás.
- Identificar números primos e compostos.

Contidos conceptuais

- Múltiplos e divisores.
- Criterios de divisibilidade.
- Números primos e compostos.
- Múltiplos e divisores comúns. Mínimo común múltiplo e máximo común divisor.

Contidos procedementais

- Determinación de si un número é múltiplo ou divisor doutro número dado
- Obtención dos divisores dun número dividindo pola sucesión de números naturais.
- Cálculo do mínimo común múltiplo e do máximo común divisor a partir das observacións dos múltiplos e dos divisores comúns.
- Resolución de problemas sinxelos de divisibilidade utilizando o MCD ou o MCM.

Contidos actitudinais

- Valoración da linguaxe numérica como forma de interpretar e comunicar mensaxes e situacións da vida cotiá.
- Aprecio da utilidade da divisibilidade en distintos contextos.
- Interese pola orde e a busca de procedementos para a obtención de múltiplos e divisores.

Competencias básicas

- Utilizar de forma autónoma e razonada, estratexias para abordar situacións ou problemas planificando o proceso de resolución, desenrolando ordenadamente e mostrando seguridade e confianza nas propias capacidades.
- Coñecer, valorar e utilizar sistemáticamente as conductas asociadas á actividade matemática, tales como a orde, o contraste, a precisión e a revisión sistemática e crítica dos resultados.

Criterios de avaliación

- Recoñecer se un número dado é múltiplo ou divisor doutro.
- Obter os múltiplos dun número.
- Formular e aplicar os criterios de divisibilidade.
- Calcular os divisores dun número.
- Recoñecer números primos e compostos.
- Calcular a descomposición dun número en factores primos.
- Obter o MCD e MCM de varios números.
- Resolver problemas sinxelos de divisibilidade utilizando o MCD ou o MCM.

UNIDADE 3: Números enteiros

Obxectivos

- Utilizar os números enteiros para intercambiar informacións e resolver problemas da vida cotiá.
- Manexar as operacións con números enteiros e utilización da xerarquía e das regras de uso das parénteses en cálculos sinxelos.
- Utilizar os métodos de cálculo mental ou escrito, e determinar cal deles é o máis adecuado a unha determinada situación.
- Resolver problemas sinxelos para os que se precise a utilización das catro operacións con números enteiros.

Contidos conceptuais

- Necesidade de ampliar o conxunto dos números naturais co dos números negativos para expresar estados e cambios.
- Valor absoluto dun número enteiro.
- Representación e comparación de números enteiros.
- Operacións: adición e subtracción, multiplicación e división. Seu significado.
- Xerarquía de operacións. Uso da paréntese.

Contidos procedementais

- Interpretación e utilización de números enteiros en diferentes contextos.
- Utilización da xerarquía e propiedades das operacións e as regras de uso das parénteses en cálculos escritos con números enteiros.
- Identificación de problemas da vida cotiá que se resolvan mediante o uso de números enteiros.
- Emprego dos algoritmos de suma, resta, multiplicación e división de números enteiros.
- Elaboración e utilización de estratexias persoais de cálculo mental con números enteiros.

Contidos actitudinais

- Confianza nas propias capacidades para o cálculo e a investigación de propiedades numéricas.
- Apreciación da necesidade e conveniencia de usar números enteiros en situacións reais.
- Gusto pola corrección no uso dos signos matemáticos e das parénteses ao formular operacións con números enteiros.

Competencias básicas

- Interpretar de modo crítico a información provinte de diversos contextos, que conteñan distintos tipos de números para relacionalos e utilzalos, elixindo a representación mais convinte a cada caso.
- Recoñecer e calcular o resultado das operacións básicas con números naturais e enteiros, decidindo si é necesario dar unha resposta exacta ou aproximada, aplicando con seguridade a forma de cálculo pertinente (mental, por aplicación dun algoritmo ou con calculadora)
- Coñecer, valorar e utilizar sistemáticamente as conductas asociadas á actividade matemática, tales como a orde, contraste, precisión e revisión sistemática, e crítica dos resultados.

Criterios de avaliación

- Utilizar os números enteiros para intercambiar informacións e resolver problemas da vida cotiá.
- Comparar dous números enteiros dados, e ordenar varios números enteiros dados, utilizando criterios precisos.
- Resolver problemas prácticos que impliquen o uso dos números enteiros.
- Manexar as operacións con números enteiros en situacións concretas.
- Utilizar os métodos de cálculo mental ou escrito, e determinar cal deles é o máis adecuado a unha determinada situación.

UNIDADE 4: Números decimais**Obxectivos**

- Representar números decimais na recta.
- Operar con números decimais.
- Estimar o resultado de operacións con números decimais mediante o cálculo mental e o redondeo con distintos niveis de aproximación
- Comprobar cunha estimación si o resultado dunha operación con decimais é correcto ou non.
- Resolver problemas para os que se precise a utilización das catro operacións con números decimais elixindo a forma de cálculo apropiada e valorando a adecuación do resultado ao contexto.

Contidos conceptuais

- Partes dun número decimal.
- Comparación de números decimais. Representación dos números decimais na recta.
- Operacións con números decimais.

Contidos procedementais

- Utilización das operacións entre números decimais en contornos cotiás e en ámbitos científicos.
- Cálculo con números decimais, utilizando correctamente a xerarquía de operacións e o uso da paréntese.
- Resolución de problemas con números decimais utilizando estratexias básicas de resolución e o cálculo operacional.

Contidos actitudinais

- Valoración da linguaxe numérica como forma de interpretar e comunicar mensaxes e situacións da vida cotiá.
- Confianza nas propias capacidades para afrontar problemas e realizar cálculos e estimacións numéricas.

Competencias básicas

- Interpretar de forma crítica a información provinte de distintos contextos, que conteña distintos tipos de números (naturais, enteiros, decimais), relacionalos e utilízalos, elixindo a representación máis axeitada a cada caso.
- Recoñecer e calcular o resultado das operacións básicas con números naturais, enteiros e decimais, aplicando con seguridade o método máis axeitado (mental, con lapis e papel ou calculadora).

Cráterios de avaliación

- Comparar e ordenar números decimais.
- Operar con números decimais.
- Resolver problemas para os que se precise a utilización das catro operacións con números decimais elixindo a forma de cálculo apropiada e valorando a adecuación do resultado ao contexto.

UNIDADE 5 : Fraccións

Obxectivos

- Interpretar os distintos significados dunha fracción, establecendo relacións entre eles.
- Utilizar as fraccións para intercambiar información e resolver problemas e situacións da vida cotiá e en ámbitos científicos.
- Representar fraccións positivas e as súas expresións decimais, valorando a precisión das distintas representacións.
- Comparar fraccións mediante a obtención de fraccións equivalentes.
- Ampliar e simplificar fraccións.

Contidos conceptuais

- Significados da fracción: parte, razón, operador e decimal.
- Expresión decimal dunha fracción.
- Aproximación de expresións decimais. Redondeo.
- Fraccións equivalentes. Ampliación e simplificación.
- Redución de fraccións a común denominador.
- Operacións con fraccións.
- Relacións entre fraccións e decimais

Contidos procedementais

- Utilización e interpretación das fraccións en diferentes contextos.
- Comparación de fraccións mediante gráficos e mediante as súas expresións decimais.
- Obtención de fraccións irreducibles en situacións contextualizadas.
- Representación das fraccións sobre a recta.
- Cálculo con fraccións, utilizando correctamente a xerarquía de operacións e o uso da paréntese.
- Análise das operacións con fraccións utilizando gráficos.
- Elaboración e utilización de estratexias persoais para o cálculo mental, para o cálculo aproximado e con calculadoras.

Contidos actitudinais

- Valoración da linguaxe numérica como forma de interpretar e comunicar mensaxes e situacións da vida cotiá.
- Sensibilidade e interese polas mensaxes de natureza numérica.

Competencias básicas

- Interpretar críticamente a información provinte de distintos contextos, que conteña distintos tipos de números (naturais, enteiros, decimais e fraccións), relacionalos e utilízalos, elixindo a representación máis axeitada a cada caso.
- Recoñecer e calcular o resultado das operacións básicas con números naturais, enteiros, decimais e fraccións, aplicando con seguridade o método máis axeitado (mental, con lapis e papel ou calculadora).
- Utilizar de maneira autónoma e razoada, estratexias para abordar situacións e problemas tipo, planificando o proceso de resolución, desenrolándoo ordenadamente, e amosando seguridade e confianza nas propias capacidades.

Cráterios de avaliación

- Interpretar as fraccións e operar con elas, manexando convenientemente a xerarquía de operacións e o uso da paréntese.

- Comparar dúas fraccións dadas e ordenar varias fraccións dadas, utilizando criterios precisos.
- Representar fraccións sobre a recta.
- Resolver problemas prácticos que impliquen o uso de fraccións.

UNIDADE 6: Proporcionalidade directa. Porcentaxes

Obxectivos

- Recoñecer magnitudes directamente proporcionais en problemas e situacións da vida cotiá.
- Identificar a gráfica e a función de proporcionalidade.
- Resolver problemas sinxelos nos que aparezan magnitudes directamente proporcionais.
- Calcular porcentaxes dunha determinada cantidade en situacións contextualizadas.

Contidos conceptuais

- Razón e proporción
- Magnitudes directamente proporcionais.
- Proporcionalidade directa. Factor de proporcionalidade. Porcentaxes.

Contidos procedementais

- Comparación de magnitudes directamente proporcionais con outras que non o son, en casos concretos da vida cotiá.
- Obtención do factor de proporcionalidade, a partir de táboas.
- Obtención de razóns entre cantidades correspondentes de dúas magnitudes e comparación delas co factor de proporcionalidade.
- Busca de magnitudes directamente proporcionais en situacións cotiás, medios de comunicación, etc.
- Utilización da porcentaxe como fracción e como factor de proporcionalidade directa.
- Cálculo mental, escrito e con calculadora para obter porcentaxes habituais.

Contidos actitudinais

- Interese pola busca de magnitudes directamente proporcionais no contorno.
- Valoración da utilidade do factor de proporcionalidade directa na resolución de problemas de proporcionalidade directa.

Competencias básicas

- Interpretar situacións de proporcionalidade directa numérica, e resolver problemas nos que se atopan estas relacións.
- Aplicar o razoamento deductivo e inductivo en contextos numéricos e alfanuméricos.
- Valorar e integrarse no traballo en grupo para realizar actividades de distintos tipos como base da aprendizaxe matemática, da formación de autoestima e de valores sociais asumidos.

Criterios de avaliación

- Distinguir si dúas razóns forman ou non unha proporción. Cálculo dun termo dunha proporción.
- Recoñecer magnitudes directamente proporcionais en problemas e situacións da vida cotiá.
- Resolver problemas sinxelos nos que aparezan magnitudes directamente proporcionais e porcentaxes.

UNIDADE 7: Álgebra

Obxectivos

- Diferenciar entre linguaxe numérico e alxebraico.
- Utilizar e comprender as expresións alxebraicas. Obter o valor numérico dunha expresión alxebraica.
- Traducir expresións da linguaxe cotiá á alxebrica e viceversa.
- Comprender o significado de igualdade, identidade e ecuación.

Contidos conceptuais

- Linguaxe numérico e alxebraico. Sustitución de letras por números.
- Expresións alxebraicas. Valor numérico dunha expresión alxebraica.
- Igualdade, identidade e ecuación.
- As ecuacións e a súa estrutura.
- Resolución de ecuacións por tenteo.

Contidos procedementais

- Expresión de situacións da vida cotiá mediante a linguaxe alxebraica.
- Lectura e comprensión de expresións alxebraicas.
- Obtención do valor numérico de expresións alxebraicas.
- Identificación e diferenciación de igualdades, identidades e ecuacións.
- Determinación dos membros, incógnita e solución dunha ecuación polo método de tanteo.

Contidos actitudinais

- Emprego de letras para simbolizar números inicialmente descoñecidos.
- Simbolización para expresar cantidades en distintos contextos, valorando a súa utilidade.
- Tradución de expresións da linguaxe cotiá á alxébrica e viceversa.
- Procura e expresión de propiedades, relacións e regularidades en secuencias numéricas.
- Obtención de valores numéricos en fórmulas sinxelas.
- Valoración da precisión e simplicidade da linguaxe alxébrica para representar e comunicar diferentes situacións da vida cotiá e doutros ámbitos.

Competencias básicas

- Representar relacións e patróns numéricos, propoñendo, utilizando e manipulando expresións alxébricas sinxelas.
- Coñecer, valorar e utilizar sistematicamente conductas asociadas á actividade matemática.

Criterios de avaliación

- Distinguir entre a linguaxe numérica e a alxébrica, e pasar dunha a outra.
- Obter o valor numérico dunha expresión alxébrica
- Diferenciar entre identidades e ecuacións.
- Distinguir entre os membros e os termos dunha ecuación.
- Traducir expresións da linguaxe cotiá á alxébrica e viceversa.

UNIDADE 8: Rectas e ángulos**Obxectivos**

- Identificar os elementos xeométricos básicos: puntos, rectas, planos e segmentos.
- Recoñecer as posicións relativas de rectas e planos.
- Utilizar a regra, o compás e os instrumentos de medida para a construción de ángulos e figuras planas.
- Identificar, clasificar, medir e operar con ángulos no plano.
- Resolver problemas da vida real que impliquen operacións con ángulos e tempos.

Contidos conceptuais

- Puntos, rectas e planos.
- Posición relativas de rectas e planos.
- Segmentos. Mediatriz dun segmento.
- Ángulo. Bisectriz dun ángulo.
- Clasificacións de ángulos: ángulos complementarios e suplementarios; ángulos adxacentes. Ángulos cos seus lados perpendiculares. Ángulos opostos polo vértice, alternos internos, alternos externos e correspondentes.
- Medida de ángulos. Operación con ángulos: suma, resta e multiplicación por un número no sistema sexagesimal.
- Instrumentos de medida de ángulos.
- Ángulos nos polígonos.
- Ángulos na circunferencia.

Contidos procedementais

- Utilización de figuras e corpos xeométricos para a análise das posicións de rectas e planos.
- Análise de relacións e propiedades de figuras no plano, empreñando o agrupamento e a descomposición de figuras e outros métodos.
- Emprego da regra e o compás para construír rectas paralelas, perpendiculares, mediatrices de segmentos e bisectrices de ángulos.
- Construción de figuras planas cuns eixes de simetría determinados ou uns ángulos determinados.

- Estimación da medida de ángulos en contextos concretos.
- Emprego de instrumentos de medida de ángulos, regra e compás para a representación de ángulos.

Contidos actitudinais

- Curiosidade e interese por investigar formas, configuracións e relacións xeométricas para describir con precisión situacións, formas, propiedades e configuracións do mundo físico.
- Recoñecemento e valoración da utilidade da xeometría para coñecer e resolver diferentes situacións relativas á vida cotiá, e flexibilidade para enfrontarse a situacións xeométricas dende puntos de vista distintos.
- Coidado e precisión no uso de instrumentos de medida e na realización de medicións.

Competencias básicas

- Coñecer as características dos ángulos como ferramenta para resolver problemas xeométricos.
- Recoñecer os elementos xeométricos no mundo real
- Utilización de programas informáticos para resolver cuestións sobre rectas e ángulos.
- Valorar o coñecemento sobre rectas e ángulos para facilitar a adquisición de conceptos xeométricos futuros.

Criterios de avaliación

- Identificar os elementos xeométricos básicos: puntos, rectas, planos e segmentos.
- Recoñecer as posicións relativas de rectas e planos.
- Recoñecer e clasificar ángulos no plano.
- Expresar a medida dun ángulo nas formas decimal e complexa, e pasar dunha a outra forma.
- Utilizar a regra, o compás e os instrumentos de medida para a construción de ángulos.
- Recoñecer e buscar relacións de paralelismo e perpendicularidad en ángulos.

UNIDADE 9: Triángulos

Obxectivos

- Identificar e clasificar triángulos utilizando diversos criterios.
- Contruír triángulos a partir de datos coñecidos.
- Recoñecer as rectas e puntos notables dun triángulo.
- Identificar os triángulos rectángulos e os seus elementos.

Contidos conceptuais

- Triángulos. Clasificacións. Criterios de igualdade.
- Construcións de triángulos. Alturas, medianas, bisectrices e mediatrices.
- Circunferencia inscrita e circunscrita a un triángulo.

Contidos procedementais

- Comprobación da imposibilidade de construír triángulos e cuadriláteros con calquera lonxitude para os seus lados e os seus ángulos.
- Construción de triángulos e dalgúns cuadriláteros a partir de datos dados, utilizando a regra, a escuadra, o compás e o transportador de ángulos.
- Emprego dos instrumentos de medida e debuxo para a representación e busca das propiedades dos triángulos e dos cuadriláteros.
- Identificación das propiedades suficientes para a caracterización dun polígono.
- Busca de criterios para a clasificación de triángulos e cuadriláteros: igualdade de ángulos, igualdade de lados, paralelismo de lados, etc.

Contidos actitudinais

- Gusto pola precisión, pola orde e pola limpeza nas actividades que requiren o uso de materiais de debuxo, de medida e outros materiais.
- Interese pola busca de propiedades dun triángulo ou cuadrilátero determinado.
- Valoración da busca de distintos criterios de clasificación de triángulos e cuadriláteros, como método para observar mellor as súas propiedades.

Competencias básicas

- Identificar, analizar, describir e construír triángulos presentes na vida cotiá, utilizando as súas propiedades xeométricas nas situacións requiridas.
- Utilizar instrumentos, técnicas e fórmulas, individual ou en grupo, para medir lonxitudes e ángulos.

Crterios de avaliación

- Identificar e clasificar triángulos.
- Construír triángulos e cuadriláteros a partir de datos coñecidos.
- Recoñecer triángulos iguais aplicando os criterios de igualdade.
- Recoñecer e construír as rectas e puntos notables dun triángulo e dun cuadrilátero.

UNIDADE 10: Cuadriláteros e outros polígonos. Circunferencia**Obxectivos**

- Identificar e clasificar cuadriláteros polas súas propiedades.
- Clasificar os polígonos segundo os seus lados e seus ángulos.
- Identificar as posicións relativas de recta e circunferencia e de dúas circunferencias.

Contidos conceptuais

- Definición e clasificación de cuadriláteros.
- Polígonos: clasificación segundo o número de lados.
- Diagonais. Apotema.
- Regularidades e simetrías.
- Circunferencia e círculo. Elementos.
- Posicións relativas de rectas e circunferencias.

Contidos procedementais

- Identificación das propiedades suficientes para a caracterización dun cuadrilátero.
- Busca de criterios para a clasificación de cuadriláteros: nº de lados, nº de ángulos rectos, igualdade de ángulos, relacións de paralelismo entre os seus lados, número de diagonais, etc.
- Construción de polígonos regulares a partir do ángulo central.

Contidos actitudinais

- Gusto pola precisión, pola orde e pola limpeza nas actividades que requiren o uso de materiais de debuxo, de medida e outros materiais.
- Interese pola busca de propiedades dun polígono determinado.
- Curiosidade e interese por investigar sobre formas e características xeométricas.
- Valoración da busca de distintos criterios de clasificación de cuadriláteros, como método para observar mellor as súas propiedades.

Competencias básicas

- Identificar, analizar, describir e construír figuras planas presentes no medio social e natural, utilizando as propiedades xeométricas asociadas ós mesmos nas situacións requeridas.
- Visualizar obxectos xeométricos no medio natural, actuando con habilidade e creatividade.
- Utilizar instrumentos, técnicas e fórmulas, individualmente ou en grupos, para medir lonxitudes e ángulos das figuras planas.

Crterios de avaliación

- Describir un cuadrilátero dado, aportando as propiedades que lo caracterizan.
- Identificar as propiedades dun paralelogramo.
- Recoñecer polígonos e os seus elementos.
- Clasificar polígonos.
- Construír polígonos inscritos nunha circunferencia.
- Recoñecer os elementos dunha circunferencia.

UNIDADE 11: Perímetros e áreas**Obxectivos**

- Estimar o perímetro e a medida da superficie dunha figura plana.
- Identificar superficies con áreas iguais.
- Comparar as figuras segundo o perímetro e a área.
- Calcular o perímetro de figuras planas.

- Calcular o perímetro de figuras planas e a superficie dunha figura plana que se poida descompoñer noutras máis sinxelas.

Contidos conceptuais

- Perímetro e área.
- Fórmulas para calcular áreas dalgúns figuras planas.

Contidos procedementais

- Comparación de figuras planas de igual superficie e distinto perímetro, así como de igual perímetro e distinta superficie.
- Comparación de áreas de distintas figuras, mediante diversas transformacións.
- Estimación da área dunha figura.
- Acoutación dos erros cometidos ao estimar ou medir unha superficie.
- Busca de estratexias para aproximar as medidas de superficie de uso na zona ás do sistema métrico decimal.
- Medida da superficie das figuras planas, empregando distintas técnicas, tales como a descomposición noutras máis simples.

Contidos actitudinais

- Interese por enfrontarse a situacións para as que non se ten un algoritmo de aplicación inmediata.
- Interese por atopar a unidade de medida máis adecuada en cada caso.
- Recoñecemento e valoración das relacións entre as distintas formas da linguaxe: gráfico, alxébrico e numérico.
- Gusto pola representación clara e ordenada das figuras xeométricas.
- Interese e gusto pola descripción verbal precisa das formas xeométricas.

Competencias básicas

- Identificar, analizar, describir e construír, con precisión e destreza, figuras planas, presentes na vida cotiá, e utilizar as súas propiedades xeométricas nas situacións requiridas.
- Aplicar o razoamento inductivo e deductivo en contextos xeométricos.
- Emprego de ferramentas informáticas para construír, simular e investigar relacións entre elementos xeométricos.
- Visualizar e representar obxectos xeométricos sinxelos, actuando con destreza e creatividade.
- Valorar o traballo en grupo cara a realización de actividades de diversos tipos, como base da aprendizaxe matemática, da formación da autoestima e de valores sociais asumidos polo noso entorno.

Criterios de avaliación

- Estimar o perímetro dunha figura plana.
- Estimar a medida da superficie dunha figura plana.
- Identificar superficies con áreas iguais.
- Comparar as figuras segundo o perímetro e a área.
- Calcular o perímetro de figuras planas.
- Calcular a superficie dunha figura plana que se poida descompoñer noutras máis sinxelas.

UNIDADE 12: Funcións e gráficas

Obxectivos

- Extraer informacións a partir de diversas representacións gráficas que ilustran situacións da vida cotiá.
- Describir unha relación funcional dada por unha gráfica, mediante un texto.
- Distinguir entre un debuxo e unha gráfica que representen unha relación funcional entre dúas variables.
- Interpretar gráficos de puntos e liñas nun sistema de coordenadas, analizando a información.
- Traballar coa expresión alxébrica dunha función, con unha táboa ou con un enunciado, e pasar duns a outros en casos sinxelos.
- Recoñecer si dúas variables están relacionadas, e distinguir entre variable dependente e independente.
- Investigar e interpretar relacións funcionais sinxelas, nas que se identifiquen as variables que aparecen e que corresponden a fenómenos da vida cotiá.

Contidos conceptuais

- Fenómenos causais descritos mediante relacións funcionais.
- Coordenadas cartesianas.
- Variable. Dependencia de variables.
- Formas de expresión: descrición verbal e gráficas.
- Interpretación de gráficas
- Táboas e interpretación gráfica dunha función. Comparación de gráficas.

Contidos procedementais

- Determinación dun punto nos eixes de coordenadas a partir das súas coordenadas cartesianas.
- Interpretación dunha gráfica en relación cos fenómenos que representa e obtención de datos a partir da mesma.
- Asociación da gráfica coa descrición do fenómeno que representa.
- Diferenciación entre a traxectoria de percorrido e o desprazamento na gráfica espacio – tempo.
- Construción de gráficas similares a outras previamente interpretadas, a partir de descrições verbais dun fenómeno.
- Interpretación dos puntos de corte de dúas gráficas en relación cos fenómenos que representan.
- Descrición dunha relación funcional a partir dunha gráfica.

Contidos actitudinais

- Interese e valoración do uso da linguaxe gráfica.
- Disposición favorable a utilizar as gráficas como método visual para comunicar certas informacións.
- Recoñecemento e valoración do traballo en equipo, como a maneira máis eficaz de realizar as actividades desta unidade.

Competencias básicas

- Identificar e interpretar relacións funcionais expresadas en distintas formas (verbal, tabular, gráfica e alxébrica), facendo as transferencias precisas entre as distintas formas de representación.
- Utilizar de maneira comprensiva a linguaxe alxébrica para expresar situacións problemáticas e realcionar esta forma expresiva con Outras; tabular, gráfica, descriptiva, etc).
- Coñecer, valorar e utilizar sistemáticamente conductas asociadas á actividade matemática como a orde, contraste, precisión e revisión sistemática e crítica dos resultados.

Criterios de avaliación

- Extraer informacións a partir de diversas representacións gráficas que ilustran situacións da vida cotiá.
- Describir unha relación funcional dada por unha gráfica, mediante un texto.
- Distinguir entre un debuxo e unha gráfica que representen unha relación funcional entre dúas variables.
- Describir unha situación mediante unha gráfica.
- Distinguir entre variables estatísticas cualitativas e cuantitativas.
- Recoller datos dunha enquisa sinxela, organizalos nunha táboa e elaborar un gráfico estatístico axeitado.
- Construír e interpretar diagramas de barras e anota-los datos nunha táboa.

UNIDADE 13: Estatística e probabilidade**Obxectivos**

- Distinguir entre experimento aleatorio e determinista.
- Obtener o espazo muestral dun experimento aleatorio.
- Recoñecer os sucesos elementais, o suceso seguro e o suceso imposible dun experimento aleatorio.
- Aplicar as propiedades das frecuencias relativas nos experimentos aleatorios.
- Definir o concepto de probabilidade a partir das frecuencias relativas .
- Calcular a probabilidade de distintos sucesos aplicando a regra de Laplace.

Contidos conceptuais

- Espazo muestral.
- Suceso elemental e suceso composto.
- Frecuencias absolutas e relativas.

- Gráficas estadísticas. Interpretación. Construcción de diagramas sinxelos: de barras, de sectores, histograma e polígono de frecuencias.
- Probabilidade dun suceso.
- Regra de Laplace.

Contidos procedementais

- Obtención do espacio muestral, os sucesos elementais, o suceso seguro e o suceso imposible dun experimento aleatorio.
 - Determinación das frecuencias absolutas e relativas dos distintos sucesos.
- Determinación das frecuencias absolutas e relativas ó través dun experimento aleatorio.
Representación gráfica dun experimento aleatorio.
- Utilización da regra de Laplace para o cálculo de probabilidades de distintos sucesos sinxelos.

Contidos actitudinais

- Análisis críticos das informacións sobre fenómenos aleatorios.
- Valoración da importancia do cálculo de probabilidades en distintos contextos da vida cotiá.

Competencias básicas

- Recoñecer situacións e fenómenos asociados á probabilidade e ó azar, con resolución de problemas axeitados.
- Saber resumir conxuntos de datos en táboas e gráficas, e poder interpretalos.
- Analizar información dada, utilizando os coñecementos adquiridos nesta unidade.
- Utilizar a información proporcionada por táboas e gráficas, ou por datos estadísticos, para describir elementos da realidade.
- Utilizar programas informáticos que axuden a automatizar os cálculos estadísticos e a elaborar gráficos.

Criterios de avaliación

- Formulación de conxecturas sobre o comportamento de fenómenos aleatorios sinxelos e deseño de experiencias para a súa comprobación.
- Recoñecemento e valoración das matemáticas para interpretar e describir situacións incertas e para transmitir informacións.
- Diferentes formas de recolleita de información. Organización en táboas de datos recollidos nunca experiencia utilizando as frecuencias absolutas e relativas.
- Análise dos aspectos máis destacables dos gráficos a partir de exemplos tomados dos medios de comunicación e de informacións relacionadas cos ámbitos social e físico.

2º ESO

OBXECTIVOS

1. Aplicar diferentes estratexias heurísticas (por exemplo a formulación de preguntas sobre a información contida no enunciado, o ensaio e erro, a división do problema en partes ou a busca de problemas afíns) na resolución de problemas relacionados co contexto cotián da Comunidade Autónoma de Galicia.

2. Utilizar expresións matemáticas numéricas, alxébricas, xeométricas, lóxicas e estatísticas na comunicación de mensaxes sobre situacións da vida cotiá no contexto de Galicia.
3. Resolver problemas da vida cotiá no contexto galego aplicando procedementos e operacións relacionados cos números naturais, enteiros, fraccionarios e decimais respectando a xerarquía operacional.
4. Aplicar estratexias persoais de cálculo mental, escrito ou con calculadora na resolución de problemas con números naturais, enteiros, decimais e fraccionarios.
5. Analizar de forma reflexiva e crítica a información gráfica e numérica presentes nos medios de comunicación, internet, publicidade ou outras fontes de información.
6. Estimar cantidades no resultado dun problema no que se utilicen números naturais, enteiros, decimais ou fraccionarios.
7. Utilizar calculadoras gráficas e programas de ordenador para a construción e interpretación de gráficas.
8. Analizar situacións da vida cotiá aplicando o pensamento reflexivo e a argumentación e razoamento matemático para chegar aos resultados ou conclusións dun problema.
9. Identificar as figuras xeométricas básicas de tres dimensións en situacións presentes no contexto natural, artístico e cotián de Galicia utilizando a composición, a descomposición, a intersección, o tronzamento, a dualidade, o movemento, a deformación e desenvolvemento das devanditas figuras.
10. Formular conxecturas sobre o comportamento dun fenómeno representado nunha gráfica relacionado con feitos de tipo social, económico, ambiental... da Comunidade Autónoma de Galicia.
11. Desenvolver sensibilidade e gozo cara ao carácter lúdico, de manipulación, creativo e estético das matemáticas mediante a participación en diferentes tipos de xogos (numéricos, xeométricos, probabilísticos...), a resolución de problemas de enxeño, a construción de formas xeométricas con diferentes materiais...
12. Valorar a utilidade das matemáticas, dos seus contidos e formas de facer na busca de solucións a problemas actuais relacionados co medio, a saúde e no desenvolvemento da confianza nas propias capacidades.
13. Recoñecer o valor instrumental da matemática no coñecemento e desenvolvemento doutras materias e na descrición de fenómenos de tipo social, físico, natural e económico de Galicia e do Estado.

CRITERIOS DE AVALIACIÓN

1. Resolver problemas utilizando estratexias como o ensaio e erro ou a división do problema en partes, relacionados coa vida cotiá no contexto da Comunidade Autónoma de Galicia.
2. Utilizar as tecnoloxías da información e comunicación (calculadora gráfica, Derive, Cabri e Excel) para a comprensión de conceptos e procedementos relacionados cos números, a álgebra, a xeometría, as funcións e a estatística.
3. Realizar sumas, restas, multiplicacións e divisións de números enteiros, decimais e fraccionarios con e sen paréntese, respectando a xerarquía das operacións.
4. Calcular a potencia dun número enteiro, do produto e do cociente de potencias da mesma base, da potencia dunha potencia e da potencia dun produto de números enteiros.
5. Descompoñer un número como produto de factores primos calculando o máximo común divisor e o mínimo común múltiplo de varios números.
6. Calcular a raíz cadrada dun número enteiro, dun número decimal, dun produto de números enteiros, dun cociente de números enteiros e dunha potencia de expoñente par.
7. Resolver situacións relacionadas coa vida cotiá no contexto galego ou con outras ciencias nas que se precise a realización de operacións con cantidades que expresan medidas de tempo ou de amplitude de ángulos.
8. Expresar de forma complexa unha cantidade de tempo ou a amplitude dun ángulo dada por unha expresión incompleta, e viceversa.
9. Calcular valores directa e inversamente proporcionais, aplicando os procedementos matemáticos axeitados en cada caso (método de redución á unidade, regra de tres simple directa, regra de tres simple inversa...).
10. Formular e resolver problemas da vida cotiá presentes no contexto galego, aplicando contidos matemáticos como o cálculo da porcentaxe dunha cantidade, sistemas de ecuacións e o teorema de Pitágoras.
11. Expresar en linguaxe alxébrica situacións presentadas en linguaxe ordinaria e viceversa.
12. Construír polígonos semellantes cunha razón determinada aplicando o teorema de Tales.
13. Utilizar as escalas para interpretar mapas, planos e maquetas da Comunidade Autónoma de

Galicia e do Estado.

14. Identificar os elementos máis importantes das figuras xeométricas básicas de tres dimensións (o prisma, a pirámide, o cilindro, o cono e a esfera), calculando, en cada caso, a súa superficie e volume.
15. Representar funcións dadas mediante unha táboa interpretando a información subministrada pola gráfica dunha función.
16. Utilizar as técnicas estatísticas aprendidas (diagrama de barras, polígono de frecuencias, diagrama de sectores...) para representar datos relacionados con fenómenos sociais, económicos e naturais do ámbito de Galicia.

COMPETENCIAS BÁSICAS

1. Utilizar procedementos matemáticos relacionados cos números naturais, enteiros, decimais, fraccionarios, a álgebra, a xeometría, as funcións e a estatística que permitan comprender mellor informacións relacionadas coa Comunidade Autónoma de Galicia e o Estado. (C. B. 2, 3, 6)
2. Aplicar as fases de resolución de problemas: lectura comprensiva do enunciado, planificación e execución dunha estratexia (ensaio e erro ou a división do problema en partes) con flexibilidade, tomando decisións a partir da análise dos resultados. (C.B. 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8)
3. Utilizar de forma axeitada a calculadora e outros medios tecnolóxicos, para traballar con números naturais, enteiros, decimais, fraccionarios e as súas operacións, a xeometría, as relacións funcionais e a estatística. (C. B. 2, 8).
4. Expresar situacións da vida cotiá de Galicia e do Estado mediante a linguaxe alxébrica, valorando a simplicidade e utilidade desta. (C. B. 2, 3, 6, 7)
5. Resolver numerosas situacións xeométricas relacionadas coa propia xeometría, outras ciencias, a vida cotiá ou a arte no contexto galego aplicando o teorema de Tales, o de Pitágoras e as relacións de proporcionalidade e semellanza. (C.B. 2, 3, 6, 7, 8)
6. Apreciar a beleza das formas xeométricas da contorna de Galicia e do Estado e do coñecemento matemático como expresión da cultura. (C. B. 2, 5)
7. Interpretar o comportamento de fenómenos da vida cotiá e dos ámbitos social, científico e do mundo físico da Comunidade Autónoma de Galicia representado pola súa gráfica (C. B. 2, 3, 8).
8. Analizar datos estatísticos valorando a utilidade dos gráficos na presentación de resultados e obtención de futuras conclusións sobre informacións de fenómenos e feitos de Galicia e o Estado. (C.B. 2, 3, 4, 5, 7, 8)
9. Utilizar o vocabulario adecuado para describir e cuantificar de forma oral e escrita feitos e fenómenos relacionados cos números, a álgebra, a xeometría, as funcións e a estatística. (C.B. 1, 2, 3, 4, 7, 8)

BLOQUE 1. Contidos comúns

- Utilización de estratexias e de técnicas na resolución de problemas, como a análise do enunciado, o ensaio e erro ou a división do problema en partes, e comprobación da solución obtida.
- Descrición verbal de procedementos de resolución de problemas utilizando termos axeitados.
- Utilización correcta dos símbolos e das normas das Matemáticas, valorando a precisión desta linguaxe.
- Interpretación de mensaxes que conteñan informacións de carácter cuantitativo ou sobre elementos ou relacións espaciais.
- Confianza nas propias capacidades para afrontar problemas, comprender as relacións matemáticas e tomar decisións a partir delas.
- Perseveranza e flexibilidade na busca de solucións aos problemas e na mellora das atopadas.
- Planificación e realización de traballos matemáticos tanto individualmente como en equipo, mantendo actitudes favorables de participación e de diálogo.
- Utilización de ferramentas tecnolóxicas para facilitar os cálculos de tipo numérico, alxébrico ou estatístico, as representacións funcionais e a comprensión de propiedades xeométricas.
- Busca de información e de lectura de textos sobre acontecementos históricos e persoas relacionadas coas Matemáticas ao longo da historia.

Deberá terse en conta que este primeiro bloque do curso, titulado Contidos comúns, debe tratarse a través dos demais bloques de contidos (Números, Álgebra, Xeometría, Funcións e gráficas, Estatística e probabilidade) vinculado a eles e aos contextos que se seleccionen para facilitarlle ao alumnado o logro dos obxectivos xerais e a adquisición das competencias básicas.

BLOQUE 2. Números

UNIDADE 1: Números enteiros

I. OBXECTIVOS

- Operar con axilidade e corrección números enteiros identificando as súas características e aplicando correctamente a xerarquía de operadores aritméticos cando sexa preciso.
- Identificar situacións nas que se faga necesario resolver problemas utilizando números enteiros, interpretando adecuadamente os datos de partida e as solucións obtidas.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Identificar números enteiros recoñecendo as súas características fundamentais: signo e valor absoluto.
- Realizar sumas de enteiros distinguindo as distintas técnicas en función da igualdade ou non dos seus signos.
- Expresar a resta de enteiros como suma do oposto, encontrando os opostos dos subtraendos.
- Realizar produtos e divisións exactas de números enteiros, así como operacións combinadas.
- Resolver problemas nos que se faga necesario o uso de números enteiros interpretando os datos do enunciado e as conclusións obtidas.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar e relacionar os números enteiros e as operacións básicas para producir e interpretar distintos tipos de información e para resolver problemas relacionados coa vida cotiá, as ciencias experimentais e o mundo laboral (C-2, C-3, C-4)
- Reflexionar sobre as propias estratexias na resolución de problemas con números enteiros valorando os propios éxitos e analizando os erros para adquirir cada vez máis eficacia e autonomía nos hábitos de traballo (C-2, C-7, C-8).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Números enteiros.
- Valor absoluto dun número enteiro.
- Oposto dun número enteiro
- Suma e resta de números enteiros
- Produto de números enteiros.
- División exacta de enteiros.

Procedementos

- Identificar o signo e o valor absoluto dun número enteiro.
- Resolver sumas de números enteiros diferenciando os casos en que teñen o mesmo signo ou signo contrario.
- Resolver restas de números enteiros converténdooas previamente en sumas usando o concepto de oposto.
- Resolver produtos e divisións exactas de enteiros.
- Calcular operacións combinadas usando correctamente a xerarquía de operacións aritméticas.
- Resolver problemas nos que aparezan números enteiros aplicando as operacións necesarias e interpretando os resultados.

Actitudes

- Valoración da importancia da aplicación correcta das técnicas para operar enteiros adoptando actitude crítica na aplicación destas técnicas e reflexionando sobre os propios erros e conclusións.
- Espírito crítico na resolución de problemas, valorando a conveniencia de aplicar unha técnica ou outra e interpretando o significado dos números enteiros en diferentes contextos.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Desde un punto de vista histórico, o concepto de número negativo para representar certo tipo de situacións da vida real xorde de forma relativamente tardía (na matemática europea, cara ao século xv). Moito antes de que se comezasen a utilizar os números enteiros e as súas operacións,

desenvolvéranse resultados de gran complexidade en xeometría, aritmética e álgebra, e, por suposto, coñecíanse con detalle os números naturais ou racionais.

Este feito parece suxerir que o concepto de número enteiro e as operacións con números enteiros non resultan especialmente intuitivos, e, polo tanto, deberán tratarse con detención para que os alumnos se familiaricen progresivamente con eles.

Pode ser unha técnica moi útil que se insista especialmente no cálculo mental para realizar moitos exercicios breves que, a pesar da súa aparente sinxeleza, contribúan a que o alumno adquira destreza nas operacións básicas, que é o obxectivo principal desta unidade.

Unha vez que os alumnos sexan capaces de realizar correctamente os cálculos máis sinxelos haberá que combinar distintos tipos de operacións facendo uso da xerarquía de operadores aritméticos. A vantaxe deste tipo de exercicios é que se poden graduar moi ben, e posto que os números enteiros se tratan en todos os cursos da ESO, segundo é un curso no que podemos deternos a practicar as operacións combinadas máis sinxelas.

Por suposto, non podemos esquecer a importancia de dotar de significación os conceptos introducidos a través da resolución de problemas. É fundamental que os alumnos aprendan a aplicar as operacións con números enteiros á resolución de problemas.

VI. SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Pódense utilizar dominós de números enteiros nos que aparecen operacións básicas, e incluso se poden construír cos propios alumnos, o que nos permitirá practicar o que máis nos interese: podemos construír un dominó de sumas e restas ou de produtos ou de varias operacións con maior ou menor dificultade segundo o nivel do grupo.

- O uso da calculadora podería parecer pouco adecuado nunha unidade na que se pretende que os alumnos adquiran destrezas de cálculo elemental; porén, podemos tamén sacarlle partido, por exemplo, organizando os alumnos por parellas de forma que un resolva as operacións con calculadora e o outro mentalmente, e se establezan pequenas competicións.

- Na internet hai diversas páxinas web onde se tratan os números enteiros que poden resultar interesantes:

http://descartes.cnice.mecd.es/1y2_eso/enteros1/index.htm

<http://w3.cnice.mec.es/eos/MaterialesEducativos/primaria/matematicas/conmates/unid-3/numeros-enteros1.htm>

UNIDADE 2: Potencias e raíces cadradas

I. OBXECTIVOS

- Operar con axilidade e corrección potencias, identificando as súas características e expresando produtos, cocientes e potencias de potencias como unha única potencia cando sexa posible.

- Operar con axilidade e corrección raíces cadradas, calculando de forma aproximada ou exacta o seu valor cando sexa necesario.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Identificar as potencias de base enteira e expoñente natural recoñecendo a base e o expoñente da potencia e calculando o seu valor.

- Expresar como única potencia os produtos e cocientes de potencias da mesma base ou co mesmo expoñente, así como as potencias de potencias.

- Identificar as raíces cadradas e estimar e calcular o seu valor.

- Resolver operacións combinadas con potencias utilizando a xerarquía de operadores aritméticos.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar e relacionar as potencias e as raíces cadradas para producir e interpretar distintos tipos de información e resolver problemas relacionados coa vida cotiá, as ciencias experimentais e o mundo laboral (C-2, C-4).

- Reflexionar sobre as propias estratexias no manexo de expresións con potencias e raíces, valorando os propios éxitos e analizando os erros para adquirir cada vez máis eficacia e autonomía nos hábitos de traballo (C-2, C-7, C-8).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Base e expoñente dunha potencia.

- Potencias de base enteira e expoñente natural.

- Produto e cociente de potencias coa mesma base.

- Potencia dunha potencia.
- Produto e cociente de potencias co mesmo expoñente.
- Raíz cadrada exacta.
- Valores aproximados dunha raíz cadrada. Raíz cadrada enteira.
- Xerarquía de operadores aritméticos.

Procedementos

- Calcular potencias de base enteira e expoñente natural.
- Expresar produtos e cocientes de potencias coa mesma base como unha potencia única.
- Expresar potencias de potencias como unha única potencia.
- Expresar produtos e cocientes de potencias co mesmo expoñente como potencia única.
- Calcular raíces cadradas de cadrados perfectos.
- Calcular a raíz cadrada enteira dun número enteiro expresando o resto.
- Expresar como raíz única o produto e o cociente de raíces cadradas.
- Utilizar correctamente a xerarquía de operadores aritméticos na resolución de operacións combinadas.

Actitudes

- Interese na utilización de diferentes métodos para resolver exercicios, en particular para calcular raíces de cadrados perfectos.
- Actitude crítica no uso das diferentes propiedades, diferenciando os casos e aplicando a técnica correcta segundo as condicións de partida.
- Perseveranza na busca de solucións en exercicios con potencias e raíces, superando as dificultades que un primeiro achegamento pode formular.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

O estudo de potencias en 2º de ESO supón un primeiro achegamento ao tratamento de números grandes e técnicas matemáticas que simplifican o tratamento destes valores. As propiedades das operacións de potencias resultan de grande utilidade na resolución de problemas de física, bioloxía ou química, nos que sexa conveniente o uso da notación científica. Nesta unidade non se trata especificamente a notación científica, pero pode ser un bo momento para resolver problemas nos que os valores grandes se expresen con potencias, incidindo na utilidade desta expresión.

O estudo das potencias con base negativa debería quedar suficientemente afianzado neste curso, incidindo no correcto uso das parénteses para diferenciar as potencias de base negativa das potencias de base positiva que levan signo negativo.

As operacións con potencias resultan sinxelas para a gran maioría dos alumnos; é importante que adquiran axilidade no seu uso, posto que despois se utilizarán repetidamente nas operacións con polinomios.

Igualmente, as operacións con raíces cadradas (produto, cociente e potencia) son procedementos moi sinxelos que incluso aqueles alumnos con certas dificultades na materia poden aprender con relativa facilidade. É importante que así sexa, posto que no seguinte curso se tratarán as operacións con radicais de calquera índice.

Polo que respecta ao cálculo de raíces cadradas, neste curso pódese incidir no cálculo aproximado, acoutando os valores enteiros entre os que se encontra a raíz, así como en técnicas para o cálculo de raíces máis sinxelas ca o clásico algoritmo, por exemplo, a descomposición en factores primos.

Por último e coma no resto de unidades nas que se traballan operacións alxébricas de calquera tipo, hai que incidir na importancia do uso da xerarquía de operadores aritméticos, neste caso para as operacións con raíces, potencias e, por suposto, parénteses.

VI. SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

▪O uso da calculadora nesta unidade é básico; no cálculo do valor de potencias, para posibilitar a obtención de valores moi grandes, se obrigamos os alumnos a realizar todos os cálculos sen calculadora, teremos que conformarnos con usar potencias de expoñentes moi baixos ou ben empregar unha enorme cantidade de tempo para obter valores de potencias con expoñentes moi altos. Polo tanto, aínda que non permitamos o seu uso indiscriminado, parécenos fundamental que se realicen con ela exercicios de cálculo de potencias de expoñentes elevados.

▪Na internet hai diversas páxinas web onde se tratan as potencias que poden resultar interesantes:

http://descartes.cnice.mecd.es/1y2_eso/potencia/index.htm

<http://w3.cnice.mec.es/eos/MaterialesEducativos/primaria/matematicas/conmates/unid-5/potencias.htm>

<http://platea.pntic.mec.es/anunezca/Potencias/lecciones.htm>

<http://www.ematematicas.net/potencia.php>

UNIDADE 3: Fraccións e decimais

I. OBXECTIVOS

- Operar con axilidade e corrección números racionais, tanto en forma fraccionaria coma decimal, utilizando cada unha destas expresións cando sexa máis conveniente.
- Utilizar as expresións decimais para realizar aproximacións tanto de fraccións coma de raíces cadradas.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Operar fraccións con axilidade e corrección reducindo a común denominador cando sexa necesario.
- Realizar operacións combinadas con fraccións utilizando correctamente a xerarquía de operadores aritméticos e as parénteses.
- Encontrar a expresión decimal dunha fracción, así como a expresión fraccionaria dun decimal, clasificando os distintos tipos de decimais.
- Operar con axilidade e corrección números decimais arredondando os resultados, así como obter aproximacións decimais en raíces de enteiros sen utilizar o algoritmo de resolución.
- Utilizar a notación científica para tratar cantidades grandes expresando valores decimais con notación científica e viceversa.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar e relacionar as expresións decimal e fraccionaria dun número racional para producir e interpretar distintos tipos de información e para resolver problemas relacionados coa vida cotiá, as ciencias experimentais e o mundo laboral (C-2, C-4).
- Utilizar as aproximacións decimais da forma máis conveniente para tratar a información proporcionada, considerando o erro cometido ao utilizar esta aproximación e valorando o método máis adecuado para obtela (C-2, C-7, C-8).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Fraccións equivalentes.
- Fracción irreducible.
- Suma e resta de fraccións.
- Produto e cociente de fraccións.
- Potencia e raíz dunha fracción.
- Operacións combinadas con fraccións: xerarquía de operadores aritméticos e parénteses.
- Número decimal correspondente a unha fracción.
- Fracción xeratriz.
- Suma, resta, produto e cociente de decimais.
- Aproximacións dunha raíz cadrada.
- Notación científica para cantidades grandes.

Procedementos

- Recoñecer fraccións equivalentes.
- Encontrar fraccións equivalentes a unha dada.
- Simplificar fraccións ata encontrar a fracción irreducible.
- Sumar e restar fraccións reducindo a común denominador se é necesario e simplificando o resultado.
- Multiplicar e dividir fraccións simplificando o resultado.
- Utilizar correctamente a xerarquía de operadores aritméticos na resolución de operacións combinadas con fraccións.
- Calcular a expresión decimal dunha fracción.
- Encontrar a fracción xeratriz dun decimal clasificando que tipos de decimais lle corresponden a unha fracción.
- Encontrar aproximacións decimais dunha raíz cadrada non exacta coa precisión necesaria.
- Utilizar a notación científica para expresar cantidades grandes.

Actitudes

- Actitude crítica na busca da solución correcta das operacións con fraccións ou decimais propostas, valorando a obtención dun resultado preciso.
- Interese polo uso de diferentes métodos para chegar á aproximación decimal dunha fracción ou raíz, adoptando estratexias persoais para a obtención desta aproximación.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Encontrámonos de novo ante unha das unidades que poderíamos considerar básicas dentro dos contidos de segundo de ESO. É imprescindible que os alumnos afiancen as técnicas de cálculo con

fraccións e decimais, e é un bo momento ademais para que comecen a familiarizarse coa relación entre decimais e fraccións, e coa idea de aproximación decimal dun número real.

Trátase dunha unidade con contidos de cálculo elemental e, polo tanto, os exercicios de cálculo mental poden ser unha boa ferramenta de traballo. É moi importante que os alumnos sexan capaces de realizar mentalmente operacións sinxelas con fraccións e decimais.

As aproximacións decimais de números reais e en particular de raíces cadradas teñen unha grande importancia teórica e á vez entrañan certa dificultade; o tratamento que se lle dea neste curso pode ser moi superficial se o nivel do grupo é baixo, ou de maior profundidade se os alumnos están máis preparados.

Como nas operacións en calquera outro conxunto numérico, a xerarquía de operadores aritméticos e o uso de parénteses resultan fundamentais. É importante que se insista neste punto unha vez máis.

VI. SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Pódese utilizar a calculadora na obtención de aproximacións decimais de raíces para comparar os datos da calculadora cos obtidos sen ela e para comprobar a fracción xeratriz obtida a partir dunha expresión decimal exacta ou periódica.

- Os dominós de fraccións poden ser interesantes para traballar con aqueles alumnos que teñen máis dificultades.

- Na internet hai diversas páxinas web onde se tratan as fraccións e os números decimais:

http://descartes.cnice.mecd.es/1y2_eso/fracciones/index.htm

http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/usr/eltanque/todo_mate/fracciones_e/fracciones_ej_p.html

UNIDADE 4: Proporcionalidade e porcentaxes

I. OBXECTIVOS

- Mostrar a presenza da proporcionalidade numérica nas ciencias e a vida cotiá.
- Utilizar as proporcionalidades directa e inversa para resolver problemas.
- Coñecer e usar as porcentaxes e a regra do xuro simple.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Identificar unha proporcionalidade numérica.
- Recoñecer dúas magnitudes directamente proporcionais e realizar reparticións directas.
- Recoñecer dúas magnitudes inversamente proporcionais e realizar reparticións inversas.
- Calcular porcentaxes e variacións porcentuais.
- Resolver problemas de xuro simple.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Aplicar destrezas que permiten razoar matematicamente, comprender unha argumentación e expresarse matematicamente cando se trata o concepto de magnitude proporcional (C-1, C-2).
- Usar as porcentaxes e o interese simple para describir fenómenos sociais (C-2, C-5).
- Razoar e consolidar as técnicas de aplicación de reparticións directas e inversas con autonomía, perseveranza, sistematización e reflexión crítica, así como mostrar habilidade para comunicar os resultados obtidos (C-2, C-7, C-8).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Razón e proporción numérica.
- Magnitudes e reparticións directamente proporcionais.
- Porcentaxe e variacións porcentuais.
- Xuro simple.
- Magnitudes e reparticións inversamente proporcionais.

Procedementos

- Obtención de fraccións proporcionais e cálculo do termo descoñecido dunha proporción numérica.
- Utilización da razón de proporción para obter cantidades directa ou inversamente proporcionais e resolver problemas de reparto.
- Cálculo do tanto por cento dunha cantidade e de variacións porcentuais mediante a razón de proporción ou polo índice de variación.
- Resolver problemas utilizando a fórmula do xuro simple.

Actitudes

- Curiosidade por encontrar relacións entre magnitudes

- Valoración positiva da necesidade de utilizar os conceptos relacionados coas magnitudes proporcionais para resolver problemas da vida cotiá e doutras ciencias.
- Valoración da presenza das porcentaxes e o xuro simple na vida cotiá.
- Gusto pola presentación clara e ordenada dos procesos e os resultados, e polo rigor e a precisión na realización dos cálculos.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Nesta unidade trabállanse os conceptos de magnitudes proporcionais: a proporcionalidade numérica, repartos proporcionais, tanto directos coma inversos.

Non só hai que traballar desde o punto de vista de algoritmos, senón que onde máis se debe insistir é nas súas aplicacións ás ciencias e á vida cotiá, como o tanto por cento, as variacións porcentuais e o interese simple.

A necesidade de comprender o concepto de proporcionalidade numérica xustifícase pola súa habitual presenza na vida cotiá. Os alumnos oíron falar de porcentaxes, o que pode ser utilizado para motivar a necesidade do seu estudo.

Non hai que esquecer, e por conseguinte hai que insistir niso, que non todas as situacións, e tampouco os exercicios, se poden realizar mediante regras de tres.

VI. SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Resulta interesante e práctico a longo prazo deterse a diferenciar cales son magnitudes proporcionais e cales non. Os alumnos tenden a asumir a regra de “a máis, máis” en proporción directa e “a máis, menos” ou “a menos, máis” en inversa. É necesario deixar claro que as magnitudes deben manter a proporción. Exemplos chocantes, como preguntarlles de que tamaño sería o noso pé ou a nosa cabeza se aumentase en proporción aos anos, adoitan deixárllelo claro.

- Os contidos desta unidade permiten retomar o estudo de procedementos aritméticos traballados anteriormente, coma o cálculo con fraccións.

- É recomendable que os alumnos realicen as actividades con procedementos sinxelos como multiplicar polo coeficiente adecuado.

- En caso necesario e a criterio do profesor, pode explicarse a regra de tres.

- Páxinas web relacionadas coa unidade:

http://descartes.cnice.mecd.es/1y2_eso/Funciones_funcion_de_proporcionalidad/index.htm

BLOQUE 3. Álgebra

UNIDADE 5: Expresións alxébricas

I. OBXECTIVOS

- Utilizar as expresións alxébricas para manexar cantidades descoñecidas ou variables e expresar condicións ou relacións sobre elas.
- Operar con axilidade e corrección polinomios, simplificando os resultados sempre que sexa posible.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Recoñecer expresións alxébricas e utilízalas para expresar relacións entre diferentes magnitudes, calculando o valor numérico destas expresións en caso de que sexa necesario.
- Utilizar a linguaxe alxébrica para xeneralizar propiedades e simbolizar relacións en contextos diversos.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar a linguaxe alxébrica para producir e interpretar distintos tipos de información e relacionar cantidades descoñecidas para resolver problemas relacionados coa vida cotiá, as ciencias experimentais e o mundo laboral (C-2, C-4).
- Reflexionar sobre as propias estratexias no manexo de expresións con linguaxe alxébrica, valorando os propios éxitos e analizando os erros para adquirir cada vez máis eficacia e autonomía nos hábitos de traballo (C-2, C-7, C-8).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- A linguaxe alxébrica.
- Expresión alxébrica.
- Valor numérico dunha expresión alxébrica.

Procedementos

- Utilizar a linguaxe alxébrica para expresar relacións entre variables ou propiedades xerais.
- Calcular o valor numérico dunha expresión alxébrica.
- Obtención de fórmulas e termos xerais baseada na observación de pautas e regularidades.
- Simbolización de relacións en contextos diversos.

Actitudes

- Perseveranza na busca de solucións en exercicios con expresións alxébricas superando as dificultades que un primeiro achegamento pode presentar.
- Valoración da necesidade e utilidade do uso da linguaxe alxébrica na resolución de problemas da vida ordinaria ou doutras materias.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

A linguaxe alxébrica é unha das grandes ferramentas matemáticas sen as cales sería imposible concibir a matemática moderna, a linguaxe na que se desenvolven as grandes ramas, desde a análise ata a xeometría, é sen dúbida a linguaxe dos obxectos designados a través de letras.

Para os alumnos de segundo de ESO, este é o primeiro achegamento á linguaxe alxébrica propiamente dita. Aínda que en primeiro se viron algunhas nocións básicas das operacións con monomios, as xustas para iniciar o estudo de ecuacións de primeiro grao, é agora cando se introducen o concepto de polinomio e as operacións con polinomios.

A nova linguaxe non resulta habitualmente sinxela para os alumnos, pois en ocasións non é moi intuitiva. É importante que se trate cada novo contido coa suficiente detención, especialmente aqueles que se refiren ás operacións con polinomios.

É importante que se estude con detención como en moitas circunstancias da vida ordinaria ou noutras materias se usan letras para designar cantidades que a priori se descoñecen ou que poden ser variables. Esta idea é básica para o tratamento en unidades posteriores tanto de ecuacións ou sistemas de ecuacións coma do concepto de función.

Como ocorre con outros moitos contidos da materia, a destreza no uso da linguaxe alxébrica e das operacións con polinomios en particular adquirese coa práctica. E unha vez máis resultan moi útiles neste sentido os exercicios con cálculo mental, que no caso de operacións con polinomios deben ser moi sinxelos (non esquezamos que estamos empezando). Igualmente, pódense formular exercicios orais para identificar o grao de polinomios, o seu número de termos ou os diferentes coeficientes.

VI. SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Pódense utilizar dominós de monomios para que os alumnos se familiaricen coa linguaxe alxébrica.
- Na internet hai diversas páxinas web onde se tratan as potencias que poden resultar interesantes. Aínda que en todas elas hai contidos que exceden o nivel do curso, tamén se tratan procedementos propios desta unidade.

http://descartes.cnice.mecd.es/Bach_CNST_1/Polinomios/index.htm

http://w3.cnice.mec.es/Descartes/Bach_CNST_1/Polinomios/polinomi.htm

UNIDADE 6: Ecuacións

I. OBXECTIVOS

- Identificar unha ecuación como unha igualdade de expresións alxébricas que só se verifica para algúns valores da variable, recoñecer os elementos que caracterizan unha ecuación e identificar ecuacións equivalentes.
- Resolver ecuacións de primeiro e segundo grao, e problemas mediante ecuacións.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Identificar unha ecuación como unha igualdade de expresións alxébricas que só se cumpren para algúns valores da variable.
- Recoñecer a incógnita, o grao e a solución dunha ecuación.
- Identificar ecuacións equivalentes de primeiro grao.
- Resolver ecuacións de primeiro grao.
- Resolver problemas mediante ecuacións.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Aprender a utilizar a linguaxe alxébrica ligada ás ecuacións como forma de expresión e valorar a súa utilidade en situacións da vida cotiá e outras ciencias (C-1, C-2, C-3).
- Desenvolver estratexias persoais para decidir de forma autónoma o método de resolución de ecuacións máis apropiado para cada caso concreto (C-2, C-7, C-8).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Igualdade, identidade, ecuación.
- Grao dunha ecuación.
- Solución dunha ecuación.
- Ecuacións equivalentes.
- Ecuacións de primeiro grao. Resolución.

Procedementos

- Resolver ecuacións de primeiro grao por tanteo e aplicando as regras da suma e o produto.
- Identificar e resolver problemas da vida cotiá e outras ciencias mediante ecuacións de primeiro.

Actitudes

- Valoración da linguaxe alxébrica ligada ás ecuacións como unha forma concisa e útil de expresar e resolver problemas da vida diaria.
- Confianza na propia capacidade para resolver ecuacións formuladas na resolución de problemas.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Nesta unidade estúdanse as ecuacións de primeiro e segundo grao, a súa resolución e a súa aplicación para resolver problemas da vida cotiá e doutras ciencias.

Algúns conceptos traballáronse no curso anterior; porén, convén comezar desde o principio, pois a miúdo encóntranse procedementos mal adquiridos e conceptos esquecidos.

Unha vez asegurada a adquisición das técnicas básicas de resolución de ecuacións, é aconsellable que os alumnos practiquen de maneira reiterada e con dificultade crecente, co fin de ir superando os obstáculos que xurdan e afianzando os procedementos.

A resolución de problemas supón unha dificultade engadida para os alumnos deste nivel. Convén empezar con problemas sinxelos intentando afianzar os primeiros pasos e estimar se a progresión se deixa para cursos posteriores.

VI. SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Unha actividade que resulta proveitosa consiste en propoñer unha batería de ecuacións sinxelas para que os alumnos busquen a solución mentalmente ou por tanteo. Pode formularse a actividade de forma participativa. Posteriormente pódeseelles propoñer que inventen ecuacións para que as resolvan entre todos.

- Para traballar en grupo poden construírse tarxetas de ecuacións: nun dos lados de cada unha irá unha ecuación, e no outro, unha solución. Unha actividade relacionada con elas podería ser emparellar cada ecuación coa solución que lle corresponda.

- Con balanzas e pesas de distintas masas poden formularse ecuacións de forma didáctica para o estudante.

- Páxinas web:

<http://www.librosvivos.net/portada.asp>

<http://soko.com.ar/matematica.htm>

BLOQUE 4. Xeometría

UNIDADE 7.1: Medidas. Teorema de Pitágoras

I. OBXECTIVOS

- Estimar e manexar con precisión o concepto de medida.
- Coñecer e operar no sistema sesaxesimal.
- Coñecer e aplicar o teorema de Pitágoras e utilizalo en medidas.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Calcular aproximacións e erros.
- Utilizar o sistema sesaxesimal para medida de ángulos e tempos.
- Utilizar o teorema de Pitágoras en problemas de medida.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Expresar por escrito e oralmente a aproximación dunha medida (C-1, C-2).
- Utilizar e relacionar ángulos e medidas de tempos, así como a relación pitagórica para resolver problemas (C-2).
- Encontrar relacións pitagóricas e angulares no cálculo de distancias, medidas de ángulos, tanto en figuras xeométricas coma no mundo físico, onde se poidan descubrir estas formas (C-2, C-3).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Números decimais. A súa aproximación e arredondamento.
- Erros de medida e acoutamento.
- Aplicación do sistema sesaxesimal: unidades de ángulos. Forma incomplexa e complexa.
- Operacións con medidas de ángulos: suma, resta, multiplicación e división por un número enteiro.
- Teorema de Pitágoras. Medidas indirectas.

Procedementos

- Representación gráfica de números decimais e das súas aproximacións.
- Realización de medidas directas cos instrumentos de medida correspondentes.
- Estimación de medidas.
- Cálculo de erro absoluto e da cota de erro.
- Conversión das medidas de ángulos da forma incomplexa á complexa, e viceversa.
- Realización das operacións básicas con medidas de ángulos.
- Cálculo de distancias descoñecidas a través do teorema de Pitágoras.
- Aplicación á resolución de problemas sobre medidas e sobre o teorema de Pitágoras.

Actitudes

- Recoñecemento e valoración da utilidade das medidas para dar información precisa do noso medio.
- Interese por realizar as medidas con rigor e expresalas con propiedade.
- Incorporación á nosa linguaxe de cada día da terminoloxía da medida.
- Adquisición do hábito de expresar os resultados dos problemas coas unidades de medida adecuadas.
- Coidado e precisión na utilización dos instrumentos de medida.
- Curiosidade polo coñecemento dos sistemas métrico decimal e sesaxesimal.
- Gusto e interese pola representación gráfica precisa e por unha boa presentación dos traballos.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

O home sempre tivo necesidade de medir para a súa actividade cotiá; polo tanto, tivo que crear as unidades de medida. Houbo algunhas realmente enxeñosas, polo que de reais tiñan. Por exemplo, na construción de templos e pirámides no antigo Exipto dos faraóns, 3000 anos a.C. usábase como medida o “cóbado real”, que foi definido como a lonxitude do antebrazo do faraón, desde o cóbado ata o extremo do dedo medio, tendo a man estendida, máis a anchura da súa man. A medida orixinal foi transferida e materializada en granito negro. Nos sitios onde se construía, os traballadores tiñan copias en granito ou madeira, e era responsabilidade dos arquitectos o seu mantemento. Co paso do tempo, a humanidade fixo grandes progresos, pero sempre lle dou grande importancia á exactitude das medicións.

En 1799 estableceuse en París o Sistema Métrico —é o antecesor do noso actual Sistema Internacional de unidades, o SI— mediante o depósito de dous patróns de platino iridiado que representaban o metro e o quilogramo. O SI foi adoptado en España o 8 de novembro de 1967.

A medida é un dos temas nos que o alumno pode descender ao plano concreto, está presente en case toda a nosa actividade diaria, pasamos a vida cuantificando a través da medida, traballamos no sistema decimal, no ámbito das medidas de volume, superficies, lonxitudes, sistema monetario etc.

É importante o control do cambio de unidades e as súas subdivisións, pois este é un dos temas instrumentais básicos para outras disciplinas como física, química etc.

Pódeselles recomendar a observación nos laboratorios doutras disciplinas de instrumental para medir como calibres, balanzas, pipetas graduadas etc. e que comprendan o seu fundamento e aplicación.

Repásase neste tema o sistema sesaxesimal, sistema posicional aditivo, cuxa creación se lle asigna á civilización dos sumerios, que tiñan a astroloxía como unha das súas ciencias preferidas e crearon tamén un calendario lunar de 12 meses. Para os seus cálculos elaboraban táboas ou listaxes de números que cumprisen determinadas expresións, entre as que se encontraron 38 ternas do tipo $a^2 + b^2 = c^2$ que lles permitían a construción de triángulos rectángulos.

Os alumnos traballarán neste sistema, para medida de ángulos, base da xeometría, e tamén para medir o tempo. Todo o mundo usa un reloxo desde idade moi temperá; polo tanto, teñen unha idea

bastante clara das súas subdivisións e múltiplos, úsano a diario; só teñen que practicar por escrito as regras para efectuar as operacións necesarias.

No teorema de Pitágoras, que xa manexaron en cursos anteriores, deben comprender polo menos algunha das súas múltiples demostracións xeométricas. Resulta interesante que traballen buscando números enteiros que verifiquen a relación pitagórica.

En toda representación gráfica deben utilizar regra, escuadro ou cartabón, transportador e compás. Usarán a escala adecuada a cada situación.

VI. SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Os alumnos débense acostumar ao manexo da regra, o escuadro, o transportador e o compás como instrumentos de medida imprescindibles e cotiáns en toda representación gráfica.

- Neste tema pódense levar á clase cronómetros, e o propio reloxo será útil para realizar algunhas experiencias na clase nas que teñan que operar con medidas de tempo.

- Páxinas web:

http://descartes.cnice.mecd.es/Geometria/pitagoras_pgs/Index_Pitagoras.htm

<http://roble.cnice.mecd.es/jarran2/cabriweb/1triangulos/teoremapitagoras.htm>

http://www.portalplanetasedna.com.ar/numero_medida1.htm

UNIDADE 7.2: Semellanza. Teorema de Tales

I. OBXECTIVOS

- Comprender e aplicar o teorema de Tales.

- Comprender o concepto de razón de semellanza e aplicalo para construír figuras semellantes.

- Resolver problemas métricos a través da interpretación de planos, mapas etc.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Utilizar o teorema de Tales para determinar medidas e construír figuras semellantes.

- Recoñecer e aplicar os criterios de semellanza de triángulos e polígonos para calcular os seus lados, as súas áreas ou aplicalos a problemas métricos.

- Utilizar a escala e a semellanza para interpretar planos e mapas.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar o concepto de razón de semellanza e escala con propiedade para relacionar figuras semellantes (C-2).

- Descubrir as relacións de semellanza e a proporción nas diferentes formas que aparecen no mundo que nos rodea (C-2, C-3).

- Comprender e apreciar o concepto de proporción no mundo das artes, da pintura, da escultura, da arquitectura, da fotografía... (C-2, C-6).

- Desenvolver a capacidade creativa na construción de planos e maquetas (C-2, C-8).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Figuras semellantes coma as que teñen a mesma forma e os seus segmentos proporcionais. Razón de semellanza ou escala de figuras e de áreas.

- Criterios de semellanza entre figuras planas.

- Teorema de Tales.

- A semellanza de triángulos e a división de segmentos.

- Ampliación e redución de imaxes. Mapas e planos. Maquetas.

Procedementos

- Identificación de figuras semellantes, calculando a súa razón de semellanza e nalgúns casos as súas áreas.

- Utilización do teorema de Tales para dividir un segmento en partes proporcionais e representar números fraccionarios.

- Construción de figuras semellantes aplicando o método de Tales.

- Recoñecemento dos criterios de semellanza en triángulos semellantes e viceversa.

- Utilización da escala para crear ou interpretar planos e maquetas.

- Utilización de técnicas de resolución de problemas para abordar os relativos ao cálculo de lonxitudes de segmentos proporcionais, medidas de figuras semellantes, distancias entre obxectos que cumpran algún criterio de proporcionalidade etc.

Actitudes

- Valoración e recoñecemento da utilidade das escalas para poder estudar no papel obxectos, terreos etc., cuxo tamaño fai imposible o seu estudo na realidade.
- Sentido crítico ante as representacións a escala utilizadas para transmitir mensaxes ou efectuar medicións de diferente natureza.
- Recoñecemento e valoración da importancia do teorema de Tales en aplicacións cotiás.
- Sensibilidade cara á dimensión lúdica das aplicacións derivadas da proporcionalidade no mundo da arte, a pintura, a escultura, a arquitectura e no mundo físico.
- Recoñecemento e valoración da importancia dos hábitos de claridade, orde e pulcritude na formulación e na resolución dos exercicios de semellanza.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Neste tema abordamos o concepto de semellanza, que está presente en cantidade de actuacións da vida dos nosos alumnos. Todos fixeron fotos, fotocopias coas súas ampliacións e reducións, traballaron con mapas, planos, guías de rúas etc., polo que o concepto intuitivo de semellanza o teñen claro, así como o coñecemento da igualdade entre as formas. Aparece continuamente no mundo da imaxe, do deseño gráfico, na moda, na arte, onde a proporcionalidade e a semellanza entre formas adoitan estar relacionadas co concepto de beleza e harmonía.

O ser humano, ao longo da súa historia, estivo preocupado pola proporción das formas tanto no mundo da arte coma na observación das medidas na natureza. Sempre existiron canons de beleza baseados nas proporcións das formas, que se reflectiron na arte e nos hábitos e manifestacións culturais.

O que pode resultar máis difícil para os alumnos é, a través da observación dunha figura semellante (foto, plano, fotocopia etc.), determinar o seu tamaño na realidade, pasar da percepción á concreción. Non é de estrañar que lles ocorra aos alumnos, xa que en moitos casos, os propios adultos temos dificultade en concretar as medidas reais de planos e maquetas. A quen non lle pasou cando foi comprar unha casa?, que, desde logo, está desexando ver o seu piso piloto para ter unha percepción real do espazo, e non só observar un plano.

Dentro da unidade, o alumno construíra figuras semellantes a unha dada que garde as proporcións adecuadas á razón de semellanza que se estableza. É importante que traballen sempre con material de debuxo e realicen os seus gráficos de modo preciso.

Tamén se abordará a comprobación da semellanza entre dúas figuras, que require un traballo previo do coñecemento dos criterios de semellanza, para o cal se empezará polos triángulos, o que dará lugar á aplicación do teorema de Tales.

VI. SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Debuxos a escala, fotografías, mapas, planos.
- Material de debuxo: regra, compás, escuadro, cartabón, transportador.
- Bibliografía: Proporcionalidad geométrica y semejanza, editorial Síntesis.
- Páxina web:

http://descartes.cnice.mecd.es/Geometria/semejanza_plano/UD_Figuras_semejantes_1.htm

UNIDADE 8: Corpos xeométricos

I. OBXECTIVOS

- Describir, clasificar e desenvolver poliedros e os seus elementos.
- Describir, clasificar e desenvolver poliedros regulares e os seus elementos.
- Describir, clasificar e desenvolver os corpos de revolución e os seus elementos.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Coñecer os elementos dun poliedro.
- Traballar con figuras poliédricas desenvolvéndoas e determinando lonxitudes dos seus elementos.
- Recoñecer poliedros regulares.
- Recoñecer e describir corpos de revolución e os seus elementos.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Curiosidade e interese por investigar formas, configuracións e relacións xeométricas.
- Crear e describir elementos artísticos coa axuda dos coñecementos adquiridos nesta unidade.
- Elección, entre as distintas características, dos corpos espaciais, da máis idónea para resolver un problema.

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Elementos básicos da xeometría.
- Rectas e planos.
- Ángulos diedros e poliedros.
- Poliedros. As súas características e elementos: caras, arestas e vértices.
- Prismas: paralelepípedos, ortoedros.
- Pirámides: as súas características e elementos.
- Os poliedros regulares. Tipos.
- Posición relativa en que se encontran dúas arestas, dúas caras ou unha aresta e unha cara nunha figura xeométrica.
- Corpos de revolución.
- Cilindros rectos.
- Conos.
- A esfera.

Procedementos

- Rectas e planos no espazo, a súa posición relativa.
- Ángulo diedro e poliedro, a súa medida.
- Clasificación e descrición dun poliedro polos seus elementos: tipos de caras, número de arestas e vértices.
- Regra de Euler.
- Clasificación e descrición dos prismas segundo o polígono das bases.
- Clasificación e descrición dun poliedro regular.
- Desenvolvemento de poliedros.
- Aplicación das fórmulas das áreas dos polígonos para pescudar áreas de prismas a partir da análise do seu desenvolvemento no plano.
- Interseccións de planos con poliedros. Recoñecemento de seccións.
- Representación do corpo que se obtén ao xirar unha figura plana arredor dun eixe.
- Desenvolvemento de cilindros e conos.

Actitudes

- Interese e curiosidade pola observación e investigación sobre formas xeométricas no plano e no espazo.
- Valoración da utilidade dos coñecementos de xeometría para o mundo da arquitectura, a arte e a ciencia en xeral.
- Valoración da parte estética dos obxectos con formas xeométricas.
- Gusto e esforzo por describir verbalmente dun modo preciso figuras xeométricas.
- Sentido crítico e precisión ante as representacións gráficas esquemáticas de figuras xeométricas, recoñecendo posibles erros e corrixíndoos.
- Interese e gusto pola presentación ordenada, limpa e clara dos traballos xeométricos, valorando o seu pragmatismo.
- Interese, gusto e curiosidade pola investigación sobre formas xeométricas no espazo, as súas propiedades e as súas transformacións.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Os corpos xeométricos están presentes no mundo físico, e o seu estudo foi sempre de grande interese para a humanidade; existen restos arqueolóxicos do Neolítico (aproximadamente 2000 anos antes de Cristo) encontrados en Escocia nos que aparecen as figuras dos cinco poliedros regulares, chamados poliedros platónicos, pois Platón, nun dos seus diálogos, onde expón as súas ideas sobre o mundo cósmico, asocia ao mundo celeste a esfera (a máis perfecta), e a materia, que, segundo a súa teoría, estaba composta por átomos de lume, átomos de terra, átomos de aire, átomos de auga, relaciónaa, respectivamente, co tetraedro, o cubo, o octaedro e o icosaedro, e o dodecaedro para o universo, pois estes cinco poliedros eran considerados os corpos máis perfectos que existían. Posteriormente, o estudo dos truncamentos dos poliedros regulares por Arquímedes deu lugar aos chamados sólidos arquimedianos.

En todos os ámbitos do mundo da natureza aparecen as formas poliédricas, as estruturas de cristalización de minerais, a cristalización da auga cando se solidifica, as construcións dos paneis das abellas, a estrutura dos grans de pole, a estrutura dos virus... en fin, a listaxe sería interminable.

Na arte, tanto na escultura coma na pintura ou na arquitectura, temos expoñentes de grande interese onde os alumnos poden investigar este tipo de figuras. Sobre todo na arquitectura, pois é case imposible encontrar unha obra arquitectónica na que non se observen poliedros ou corpos de revolución.

Tamén no ambiente máis caseiro e cotián encontramos envases tanto de líquidos coma de sólidos que se axustan a formas poliédricas, sobre todo ortoédricas, pola facilidade do seu acoplamento para ser embaladas, pero existen outras moitas, se o que se quere é obter un impacto estético na embalaxe. Quen de nós ou dos nosos fillos non comprou algunha vez un artigo, encantado coa forma da súa caixiña?

É un tema moi apropiado para que realicen traballos de investigación sobre a presenza dos corpos xeométricos no mundo da arte, a cultura ou na natureza.

Tamén sería moi útil algún traballo manipulativo, como construción de maquetas con figuras xeométricas dando renda solta á súa creatividade, pois a percepción dos corpos xeométricos é primeiro visual, pero a manipulación de figuras axúdaos a profundar no seu coñecemento.

Débase conseguir que os alumnos queden un pouco enganchados coa beleza e harmonía dalgúns corpos xeométricos.

VI. SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Pódese traballar con corpos xeométricos con Polydrón.
- Bibliografía: Superficies poliédricas, de Ferre Muñoz, José Luis. Ed. Thonson. Paraninfo.
- Páxinas web:
 - <http://www.fpolar.org.ve/matematica3/fasciculo6.pdf>
 - http://www.escueladigital.com.uy/geometria/5_corpos.htm#irregulares
 - <http://www.kokone.com.mx/tareas/figuras/home.html> (recortables)

UNIDADE 9: Áreas e volumes de corpos xeométricos

OBXECTIVOS

- Coñecer, comprender e aplicar as fórmulas para o cálculo de superficies de corpos xeométricos, e resolver problemas que impliquen este cálculo.
- Comprender e coñecer o concepto de medida de volume e capacidade, utilizar as fórmulas para o cálculo destas en corpos xeométricos, así como resolver problemas de aplicación das mesmas.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Cálculo de áreas en poliedros.
- Cálculo de áreas en superficies de revolución.
- Cálculo de volumes e capacidade en figuras poliédricas.
- Cálculo de volumes e capacidade de corpos de revolución.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Interpretar a información obtida a través de áreas e volumes de corpos para tomar decisións que repercutan na sociedade para conseguir avances científicos e tecnolóxicos (C-2, C-3).
- Descubrir relacións entre a área e o volume de diferentes corpos xeométricos (C-2).
- Descubrir as relacións entre corpos xeométricos e levar a cabo con criterio propio unha estratexia de formulación en problemas xeométricos (C-2, C-8).
- Xestionar e controlar a capacidade de utilización dos seus coñecementos de xeometría para empregalos como recursos e técnicas para profundar na ampliación dos mesmos (C-2, C-7).
- Comprender e apreciar o concepto de volume e área no mundo das artes: escultura, arquitectura... (C-2, C-6).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Áreas dos prismas e poliedros regulares.
- Área da pirámide e do tronco de pirámide.
- Área do cilindro, o cono, o tronco de cono e a esfera.
- Capacidade e volume, e equivalencias entre unidades de volume e capacidade.
- Volume de prismas.
- Volume de pirámides e troncos de pirámide.
- Volume do cilindro, o cono, o tronco de cono e a esfera.

Procedementos

- Aplicación do teorema de Pitágoras para o cálculo de determinados elementos dos poliedros.
- Cálculo de áreas de poliedros e de corpos de revolución.
- Relacións entre a área dunha esfera e a do cilindro circunscrito a ela.
- Utilización de recipientes (botellas, caldeiros etc.) para que o alumno pescude a capacidade dos mesmos, transforme estas unidades e determine a súa equivalencia con unidades de volume.

- Descrición verbal de problemas referentes ao cálculo de volumes de corpos xeométricos.
- Realización de actividades que permitan buscar relacións entre os volumes de poliedros e os de corpos redondos.
- Aplicación das estratexias de resolución de problemas relacionadas co cálculo de volumes.

Actitudes

- Hábito por expresar sempre as lonxitudes, áreas e volumes nas unidades de medida adecuadas.
- Recoñecemento e sensibilidade por darlle importancia á utilidade do cálculo de áreas e volumes en actividades cotiás e noutras de tipo profesional relacionadas co medio físico.
- Recoñecemento e valoración da importancia dos hábitos de claridade e orde na resolución de problemas.
- Interese e curiosidade por coñecer as estratexias, distintas das propias, a seguir na busca de solucións aos problemas relacionados co cálculo de áreas e volumes.
- Constancia e tesón pola busca de procedementos e estratexias para a resolución de problemas xeométricos.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Ao cálculo das áreas e volumes dos corpos xeométricos dedicáronlle o seu estudo grandes científicos. O volume do cilindro e do cono eran xa coñecidos desde a época de Demócrito e Eudoxo (400 a. C.), e unha demostración de que o volume do cono é igual a un terzo do cilindro que o contén atribúeselle a Eudoxo. Euclides (330 a. C.), nos seus *Elementos*, demostrou que o volume dunha esfera é proporcional ao cubo do seu diámetro. Arquímedes demostrou á súa vez que esa constante de proporcionalidade estaba relacionada con pi. Arquímedes (200 a. C.) foi considerado coma o matemático e científico máis importante da idade antiga. Coa súa famosa palabra “Eureka!”, foi o que descubriu como medir o volume dun corpo, ao introducilo nun recipiente con auga, polo volume de auga desaloxada. Tamén se lle atribúe a investigación sobre a dedución do volume dunha esfera, para o cal, partindo dunha esfera calquera, considera un cilindro cuxo raio da base é igual ao raio da esfera e a súa altura igual a este raio, e un cono con base igual á do cilindro e altura igual ao raio da esfera. Facendo un corte horizontal nos tres corpos a unha altura inferior ao raio, demostra que a superficie da sección correspondente ao cilindro é igual á suma das superficies das seccións correspondentes ao cono e á esfera. Este tema foi para el tan obsesivo que Plutarco, na súa obra *Vidas paralelas*, escribe sobre **Arquímedes**: “O seus descubrimentos foron numerosos e admirables; pero cóntase que lles pediu aos seus amigos e parentes que, cando morrese, colocasen sobre a súa tumba unha esfera dentro dun cilindro, inscribíndoa na proporción do sólido continente respecto ao contido; isto é, a razón 3 : 2”. Pappus de Alexandría (séculos iii-iv), último gran matemático da escola alexandrina, do que son coñecidos varios teoremas de xeometría, enunciou o teorema do centroide, que dicía: “A área dunha superficie de revolución xerada mediante a rotación dunha curva plana C sobre un eixe externo a C sobre o mesmo plano é igual á lonxitude de C multiplicada pola distancia percorrida polo seu centroide”, aplicado a unha esfera $A = (2\pi R) \cdot (2\pi R) = 4\pi R^2$. Foi Cavalieri, coa súa teoría do indivisible, presentada na súa *Geometría indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota*, de 1635, e perfeccionada en *Egercitaciones xeometricae sex*, a cal foi considerada como a fonte principal das matemáticas, quen encontrou simple e rapidamente a área e o volume de varias figuras xeométricas entre as que se atopaba a esfera.

Todas estas investigacións serviron para que na actualidade realicemos o cálculo de áreas e volumes de corpos xeométricos con bastante frecuencia. Todo vai envasado e envolto, e a fabricación dos envases e envoltorios require do cálculo da súa capacidade, volume e superficie. Tamén no mundo da tecnoloxía e da arquitectura é case imposible entrar nalgún ámbito da vida actual que non requira estes conceptos. É importante que os alumnos sexan conscientes diso.

Débense repasar as unidades de superficie e de volume e capacidade. Centrarase a atención na dedución de fórmulas da superficie e o volume dalgúns corpos xeométricos sempre que se encontren no seu nivel de coñecemento, a través do desenvolvemento das mesmas. Este traballo, co apoio do gráfico, non se debe descoidar, xa que lles axuda aos alumnos a adquirir nivel de abstracción e a realizar un traballo comprensivo e racional, non só memorístico e rutineiro. Deste último débese fuxir sempre que se poida en matemáticas, salvo para a adquisición de automatismos.

Pódense realizar prácticas de medida de volume dun corpo calquera utilizando o principio de Arquímedes. Levar á clase envases diferentes para observar o concepto que teñen de capacidade. Os problemas que se realicen terán datos reais para que isto lles axude a adquirir unha percepción real e concreta do concepto de unidade de superficie e de volume.

VI. SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Materiais: decímetro cúbico desmontable, botellas, envases de cartón, recipientes varios, material de debuxo, pipetas e buretas, programas de deseño.

- Bibliografía: Superficie y volumen. ¿Algo más que un trabajo con fórmulas?, de Olmo, M. A.; Moreno, M. F., e Gil, F. Editorial Síntesis.
- Páxina web:
<http://mimosa.cnice.mecd.es/clobo/geoweb/2eso.htm>

BLOQUE 5. Funcións e gráficas

UNIDADE 10.1: Funcións: propiedades globais

I. OBXECTIVOS

- Saber representar e analizar no plano cartesiano puntos e gráficas.
- Comprender e recoñecer o concepto de función, así como as súas propiedades principais.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Representar puntos do plano dados polas súas coordenadas cartesianas.
- Construír e interpretar gráficas dadas por fórmulas ou táboas.
- Identificar as características fundamentais dunha función.
- Analizar as propiedades globais dunha función.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar a linguaxe matemática como instrumento de representación e interpretación da realidade, que é a competencia en comunicación lingüística e a competencia matemática (C-1, C-2).
- Desenvolver o pensamento científico para interpretar a información que se recibe coas gráficas das funcións, o que é a competencia no coñecemento e a interacción co mundo físico (C-2, C-3).
- Aplicar as técnicas de traballo, así como a súa responsabilidade, perseveranza, creatividade e autocrítica no momento de realizalo levan ás competencias para aprender a aprender e para a autonomía e iniciativa persoal (C-2, C-7, C-8).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Coordenadas cartesianas.
- Fórmulas, táboas e gráficas.
- Concepto de función.
- Representación gráfica de funcións.
- Propiedades globais das funcións.

Procedementos

- Representación de puntos no plano.
- Interpretación dos datos achegados por unha fórmula, táboa ou gráfica.
- Comprensión do concepto de función.
- Obtención da gráfica dunha función dada por unha fórmula ou unha táboa.
- Interpretación das propiedades globais dunha función.

Actitudes

- Valoración das funcións para interpretar situacións da vida cotiá e doutras ciencias.
- Carácter crítico cara á representación gráfica e a información que contén.
- Apreciación pola presentación clara dos procedementos e resultados.
- Rigor e precisión nos cálculos.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Desenvólvense nesta unidade os conceptos e procedementos básicos que inician o estudo das funcións.

A representación dos puntos do plano e de funcións dadas por unha táboa ou por unha fórmula, así como a súa interpretación, constitúen o núcleo central de contidos.

Estúdanse tamén as propiedades globais fundamentais, pero dunha forma moi intuitiva, visual e básica. Xa haberá tempo noutros cursos para profundar no tema.

Ao longo do tema, os exemplos pretenden poñer de manifesto a presenza das relacións funcionais na vida cotiá e noutras ciencias.

VI. SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Convén que os alumnos comprobén a presenza das funcións en diferentes ámbitos. Pódenselles presentar exemplos de xornais, facturas e outros libros de texto que non sexan desta materia.

- Resulta interesante que os alumnos recollan datos do seu medio, os ordenen en táboas e representen a función, interpretando a información.
- Os alumnos teñen que ser capaces de distinguir cando unha gráfica é ou non unha función, polo que hai que presentarles distintas representacións que respondan a ambas situacións.
- Nesta unidade é conveniente que os alumnos teñan o material de debuxo.
- Páxinas web:
 - http://clic.xtec.net/db/act_es.jsp?id=1365
 - http://descartes.cnice.mecd.es/1y2_eso/Interpretacion_de_graficas/index.htm

UNIDADE 10.2: Funcións lineais e afíns

I. OBXECTIVOS

- Recoñecer as características e a gráfica dunha función linear.
- Recoñecer as características e a gráfica dunha función afín.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Identificar os aspectos máis relevantes das funcións lineais e afíns.
- Recoñecer unha función afín identificando a pendente e a ordenada na orixe.
- Investigar se dúas rectas son paralelas.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar a linguaxe matemática como instrumento de representación e interpretación da realidade, que é a competencia en comunicación lingüística e a competencia matemática (C-1, C-2).
- Desenvolver o pensamento científico para interpretar a información que se recibe coas gráficas das funcións, o que é a competencia no coñecemento e a interacción co mundo físico (C-2, C-3).
- Aplicar as técnicas de traballo, así como a súa responsabilidade, perseveranza, creatividade e autocrítica no momento de realizalo, levan ás competencias para aprender a aprender e para a autonomía e iniciativa persoal (C-2, C-7, C-8).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Función de proporcionalidade directa.
- Funcións afíns.
- Pendente e ordenada na orixe.
- Rectas paralelas.

Procedementos

- Representación de funcións de proporcionalidade directa.
- Representación de funcións afíns.
- Obtención da pendente e a ordenada na orixe dunha función afín.
- Recoñecer cando dúas rectas son paralelas.

Actitudes

- Valoración das funcións para interpretar situacións da vida cotiá e doutras ciencias.
- Carácter crítico cara á representación gráfica e a información que contén.
- Apreciación pola presentación clara dos procedementos e resultados.
- Rigor e precisión nos cálculos.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

As funcións de proporcionalidade directa, e en xeral as representadas por unha recta calquera, centran o desenvolvemento de contidos da unidade tanto pola súa evidente sinxeleza como pola súa importante presenza en numerosas situacións relacionadas coas ciencias e o medio cotián. É importante facer ver que non todas as rectas son funcións de proporcionalidade directa, senón que só o son as que pasan polo centro de coordenadas.

VI. SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Convén que os alumnos comprobren a presenza das funcións en diferentes ámbitos. Pódenselles presentar exemplos de xornais, facturas e outros libros de texto que non sexan desta materia.
- Resulta interesante que os alumnos recollan datos do seu medio, os ordenen en táboas e representen a función, interpretando a información.
- Nesta unidade é conveniente que os alumnos teñan o material de debuxo.
- Páxinas web:
 - http://descartes.cnice.mecd.es/1y2_eso/Funciones_funcion_de_proporcionalidad/index.htm

BLOQUE 6. Estatística e probabilidade

UNIDADE 11: Estatística e probabilidade

I. OBXECTIVOS

- Organizar os datos dunha variable e interpretar o comportamento da mostra ou poboación a través de parámetros estatísticos ou de gráficos.
- Observar o comportamento de determinados sucesos aleatorios e intentar predicir con axuda da probabilidade as situacións de incerteza.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Recoñecer o tipo de variable. Facer recuento de datos. Realizar a táboa de frecuencias, agrupalos en intervalos nos casos en que sexa necesario.
- Representar e interpretar os gráficos das características dunha poboación: diagrama de barras, histograma, polígono de frecuencias, diagrama de sectores.
- Calcular a moda, a media, a mediana e as medidas de dispersión, rango e desviación media.
- Distinguir os diferentes tipos de sucesos e calcular a probabilidade dun suceso utilizando a regra de Laplace.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Habilidade para analizar e interpretar datos ou gráficos obtidos de situacións sociais de actualidade que sexan próximas aos intereses dos alumnos (C-2, C-4, C-7).
- Recoñecer a utilidade da linguaxe propia da estatística, expresar correctamente a súa formalización matemática, así como a súa utilización nos medios de comunicación, e xerar unha actitude crítica da interpretación destas informacións (C-1, C-2, C-4, C-5).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Variables estatísticas cualitativa e cuantitativa.
- Frecuencia absoluta, relativa e acumulada. Táboas.
- Diagrama de barras, histograma, polígono de frecuencias, diagrama de sectores.
- Medidas de centralización: media aritmética, moda.
- Medidas de posición: mediana.
- Medidas de dispersión: percorrido ou rango e desviación media.

Procedementos

- Elaborar táboas de frecuencias de datos.
- Agrupar datos en intervalos nos casos que sexa necesario.
- Elaborar gráficos adecuados a cada tipo de variable a partir dunha táboa de frecuencias.
- Calcular a media, a moda e a mediana. Interpretar os resultados obtidos destes cálculos.
- Calcular e interpretar o resultado obtido do percorrido, e a desviación media.

Actitudes

- Valoración da necesidade da ordenación de datos e a agrupación adecuada dos mesmos, para o posterior cálculo de parámetros estatísticos, e así poder chegar a interpretar os seus resultados.
- Recoñecemento da utilidade da estatística na vida cotiá para a interpretación de múltiples realidades.
- Valoración da utilidade da calculadora en cálculos reiterativos.
- Gusto pola presentación ordenada das táboas, gráficos e cálculos dos parámetros estatísticos.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

A importancia da estatística dálla hoxe a súa universalidade: úsase en case todos os ámbitos, tanto nos medios de comunicación coma en actividades deportivas, en medios políticos etc. Tamén en todas as carreiras universitarias tanto de ciencias coma de letras. Isto fai que sexa de interese básico para calquera cidadán.

Xa pasaron os tempos en que era tedioso o cálculo dos parámetros estatísticos con interminables sumas en táboas aparentemente infinitas. Hoxe, as calculadoras e os ordenadores facilítanlles aos alumnos esta ardua tarefa, e pódense centrar máis na interpretación de gráficas, que sempre resulta moito máis atractivo para eles.

Estúdanse con detención os diferentes caracteres da variable, introdúcese o agrupamento de datos nos casos en que a distribución de datos o requira.

Estúdanse frecuencias absolutas e relativas, e pódese pasar a realizar porcentaxes que nos sirvan para observar un pouco a conexión destes coa probabilidade, concepto que introducimos a través da regra de Laplace.

Repásanse e profúndase nos gráficos estatísticos do diagrama de barras, diagrama de sectores, polígono de frecuencias e histograma. Débese traballar co uso do diagrama máis adecuado, dependendo do tipo de variable. É importante a elaboración correcta e precisa dos gráficos, a súa interpretación e a extracción de datos a través deles.

Repásanse as medidas de centralización media e moda, e a mediana como medida de posición.

Estúdanse o rango e a desviación media como medidas de dispersión.

Na parte de probabilidade faise fincapé nas nocións básicas de experimento aleatorio e os seus diferentes sucesos asociados, onde calcularán a súa probabilidade utilizando a regra de Laplace. Os exemplos teñen que ser sinxelos e clarificadores dos conceptos; en cursos superiores profundarase máis. Esta parte do tema adoita gustarlles bastante porque moitos dos enunciados que se propoñen asócianos a xogos.

A recollida de materiais de prensa pode ser moi útil.

O uso da calculadora é básico neste tema.

VI. SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Realizar algúns grupos na clase para que realicen diferentes traballos sobre algún dato de interese para os alumnos. Os datos pódense obter a través de enquisas, dirixidas e controladas polo profesor, para que se poidan tabular e interpretar.
- Débese usar a calculadora.
- Pódese usar a folla de cálculo Excel.
- Usar material de prensa para a interpretación de gráficas e táboas estatísticas.
- En probabilidade, utilizar moedas, dados, bolsas con bólas, lambonadas etc.
- Na internet hai diversas páxinas web sobre estatística e probabilidade:
 - http://descartes.cnice.mecd.es/1y2_eso/estadistica_1_ciclo/indice.htm
 - http://descartes.cnice.mecd.es/3_eso/Azar_y_probabilidad/azar_probabilidad_2.htm
 - <http://www.recursosmatematicos.com/redemat.html>

3º ESO

OBXECTIVOS

1. Analizar fenómenos físicos, sociais ou procedentes da vida cotiá mediante o emprego do pensamento reflexivo e incorporar á linguaxe e xeitos de argumentación as formas de expresión e razoamento matemático. (Obx. 1 e 2)
2. Incorporar á linguaxe as distintas formas de expresión matemática (numérica, alxébrica, gráfica, xeométrica, lóxica, probabilística) utilizando con precisión e rigor as mesmas expresións para comunicarse de maneira precisa e rigorosa. (Obx. 1 e 2)
3. Cuantificar aqueles aspectos da realidade que permitan interpretala mellor, para o que deberán empregar técnicas de colleita de datos, procedementos de medida, as distintas clases de números e os cálculos apropiados a cada situación. (Obx. 2 e 3)

4. Utilizar técnicas sinxelas de colleita de datos para obter información sobre situacións e fenómenos diversos presentes nos medios de comunicación, internet ou outras fontes de información, e representar esa información de maneira gráfica e numérica para así formarse un xuízo sobre a mesma. (Obx. 3, 4 e 10)
5. Empregar estratexias persoais para a resolución de problemas, expoñer interrogantes para formular e comprobar conxecturas, realizar inferencias e deducións, e organizar e relacionar informacións diversas relativas á vida cotiá. (Obx. 8 e 9)
6. Utilizar con confianza e fluidez estratexias de resolución de problemas de acordo cos métodos propios da actividade matemática ao tempo que gozan da compoñente creativa, manipulativa, estética e utilitaria das matemáticas. (Obx. 5 e 9)
7. Procurar relacións entre conxuntos de datos, mentres empregan modelos matemáticos (alxébricos, funcionais, estatísticos...) presentes nas noticias, opinións, publicidade, etc, e analizan criticamente as funcións que desempeñan e as súas achegas para unha mellor comprensión das mensaxes. (Obx. 1, 2 e 4)
8. Recoñecer figuras planas, corpos xeométricos no espazo, así como as relacións que se presentan na realidade grazas á análise das súas propiedades, do cálculo das áreas e volumes e amosando sensibilidade cara á beleza que xeran. (Obx. 8 e 10)
9. Actuar perante situacións da vida cotiá realizando observacións sistemáticas de aspectos cuantitativos, xeométricos e lóxicos, cuxo análise permita aplicar os modos propios da actividade matemática. (Obx. 7 e 8)
10. Empregar diferentes medios tecnolóxicos (calculadoras, ordenadores, etc.) para a resolución de problemas na vida real. (Obx. 6 e 7)
11. Valorar as matemáticas como unha ciencia aberta e dinámica que seguiu unha evolución histórica e forma parte da nosa cultura, utilizando os seus contidos e formas de actividade na procura de solucións a problemas actuais relacionados co medio, a saúde, a economía... (Obx. 11)

Os obxectivos que figuran entre paréntese están en relación cos obxectivos xerais da área para a etapa.

CRITERIOS DE AVALIACIÓN

1. Identificar, relacionar e representar graficamente os números racionais e utilízalos en actividades relacionadas co contorno cotián. (C. AV. 1 e 8)
2. Utilizar convenientemente as aproximacións decimais dos números reais para realizar os cálculos básicos, sabendo estimar os erros absoluto e relativo en cada caso. (C. AV. 1)
3. Utilizar a álgebra simbólica para representar e explicar relacións matemáticas e utilizar os seus métodos para resolver problemas de xeometría, da vida cotiá ou relacionados con outras ciencias. (C. AV. 2 e 8)
4. Aplicar as sucesións en diversas disciplinas: economía (interese composto e análise técnico), física (distancia interplanetaria), bioloxía (distribución de froitos segundo a lei de Fibonacci). (C. AV. 2 e 8)
5. Aplicar as técnicas de manipulación de expresións literais para resolver problemas por métodos numéricos e gráficos que poidan ser traducidos previamente a ecuacións e sistemas. (C. AV. 3)
6. Aplicar o teorema de Tales para calcular lados descoñecidos de triángulos semellantes, e o teorema de Pitágoras á resolución de problemas en diferentes contextos. (C. AV. 4)
7. Recoñecer a transformación ou o produto de transformacións que nos leva dunha figura a outra e indicar as propiedades do movemento. (C. AV. 4)
8. Aplicar as propiedades das transformacións para identificar figuras simétricas e resolver problemas de distancias. (C. AV. 1 e 6)
9. Distinguir unha relación funcional de outra que non o sexa, expresada mediante unha táboa, gráfica ou fórmula, e que permita a análise dun fenómeno físico ou social ou da vida cotiá. (C. AV. 1, 3 e 8)
10. Estudiar e recoñecer as características básicas das gráficas de funcións (puntos de corte, crecemento e decrecemento, etc.) que permitan avaliar o seu comportamento. (C. AV. 1 e 8)
11. Elaborar táboas de frecuencias absolutas, relativas e acumuladas dunha distribución estatística, interpretando os resultados obtidos. (C. AV. 9 e 10)
12. Representar mediante gráficos (diagramas de barras, lineais ou de sectores; histogramas, etc.) os datos correspondentes a unha distribución estatística sinxela interpretando e analizando criticamente o seu contido. (C. AV. 9 e 10)
13. Calcular os parámetros de centralización (media, mediana e moda) e de dispersión (rango, desviación respecto á media, varianza e desviación típica) dunha distribución estatística e valorar a súa eficacia á hora de describir unha distribución en función do contexto e da natureza dos datos. (C. AV. 3, 9 e 10)
14. Identificar os sucesos elementais dun experimento aleatorio sinxelo e outros sucesos asociados a ese experimento. (C. AV. 9 e 10)

15. Asignar probabilidades a un suceso baseándose na regra de Laplace e nas propiedades do cálculo de probabilidades. (C. AV. 9 e 10)

16. Empregar estratexias de resolución de problemas tales como a reorganización de información de partida, a busca de contraexemplos, a experimentación con casos particulares, a resolución dun problema análogo, pero máis doado, ou a xeralización. (C. AV. 4, 5, 8 e 10)

Estes criterios están en relación cos criterios de avaliación da área para a etapa (numeración entre paréntese).

COMPETENCIAS BÁSICAS

1. Interpretar e describir a realidade aplicando destrezas relacionadas cos números reais, a álgebra, a xeometría e as funcións que permitan razoar matematicamente e obter conclusións para comprender mellor o mundo que nos rodea. (C. B. 2, 4 e 6)

2. Aplicar as técnicas heurísticas axeitadas para modelizar unha situación real, expoñer e resolver o problema en casos máis sinxelos e xeralizar o resultado. (C. B. 2, 3 e 7)

3. Utilizar de forma axeitada a calculadora e a folla de cálculo Excel para traballar con potencias, raíces e operacións con números expresados en notación científica, así como Derive para a álgebra e Cabri para a xeometría. (C. B. 2 e 8)

4. Resolver problemas realizando unha lectura comprensiva do enunciado antes de abordalo, aprender a prescindir da información superflua e saber estimar a coherencia e precisión dos resultados obtidos. (C. B. 1, 2, 6 e 7)

5. Valorar a precisión, simplicidade e utilidade da linguaxe alxébrica para describir situacións e fenómenos procedentes de calquera ámbito científico e da vida cotiá, así como para mellorar a capacidade de razoamento lóxico matemático, formalizar o pensamento abstracto e valorar a importancia dunha maneira de proceder ordenada. (C. B. 1, 2, 6 e 7)

6. Recoñecer e describir distintos lugares xeométricos polas propiedades que verifican e apreciar a achega da xeometría a outros ámbitos do coñecemento humano como a arte ou a arquitectura, os deseños cotiáns. (C. B. 2, 3, 5 e 6)

7. Trasladar o coñecemento da esfera e os seus elementos á Terra e ás súas coordenadas xeográficas. (C. B. 2 e 3)

8. Aplicar os coñecementos sobre funcións para investigar e resolver problemas que xurdan da vida real ou doutras ciencias analizando os elementos principais no estudo das funcións cuadráticas, a súa representación e aplicacións. (C. B. 1, 2, 6 e 8)

9. Actuar de maneira ordenada ao afrontar un problema estatístico para manexar e valorar a utilidade dos gráficos na presentación de resultados e a obtención de futuras conclusións. (C. B. 2, 7 e 8)

10. Interpretar con cautela todas as informacións de carácter estatístico aplicando os parámetros de centralización e dispersión. (C. B. 2, 5 e 8)

Estas competencias básicas están en relación coas competencias básicas para a etapa (numeración entre paréntese).

BLOQUE 1. Contidos comúns

- Utilización de estratexias e técnicas simples na resolución de problemas, tales como a análise do enunciado, o ensaio e erro ou a resolución dun problema máis simple, e a comprobación da solución obtida.
- Expresión verbal do procedemento que se seguiu na resolución de problemas.
- Utilización correcta dos símbolos e das normas das matemáticas, valorando a precisión desta linguaxe.
- Interpretación de mensaxes que conteñan informacións sobre cantidades e medidas ou sobre elementos ou relacións espaciais.
- Confianza nas propias capacidades para afrontar problemas, comprender as relacións matemáticas e tomar decisións a partir delas.
- Perseveranza e flexibilidade na procura de solucións aos problemas.
- Planificación e realización de traballos matemáticos tanto individualmente como en equipo, mantendo actitudes favorables de participación e diálogo.
- Utilización de ferramentas tecnolóxicas para facilitar os cálculos de tipo numérico, alxébrico ou estatístico, as representacións funcionais e a comprensión de propiedades xeométricas.
- Busca de información e lectura de textos sobre acontecementos e persoas relacionadas coas matemáticas ao longo da historia.

Deberá terse en conta que este primeiro bloque do curso, titulado Contidos comúns, debe tratarse a través dos demais bloques de contidos (Números, Álgebra, Xeometría, Funcións e gráficas, Estatística e probabilidade) vinculado a eles e aos contextos que se seleccionen para facilitarlle ao alumnado o logro dos obxectivos xerais e a adquisición das competencias básicas.

BLOQUE 2. Números

UNIDADE 1: Os números e as súas utilidades I

Obxectivos

- Utilizar os números racionais para intercambiar información e resolver problemas e situacións da vida cotiá.
- Resolver problemas para os que se precise a utilización das catro operacións con números racionais, e mailas potencias e radicais, elixindo a forma de cálculo apropiada e valorando a adecuación do resultado ao contexto.

Contidos conceptuais

- Revisión dos números naturais e dos enteiros. Insuficiencia de N e Z .
- As fraccións. O conxunto Q dos números racionais.
- Operacións elementais en Q . Xerarquía de operacións e uso da paréntese.
- Ordenación en Q .
- A recta racional.
- Potencias de expoñente enteiro. Regras de cálculo con potencias.

Contidos procedementais

- Utilización de números en diferentes contextos elixindo a notación máis axeitada para cada caso.
- Cálculo con números racionais, utilizando correctamente a xerarquía de operacións e o uso das parénteses.
- Representación sobre unha recta dos números racionais.
- Cálculo con potencias e radicais.
- Utilización de instrumentos de cálculo para a realización de operacións numéricas, se o contexto o require.

Criterios de avaliación

- Ter unha idea precisa da necesidade da ampliación do campo numérico.
- Representar os números racionais sobre a recta.
- Efectuar cálculos con números racionais, manexando convenientemente a xerarquía das operacións e o uso das parénteses.
- Usar a calculadora sempre que sexa necesario segundo o contexto.
- Coñecer as potencias de base racional e expoñente enteiro, e operar con elas.
- Efectuar as operacións elementais con radicais cuadráticos ou cúbicos sinxelos.
- Resolver problemas prácticos de aplicación nos que interveñan números enteiros, fraccionarios, porcentaxes, etc.

Competencias básicas

- Entender as diferencias entre distintos tipos de números e saber operar con eles.
- Saber extraer información numérica dun texto dado.
- Expresar ideas e conclusións numéricas con claridade.
- Dominar o uso da calculadora para a resolución de problemas.
- Valorar os sistemas de numeración doutras culturas, como complemento da nosa.
- Utilizar os coñecementos numéricos para resolver problemas relacionados ca vida cotiá.
- Desenvolvemento de estratexias propias de resolución de problemas.

UNIDADE 2: Os números e as súas utilidades II

Obxectivos

- Coñecer os distintos tipos de números decimais e a súa relación coas fraccións
- Obter a expresión aproximada dun número e manexar a notación científica.

- Utilizar convenientemente aproximacións por defecto e por exceso dos números, acoutando o erro, nunha situación de resolución de problemas, desde a toma de datos ata a solución.
- Resolver problemas prácticos de medidas, interpretando as solucións, redondeando os resultados e acoutando os erros cando sexa preciso.

Contidos conceptuais

- Expresión decimal dun número racional. Fracción xeratriz.
- Os números racionais como expresións decimais periódicas.
- Algúns problemas que motivan a necesidade de ampliar o campo numérico.
- Aproximacións, estimacións e marxes de erros. A notación científica.
- A medida. Marxes de erro nas medidas. Aplicación aos problemas xeométricos.

Contidos procedementais

- Ordenación de números expresados en diferentes notacións, pasándoos á forma decimal se é conveniente.
- Recoñecemento de números irracionais pola súa expresión decimal ou por criterios coñecidos (raíces de enteiros que non son cadrados perfectos, etc.).
- Elección da notación e das unidades máis axeitadas ao contexto no que se traballa.
- Aproximación das medidas segundo a precisión que se requira en cada caso.
- Nun contexto de resolución de problemas, diferenciación dos elementos coñecidos dos que se pretende coñecer, e os relevantes dos irrelevantes.
- Cálculo con potencias.
- Resolución de problemas prácticos, aplicando as operacións adecuadas en cada caso.
- Utilización, en diferentes contextos, de estratexias persoais de cálculo mental.

Criterios de avaliación

- Obter a expresión decimal dun racional, e achar a fracción xeratriz dunha expresión decimal periódica.
- Coñecer os racionais como expresións decimais infinitas periódicas.
- Coñecer os conceptos de erro absoluto e relativo, e usalos para acoutar erros.
- Efectuar cálculos con números racionais, acudindo cando sexa preciso ás expresións decimais, aproximando os resultados ata onde sexa conveniente; e dando, no seu caso, a cota do erro cometido ao tomar un certo valor aproximado.
- Utilizar a notación científica para expresar números moi grandes ou moi pequenos, de forma analítica ou coa calculadora.
- Clasificar un conxunto dado de números, distinguindo uns de outros.

Competencias básicas

- Operar, aproximar, ou utilizar as porcentaxes para resolver problemas ou para a explicación de fenómenos.
- Expresar procedementos matemáticos dunha forma clara e concisa.
- Entender enunciados para a resolución dos problemas.
- Dominar a notación científica como medio para describir fenómenos macroscópicos ou relativos ó Universo.
- Utilizar a calculadora para facilitar os cálculos mecánicos.
- Ser consciente do propio desenvolvemento da aprendizaxe de procedementos matemáticos.
- Sensibilidade e gusto pola presentación ordenada e clara do proceso seguido na resolución de problemas ou do seu resultado.

UNIDADE 3: Progresións

Obxectivos

- Coñecer e manexar a nomenclatura propia das sucesións e da pescuda de regularidades numéricas.
- Recoñecer progresións aritméticas e xeométricas.
- Calcular termos e sumas de termos en progresións aritméticas e xeométricas.

Contidos conceptuais

- Sucesións numéricas. Termo xeral.
- Progresións aritméticas. Termo xeral.
- Suma de n termos dunha progresión aritmética.
- Progresións xeométricas. Termo xeral.

- Suma de n termos dunha progresión xeométrica.

Contidos procedementais

- Recoñecemento de regularidades en conxunto numéricos.
- Cálculo do termo xeral e dun termo calquera dunha progresión aritmética.
- Cálculo da suma dos n primeiros termos dunha progresión aritmética.
- Cálculo do termo xeral e dun termo calquera dunha progresión xeométrica.
- Cálculo da suma dos n primeiros termos dunha progresión xeométrica.
- Resolución de problemas sinxelos sobre progresións aritméticas e xeométricas.
- Recoñecemento e valoración crítica da utilidade da calculadora para realizar cálculos, investigacións numéricas e resolución de problemas.

Criterios de avaliación

- Recoñecer progresión aritméticas e xeométricas en sucesións numéricas dadas.
- Obter termos de progresións aritméticas e xeométricas a partir de datos coñecidos.
- Obter sumas de termos en progresións aritméticas e xeométricas a partir de datos coñecidos.
- Resolver problemas de aplicación de progresións aritméticas e xeométricas.

Competencias básicas

- Entender un texto científico coa axuda dos coñecementos sobre progresións estudados.
- Utilizar o cálculo de progresións para describir fenómenos da vida natural.
- Utilizar a calculadora para aforrar tempo no cálculo recorrente de progresións.
- Valorar a aprendizaxe de razoamentos matemáticos como fonte de coñecementos futuros que se poden adaptar a distintos problemas.

UNIDADE 4: A linguaxe alxébrica

Obxectivos

- Coñecer os conceptos e a terminoloxía propios da álgebra.
- Comprender que a "variable" ou "variables" son símbolos que representan situacións diversas.
- Adquirir o concepto de expresión alxébrica e polinomio.
- Traducir situacións da linguaxe natural á alxébrica.
- Operar con expresións alxébricas..
- Factorizar polinomios por extracción de factor común e aplicación dos produtos notables.

Contidos conceptuais

- Expresións alxébricas (monomios, polinomios, fraccións alxébricas, identidade, ecuación, ...)
- Polinomios.
- Operacións elementais con polinomios.
- Valor numérico e raíces dun polinomio.
- Factorización de polinomios: extracción de factor común e produtos notables (cadrado dun binomio, diferenza de cadrados).

Contidos procedementais

- Cálculo con polinomios.
- Cálculo do valor numérico dun polinomio.
- Cálculo das raíces enteiras dun polinomio sinxelo.
- Factorización dun polinomio aplicando as identidades notables.

Criterios de avaliación

- Coñecer os conceptos de expresión alxébrica e polinomio.
- Coñecer as operacións con polinomio e aplicalas.
- Coñecer os conceptos de valor numérico e de raíz dun polinomio.
- Calcular o valor numérico dun polinomio por simple substitución.
- Recoñecer identidades notables e utilízalas para factorizar polinomios ou para simplificar fraccións alxébricas.
- Expresar en linguaxe alxébrica unha relación dada mediante un enunciado.

Competencias básicas

- Valoración da linguaxe alxébrica para expresar relacións de todo tipo, pola súa facilidade para representar ou resolver problemas.

- Disposición favorable á revisión e mellora do resultado dos cálculos ou problemas alxébricos.
- Conianza nas propias capacidades para afrontar problemas alxébricos.

UNIDADE 5: Ecuacións

Obxectivos

- Coñecer os conceptos propios das ecuacións.
- Resolver ecuacións de diversos tipos.
- Formular e resolver problemas mediante ecuacións.

Contidos conceptuais

- Ecuacións de primeiro grao.
- Clasificación das ecuacións según o número de solucións.
- Ecuación de segundo grao. Resolución e discusión.

Contidos procedementais

- Recoñecemento dun número como solución dunha ecuación.
- Resolución de ecuacións de primeiro grao.
- Recoñecemento e escritura de ecuacións distintas que teñan a mesma solución.
- Utilización da xerarquía de operacións e o uso das parénteses nas simplificacións de ecuacións.
- Discusión e resolución de ecuacións de segundo grao.
- Resolución de problemas prácticos de aplicación dos apartados anteriores, xeométricos e de outros tipos.

Criterios de avaliación

- Distinguir entre identidades e ecuacións.
- Distinguir entre "incógnita" e "solución" dunha ecuación.
- Saber qué son ecuacións equivalentes e recoñecelas nun caso concreto.
- Discutir e resolver ecuacións de primeiro grao.
- Discutir e resolver ecuacións de segundo grao.
- Resolver problemas prácticos e xeométricos que dean lugar a ecuacións de primeiro ou segundo grao.

Competencias básicas

- Recoñecer a valoración da utilidade, precisión e simplicidade da linguaxe alxébrica para representar e resolver problemas prácticos da vida cotiá.
- Utilizar a resolución de ecuacións para describir situacións do mundo real.
- Ser consciente do verdadeiro alcance da aprendizaxe dos algoritmos para resolver ecuacións.
- Elixir o procedemento óptimo á hora de enfrontarse á resolución das ecuacións.

UNIDADE 6: Sistemas

Obxectivos

- Simbolizar e resolver sistemas de dúas ecuacións lineais con dúas incógnitas.
- Formular e resolver problemas mediante sistemas de ecuacións.

Contidos conceptuais

- Ecuacións con dúas incógnitas. Representación gráfica.
- Sistemas lineais de dúas ecuacións con dúas incógnitas.
- Resolución analítica e gráfica.
- Clasificación dos sistemas según o número de solucións.
- Métodos de resolución dos sistemas.

Contidos procedementais

- Resolución analítica e gráfica de sistemas lineais de dúas ecuacións con dúas incógnitas.
- Resolución de problemas do mundo real mediante sistemas de ecuacións.

Criterios de avaliación

- Discutir e resolver analiticamente sistemas de dúas ecuacións con dúas incógnitas por calquera dos métodos usuais.
- Representar ecuacións lineais con dúas variables nun diagrama cartesiano.

- Resolver graficamente sistemas lineais de dúas ecuacións con dúas incógnitas, en casos sinxelos nos que o "par solución" sexa facilmente recoñecible.
- Resolver problemas prácticos e xeométricos que dean lugar a ecuacións ou sistemas dos apuntadas nos apartados anteriores.

Competencias básicas

- Valorar a importancia da representación gráfica dunha ecuación e da solución gráfica dun sistema de ecuacións.
- Traducir o enunciado dun problema á linguaxe alxébrica para resolvelo por sistemas de ecuacións.
- Recoñecemento e valoración da utilidade, precisión e simplicidade da linguaxe alxébrica para representar e resolver problemas prácticos da vida cotiá resolvéndoo por tenteo ou por algoritmos.

UNIDADE 7: Funcións e gráficas

Obxectivos

- Interpretar relacións funcionais dadas por un enunciado, en forma de táboa ou por medio dunha expresión alxébrica e representalas utilizando gráficas cartesianas.
- Analizar e interpretar gráficas.
- Recoñecer a expresión dunha función como unha forma precisa de describir e transmitir información.
- Expresar a información dalgunhas gráficas mediante unha ecuación e visualizar mediante a representación gráfica, a información que contén a ecuación.

Contidos conceptuais

- Relacións funcionais. Variables.
- Sistema de referencia cartesiano. Coordenadas.
- Formas de expresión dunha función: descrición verbal, táboas, gráficas e fórmulas.
- Características dunha función: dominio, crecemento e decrecemento, máximos e mínimos, simetrías, continuidade e periodicidade.

Contidos procedementais

- Utilización de distintas fontes documentais e planificación e realización de experiencias e medicións que permitan establecer relacións funcionais entre dúas variables.
- Representación e identificación de puntos nun diagrama cartesiano.
- Construción de táboas de valores dunha función a partir de observación de fenómenos ou dunha fórmula.
- Interpretación dos puntos de cortes de dúas gráficas.
- Construción de gráficas a partir de táboas funcionais, de fórmulas e de descricións verbais dun problema.
- Identificación da equivalencia entre enunciado, ecuación, táboa e gráfica para describir a relación entre dúas variables.
- Recoñecemento das características dunha función sobre a súa gráfica.

Criterios de avaliación

- Situar un punto de coordenadas coñecidas nun diagrama cartesiano. Dado un punto nun diagrama cartesiano, dar as súas coordenadas con exactitude se son enteiras.
- Utilizar distintas fontes documentais e planificar e realizar experiencias e medicións que permitan establecer relacións funcionais entre dúas variables.
- Construír táboas de valores dunha función a partir da observación de fenómenos ou dunha fórmula.
- Construír gráficas a partir de táboas funcionais, de fórmulas e de descricións verbais dun problema.
- Recoñecer graficamente as características dunha función apuntadas nos contidos conceptuais.

Competencias básicas

- Valoración da utilidade da linguaxe gráfica para representar fenómenos das ciencias experimentais e sociais, e situacións da vida cotiá.
- Curiosidade para buscar e atopar relacións entre magnitudes.
- Actitude crítica ante o uso da linguaxe gráfica nas informacións do ámbito social.
- Limpeza e orde na presentación de traballos: elaboración de táboas, gráficas, etc.

UNIDADE 8: Funcións constante, linear e afín

Obxectivos

- Distinguir funcións constantes, lineais e afíns, e utilizar as súas distintas formas de expresión.

Contidos conceptuais

- Función de proporcionalidade. Representación gráfica.
- Funcións constantes, lineais e afíns.
- Distintas formas da ecuación dunha recta.

Contidos procedementais

- Construción de gráficas de funcións constantes, lineais e afíns.

Criterios de avaliación

- Representar graficamente funcións constantes, lineais e afíns.
- Interpretar o significado de fenómenos nos que a relación de dependencia funcional é constante, lineal ou afín.
- Resolver problemas prácticos de aplicación.

Competencias básicas

- Saber entresacar dun texto a información necesaria para modelizar a situación que se propón mediante unha función lineal.
- Valorar o uso das funcións lineais como elementos matemáticos que describen multitude de situacións da vida cotiá.
- Autoavaliarse nos coñecementos adquiridos sobre funcións lineais e a súa representación.

UNIDADE 9: Problemas métricos no plano

Obxectivos

- Identificar as figuras planas elementais.
- Coñecer as propiedades das figuras planas elementais.
- Aplicar a semellanza na interpretación de planos e mapas.

Contidos conceptuais

- Polígonos. Clasificación y propiedades.
- Polígonos regulares. Elementos e propiedades.
- Teorema de Pitágoras.
- Figuras circulares. Ángulos na circunferencia.
- Lugar xeométrico.

Contidos procedementais

- Recoñecemento y clasificación dos polígonos e das súas propiedades.
- Recoñecemento das figuras circulares.
- Determinación e descrición de figuras a partir de certas propiedades.
- Aplicación da semellanza e dos teoremas de Tales e de Pitágoras á resolución de problemas xeométricos e do medio físico.

Criterios de avaliación

- Recoñecer polígonos e as súas propiedades elementais.
- Recoñecer polígonos regulares, os seus elementos e as súas propiedades.
- Clasificar polígonos.
- Aplicar o teorema de Pitágoras e de Tales á resolución de problemas xeométricos e do medio físico, así como a interpretación de planos e mapas.

Competencias básicas

- Gusto pola precisión, pola orde e pola limpeza nas actividades que requiren o uso de materiais de debuxo, de medida e outros materiais.
- Interese pola busca de propiedades dun polígono determinado.
- Valoración da busca de distintos criterios de clasificación de polígonos, como método para observar mellor as súas propiedades.
- Expresar de xeito claro e conciso os procedementos xeométricos e os seus resultados.
- Utilizar os coñecementos adquiridos para describir ou crear elementos artísticos coñecidos.
- Elixir a mellor estratexia de resolución de problemas no plano.

UNIDADE 10: Movements no plano**Obxectivos**

- Utilizar propiedades visuais para identificar e describir de forma elemental as translacións, as simetrías e as rotacións.
- Recoñecer que as translacións, simetrías e rotacións conservan o tamaño e a forma.
- Debuxar puntos e figuras transformadas nas translacións e simetrías de puntos e figuras dadas, empregando regra, compás, trama, etc.
- Diferenciar translacións, simetrías e rotacións en conxuntos de varias figuras.
- Identificar figuras con eixe de simetría.
- Identificar, en casos concretos, os elementos que determinan unha translación, unha simetría e unha rotación: segmentos orientados, eixe de simetría, centro e ángulo positivo ou negativo.

Contidos conceptuais

- Translacións.
- Simetrías axiais: eixe de simetría.
- Rotacións: centro e ángulo positivo ou negativo.
- Segmentos orientados.

Contidos procedementais

- Descrición da posición de figuras.
- Identificación de figuras trasladadas, simétricas e xiradas.
- Utilización da regra, escuadra, cartabón, compás, ... para identificar figuras trasladadas, simétricas e xiradas.
- Construción de figuras trasladadas e simétricas.
- Diferenciación entre translacións, simetrías e rotacións.

Criterios de avaliación

- Utilizar propiedades visuais para identificar e describir de forma elemental as translacións, as simetrías e as rotacións.
- Recoñecer que as translacións, simetrías e rotacións conservan o tamaño e a forma.
- Debuxar puntos e figuras transformadas nas translacións e simetrías de puntos e figuras dadas, empregando regra, compás, trama, etc.
- Diferenciar translacións, simetrías e rotacións en conxuntos de varias figuras.
- Identificar figuras con eixe de simetría.
- Identificar, en casos concretos, os elementos que determinan unha translación, unha simetría e unha rotación: segmentos orientados, eixe de simetría, centro e ángulo positivo ou negativo.

Competencias básicas

- Dominio dos movementos como medio para resolver problemas xeométricos.
- Valoración das calidades estéticas das composicións resultantes cos movementos das figuras.
- Curiosidade e interese por investigar formas, configuracións e relacións xeométricas.

UNIDADE 11: Figuras no espazo**Obxectivos**

- Recoñecer e identificar os distintos tipos de poliedros e corpos redondos.
- Clasificar dicotomicamente algúns poliedros dados.
- Asociar corpos xeométricos cos seus desenvolvementos.
- Calcular áreas laterais e totais dos corpos no espazo.
- Manexar as fórmulas relativas ao cálculo de áreas e volumes nun contexto de resolución de problemas.
- Utilizar as coordenadas xeográficas para a identificación de puntos e lugares nos mapas.

Contidos conceptuais

- Poliedros. Elementos: caras, arestas e vértices.
- Poliedros regulares.
- Prismas. Paralelepípedos. Ortoedros.

- Pirámides.
- Planos de simetría nos poliedros.
- Corpos redondos: cilindro, cono e esfera.
- Rotación da Terra. Coordenadas xeográficas. Fusos horarios.

Contidos procedementais

- Aplicación do teorema de Pitágoras no cálculo da diagonal dun ortoedro.
- Representación plana de un prisma regular e dunha pirámide regular.
- Emprego dos instrumentos de medida e debuxo para a representación e busca de propiedades das formas xeométricas.
- Construcción de corpos xeométricos a partir dos seus desenvolvementos, de polígonos troquelados, etc.
- Composicións e descomposicións de corpos xeométricos formados por cubos para analizalos e obter outros.
- Clasificación de poliedros segundo as súas características.
- Utilización da terminoloxía adecuada para describir corpos xeométricos e as súas propiedades.
- Determinación das coordenadas xeográficas dun determinado lugar do globo terráqueo.

Criterios de avaliación

- Recoñecer e identificar os distintos tipos de poliedros e corpos redondos.
- Clasificar dicotomicamente algúns poliedros dados.
- Asociar corpos xeométricos cos seus desenvolvementos.
- Utilizar as coordenadas xeográficas para a identificación de puntos e lugares nos mapas.
- Recoñecer os meridianos e paralelos en mapas.
- Coñecer os fusos horarios e a súa importancia.

Competencias básicas

- Curiosidade e interese por investigar formas, configuracións e relacións xeométricas.
- Crear e describir elementos artísticos coa axuda dos coñecementos adquiridos nesta unidade.
- Elección, entre as distintas características, dos corpos espaciais, da máis idónea para resolver un problema.

UNIDADE 12: Estatística

Obxectivos

- Coñecer e practicar as fases do traballo estatístico, desde a recollida de datos ata o cálculo de parámetros e interpretación dos resultados.
- Presentar e interpretar informacións estatísticas tendo en conta a adecuación das representacións gráficas e a interpretación dos parámetros.

Contidos conceptuais

- Poboación e mostra.
- Variables estatísticas.
- Frecuencias absolutas, relativas e acumuladas.
- Recollida e tratamento de datos.
- Gráficos estatísticos: diagramas de barras, poligonais e de sectores, lineais, histogramas, pictogramas e cartogramas.
- Medidas de centralización: media aritmética, moda e mediana.
- Medidas de dispersión: rango, varianza e desviación típica.

Contidos procedementais

- Utilización de distintas fontes documentais e planificación de experiencias e medicións que permitan a construción e interpretación de táboas para coñecer as relacións estatísticas entre variables.
- Construcción de gráficos a partir de táboas estatísticas, elixindo en cada caso o tipo de gráfico máis axeitado.
- Confección de táboas de frecuencia e gráficos adecuados.
- Cálculo e interpretación de parámetros de centralización en distribucións sinxelas.
- Cálculo e interpretación de parámetros de dispersión en distribucións sinxelas.
- Comparación de distribucións polos seus parámetros estatísticos.
- Estudio e interpretación dos gráficos estatísticos que aparecen nos medios de comunicación (prensa e outras fontes documentais).

Crterios de avaliación

- Coñecer os conceptos de poboación, mostra e variable estatística.
- Coñecer os conceptos de frecuencia absoluta, relativa e acumulada, porcentaxes e porcentaxes acumuladas.
- Coñecer, calcular e interpretar as principais medidas de centralización: media aritmética, mediana e moda.
- Coñecer, calcular e interpretar as principais medidas de dispersión: rango, varianza e desviación típica.
- Elaborar enquisas sinxelas.
- Coñecer e practicar as fases dun traballo estatístico:
- Recollida e ordenación de datos.
- Reconto de frecuencias.
- Confección de táboas de frecuencias absolutas, relativas e acumuladas, porcentaxes e porcentaxes acumuladas.
- Elaboración de gráficos adecuados.
- Cálculo de parámetros.
- Interpretación dos resultados obtidos. Formulación de conclusións.

Competencias básicas

- Elaboración de gráficos como medios de presentación sintética e interpretación rápida de informacións.
- Valoración crítica do uso das matemáticas en informacións e argumentacións sociais, políticas e económicas.
- Valoración das novas tecnoloxías no tratamento e xestión de grandes cantidades de información.
- Valoración da precisión, limpeza, orde e claridade na presentación dos datos estatísticos.

UNIDADE 13: Azar e probabilidade**Obxectivos**

- Describir os resultados dun experimento aleatorio en termos de sucesos elementais, e as súas operacións, e utilizar técnicas para contar o número de datos.
- Asignar e interpretar a frecuencia e probabilidade en fenómenos aleatorios de forma empírica, como resultado de recontos, por medio do cálculo ou por outros medios.

Contidos conceptuais

- Experimento aleatorio. Espacio mostral.
- Sucesos elementais. Sucesos compostos.
- Frecuencias absolutas e relativas.
- A probabilidade como límite das frecuencias relativas.
- Sucesos equiprobables. Regra de Laplace.

Contidos procedementais

- Utilización da regra de Laplace para asignar probabilidades.
- Asignación de probabilidades por outros métodos: diagramas en árbore, técnicas de reconto.

Crterios de avaliación

- Coñecer os conceptos de: experimento aleatorio, espacio mostral, suceso elemental, suceso composto, frecuencia absoluta e frecuencia relativa, sucesos equiprobables.
- Coñecer a regra de Laplace e saber aplicala para calcular probabilidades en casos sinxelos.
- Coñecer as propiedades das probabilidades.
- Resolver problemas de cálculo de probabilidades que impliquen o coñecemento dos conceptos enunciados anteriormente e da regra de Laplace, en casos sinxelos.
- Asignar probabilidades por outras técnicas: diagramas en árbore, técnicas de reconto.

Competencias básicas

- Recoñecemento e valoración do uso da matemática para interpretar, describir e predicir situacións incertas.
- Curiosidade para aprender a aplicar o cálculo de probabilidades para abordar situacións da vida cotiás que intervén o azar.
- Actitude crítica ante os erros populares nas situacións en que intervén o azar.

4º ESO

OBXECTIVOS

- Utilizar as distintas formas de expresión matemática: numérica, alxébrica, gráfica, xeométrica, lóxica e probabilística en explicacións sobre feitos da vida cotiá, en linguaxe escrita e oral, no contexto da Comunidade Autónoma de Galicia.
- Planificar e resolver problemas matemáticos, utilizando estratexias como a formulación de hipóteses a partir da lectura do enunciado, a aplicación do proceso hipotético-dedutivo, a organización sistemática de informacións relacionadas coa vida cotiá, a busca de problemas afíns ou a comprobación do axuste da resposta.
- Razoar matematicamente feitos utilizando os números reais, a álgebra, a xeometría, as funcións, a estatística e a probabilidade.
- Obter información sobre fenómenos físicos, sociais ou provenientes da vida cotiá de Galicia presentes nos medios de comunicación, a internet ou outras fontes de información representando esa información de forma gráfica e numérica e formándose un xuízo sobre esta.
- Empregar de forma axeitada diferentes medios tecnolóxicos (calculadora gráfica, programas de ordenador...) para realizar cálculos e problemas de diferente tipo (alxébricos, xeométricos e trigonométricos) sobre relacións funcionais e estatística.
- Explicar, en situacións concretas, os significados do arredondamento, das aproximacións a unha orde dada de unidades decimais e o valor absoluto e o valor relativo dunha aproximación.
- Resolver situacións do contexto inmediato, da vida cotiá da Comunidade Autónoma de Galicia e doutras ciencias traducindo de forma correcta a linguaxe real á linguaxe alxébrica e viceversa.
- Representar funcións dadas pola súa expresión analítica mediante transformacións simples a partir dunha gráfica coñecida que permitan describir situacións e relacións e interpretar informacións sobre fenómenos físicos, sociais e naturais de Galicia.
- Resolver problemas xeométricos de natureza matemática ou formulados nun contexto real a partir das relacións xeométricas e razóns da trigonometría elemental.
- Expresar, en linguaxe matemática, de forma oral e escrita informacións e mensaxes.
- Interpretar mensaxes e informacións sobre fenómenos físicos, sociais e naturais da Comunidade Autónoma de Galicia utilizando técnicas de recolleita de datos, procedementos de medida, as distintas clases de números, a álgebra e mediante a realización dos cálculos apropiados a cada situación.
- Recoñecer a evolución histórico-cultural das Matemáticas e a súa contribución actual á resolución de problemas vinculados co contexto físico, sanitario, social, cultural e económico de Galicia e do Estado.
- Gozar do compoñente creativo, de manipulación, estético e utilitario das Matemáticas investigando sobre o seu papel histórico na sociedade actual de Galicia e do estado.

CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Utilizar estratexias heurísticas na resolución de problemas matemáticos, como a formulación e comprobación de hipóteses, a xeneralización ou a aplicación de medios tecnolóxicos (calculadora gráfica, programas informáticos: *Derive*, *Cabri* e *Excel*), desenvolvendo actitudes positivas como a confianza nas propias capacidades e unha disposición favorable ante a aprendizaxe matemática. (C. A. 1, 2, 3)
- Formular e resolver problemas presentes no contexto da Comunidade Autónoma de Galicia que requiran a utilización da suma, a resta, a multiplicación, a división, a potenciación e a radicación con números naturais, enteiros, racionais, reais e decimais, aplicando correctamente as regras de prioridade, os signos e as parénteses. (C.A. 1, 2, 4, 9, 10)
- Recoñecer a utilidade da linguaxe alxébrica pola súa capacidade para xeneralizar certas propiedades, operacións numéricas e resolver problemas relacionados co contexto cotián de

Galicia, as Matemáticas e outras ciencias. (C. A. 5, 9, 10)

- Aplicar os teoremas do resto e do factor para resolver ecuacións polinómicas de grao superior a dous. Só na opción B(C. A. 5, 9, 10)
- Formular e solucionar problemas cotiáns do contexto galego mediante inecuacións e ecuacións polinómicas de primeiro e segundo grao, bicadradas ou de grao superior a. (C. A. 1, 2, 5, 9, 10)
- Aplicar con corrección o teorema de Pitágoras, o teorema do cateto, o teorema da altura para a obtención de medidas indirectas en situacións reais do contexto de Galicia. (C. A. 1, 2, 6, 9, 10)
- Calcular correctamente as razóns trigonométricas dun ángulo agudo descoñecido a partir dalgunha das súas razóns trigonométricas. (C. A. 1, 2, 6, 9, 10). Só na opción B.
- Resolver triángulos rectángulos coñecidos dous lados e coñecidos un lado e un ángulo agudo. (C. A. 1, 2, 6, 9, 10). Só na opción B.
- Aplicar ferramentas trigonométricas para resolver numerosas situacións xeométricas relacionadas coa propia xeometría, a topografía ou para a análise de elementos arquitectónicos pertencentes ao patrimonio cultural galego, desenvolvendo unha sensibilidade cara ao seu valor estético na contorna. (C. A. 1, 2, 6, 9, 10). Só na opción B.
- Analizar as propiedades dunha función a través das súas expresións alxébrica e gráfica. (C. A. 1, 2, 7, 9, 10)
- Describir e analizar de forma cuantitativa e cualitativa gráficas que representan fenómenos da vida cotiá e dos ámbitos social, científico e do mundo físico da Comunidade Autónoma de Galicia. (C. A. 1, 2, 7, 9, 10)
- Calcular os parámetros estatísticos de centralización media, mediana, moda, cuartís e percentís. (C. A. 1, 2, 8, 9, 10)
- Interpretar o significado dos parámetros estatísticos de dispersión percorrido, rango intercuartílico, desviación media, varianza e desviación típica. (C. A. 1, 2, 8, 9, 10)
- Interpretar a información subministrada por diagrama de barras, histograma, polígono de frecuencias e diagrama de sectores sobre fenómenos sociais, económicos e naturais de Galicia. (C. A. 1, 2, 8, 9, 10)
- Resolver problemas de probabilidade en experimentos aleatorios simples ou compostos a partir da regra de Laplace e probabilidade condicionada. (C. A. 1, 2, 8, 9, 10).

Estes criterios están en relación cos criterios de avaliación da área para a etapa (numeración entre paréntese).

COMPETENCIAS BÁSICAS

- Interpretar informacións relacionadas coa Comunidade Autónoma de Galicia e o Estado coa utilización de procedementos matemáticos relacionados cos números reais, a álgebra, a xeometría, a trigonometría e as funcións. (C.B. 2, 3, 5, 7, 8)
- Resolver problemas aplicando procedementos heurísticos relacionados coa particularización e a xeneralización. (C.B. 2, 3, 7, 8)
- Utilizar de forma axeitada a calculadora gráfica, a folla de cálculo *Excel*, o *Derive* e o *Cabri* na resolución de problemas relacionados cos números reais, a álgebra, a xeometría, as funcións, estatística e probabilidade. (C.B. 2, 4, 7, 8)
- Investigar os conceptos matemáticos que subxacen no interior dun problema indagando sobre o tipo de cálculos que se deben realizar estimando, con coherencia e precisión, os resultados obtidos. (C.B. 2, 3, 7, 8)
- Describir situacións e fenómenos procedentes de calquera ámbito científico e da vida cotiá de Galicia e do Estado mediante a linguaxe alxébrica, para mellorar a capacidade de razoamento lóxico matemático e formalizar o pensamento abstracto. (C.B. 2, 3, 7, 8)
- Resolver numerosas situacións xeométricas relacionadas coa propia xeometría, outras ciencias, a vida cotiá ou a arte no contexto galego aplicando as ferramentas trigonométricas precisas e os razoamentos dedutivos da xeometría analítica. (C.B. 2, 3, 6, 7, 8). Só na opción B.
- Analizar a información, á vista dunha gráfica dunha función formulando conxecturas sobre o comportamento do fenómeno representado e valorando a importancia de realizar abstraccións a partir de datos concretos. (C.B. 2, 3, 4, 7, 8)
- Manexar e interpretar a utilidade dos gráficos estatísticos na presentación de resultados e

obtención de futuras conclusións sobre informacións de fenómenos e feitos de Galicia e o Estado. (C.B. 2, 3, 4, 5, 7, 8)

- Utilizar o vocabulario adecuado para describir e cuantificar de forma oral e escrita feitos e fenómenos relacionados cos números, a álgebra, a xeometría, as funcións, a estatística e a probabilidade. (C.B. 1, 2, 3, 4, 7, 8)
- Resolver problemas mostrando flexibilidade na busca de solucións e tomando decisións a partir delas. (C.B. 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8)

Estas competencias están en relación coas competencias básicas para a etapa (numeración entre paréntese).

4.º ESO. MATEMÁTICAS OPCIÓN A

BLOQUE 1. Contidos comúns

- Utilización de estratexias e de técnicas na resolución de problemas, como a análise do enunciado, o ensaio e erro ou a división do problema en partes, e comprobación da solución obtida.
- Descrición verbal de procedementos de resolución de problemas utilizando termos axeitados.
- Utilización correcta dos símbolos e das normas das Matemáticas, valorando a precisión desta linguaxe.
- Interpretación de mensaxes que conteñan informacións de carácter cuantitativo ou sobre elementos ou relacións espaciais.
- Confianza nas propias capacidades para afrontar problemas, comprender as relacións matemáticas e tomar decisións a partir delas.
- Perseveranza e flexibilidade na busca de solucións aos problemas e na mellora das atopadas.
- Planificación e realización de traballos matemáticos tanto individualmente como en equipo, mantendo actitudes favorables de participación e de diálogo.
- Utilización de ferramentas tecnolóxicas para facilitar os cálculos de tipo numérico, alxébrico ou estatístico, as representacións funcionais e a comprensión de propiedades xeométricas.
- Busca de información e de lectura de textos sobre acontecementos históricos e persoas relacionadas coas Matemáticas ao longo da historia.

Deberá terse en conta que este primeiro bloque do curso, titulado Contidos comúns, debe tratarse a través dos demais bloques de contidos (Números, Álgebra, Xeometría, Funcións e gráficas, Estatística e probabilidade) vinculado a eles e aos contextos que se seleccionen para facilitarlle ao alumnado o logro dos obxectivos xerais e a adquisición das competencias básicas.

BLOQUE 2. Números

UNIDADE 1: Números reais

I. OBXECTIVOS

- Ampliar o coñecemento sobre os distintos campos numéricos ata chegar aos números racionais, co fin de mellorar a súa comprensión da realidade e as súas posibilidades de comunicación.
- Comprender a utilidade das aproximacións de números e os distintos tipos de erros cometidos con esas aproximacións.
- Valorar a necesidade de representar correctamente os números dos distintos conxuntos numéricos, así como os intervalos e as semirrectas, empregando os instrumentos adecuados e utilizando as notacións convenientes.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

1. Identificar os números reais dentro do conxunto o dos conxuntos que correspondan.
2. Converter unha fracción en expresión decimal e viceversa.
3. Aplicar as distintas aproximacións de números e calcular os distintos tipos de erros cometidos.
4. Representar graficamente os números reais.
5. Ordenar os números reais a partir da súa comparación.

6. Representar graficamente os intervalos e as semirrectas. Asocialos coas desigualdades correspondentes.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Representar correctamente os números dos distintos conxuntos numéricos, así como os intervalos e as semirrectas, empregando a linguaxe matemática como instrumento de representación e interpretación da realidade (C1 e C2).
- Aplicar as nocións relativas á aproximación de números e ao cálculo de erros nas actividades englobadas no ámbito das ciencias experimentais (C2 e C3).
- Clasificar os números reais, ampliar o coñecemento sobre os distintos conxuntos numéricos, e utilízalos para desenvolverse adecuadamente con autonomía e iniciativa persoal nos diversos ámbitos da vida e o coñecemento (C2, C3, C7 e C8).
- Utilizar as tecnoloxías da información, en concreto os soportes informáticos, para a representación dos números reais na recta real e a obtención das cifras decimais de π (C2 e C4).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Distintas ampliacións dos conxuntos numéricos.
- Forma fraccionaria e forma decimal dos números racionais. Definición de número irracional.
- Aproximacións dos números reais e erros producidos nesas aproximacións.
- Operacións con números reais.
- Representación e ordenación dos números racionais.
- Valor absoluto dun número real.
- Intervalos e semirrectas da recta real.

Procedementos

- Clasificación de números reais expresados mediante formas decimais en racionais.
- Aproximacións dun número real e erros producidos en esas aproximacións.
- Representación de números reais na recta real.
- Comparación de dous números reais.
- Utilización do concepto de valor absoluto.
- Representación na recta de intervalos e semirrectas.

Actitudes

- Valoración da necesidade da ampliación dos conxuntos numéricos ata a obtención dos números reais.
- Disposición favorable para a búsqueda de números reais na vida cotiá.
- Pracer pola presentación clara e ordeada do material realizado.
- Apreciación da capacidade persoal para resolver problemas cotiáns nos que interveñan números reais, intervalos e semirrectas.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Esta unidade e a seguinte dedícanse ao estudo dos números reais e ás operacións posibles dentro deste conxunto.

Preténdese que os alumnos recorden os distintos conxuntos numéricos que viron noutros cursos, que sexan capaces de clasificalos e de ver cáles están incluídos dentro doutros.

Recordarase cómo se representaban os números de determinados conxuntos na recta real e repasarán resultados para situar aqueles outros conxuntos que ata agora non foran colocados na recta real. Do mesmo modo, abordarase o problema da ordenación na recta real de números de distintos conxuntos.

Recordarase o que é unha desigualdade e, como aplicación práctica, estudarase o concepto de intervalo e semirrecta desde o punto de vista analítico e gráfico, o que lles resultará útil para abordar o tema das inecuacións na unidade 5.

Citaranse como exemplos de números reais algúns trascendentes como o número e , e o número π . Na sección de Matemáticas aplicadas comentaranse algúns algoritmos útiles para achar as cifras decimais de π .

Explicarase cómo un número irracional pode aproximarse por números decimais cun número finito de cifras, as distintas técnicas de aproximación, os distintos tipos de erros e cómo se calculan.

SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- É recomendable o uso de escuadra, cartabón, regra e compás ou programas informáticos, como Cabri ou Géométre II, para a representación dos números reais na recta real.
- Os alumnos deben utilizar calculadoras científicas para obter os erros absoluto e relativo.

- Para afondar nos contidos da unidade, os alumnos poden consultar páxinas web como:
http://descartes.cnice.mecd.é/maeriais_didacticos/Números_Reais_Aproximacións/indice.htm

UNIDADE 2: Números reais. Potencias.

I. OBXECTIVOS

Ser consciente das vantaxas que supón o uso da notación científica.

Valorar a necesidade de resolver problemas nos que haxa potencias e radicais dentro de expresións alxébricas.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

1. Utilizar a notación científica e operar aritmeticamente con ela.
2. Comprender as súas propiedades das potencias e utilizalas para resolver e simplificar expresións numéricas e alxébricas.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar a notación científica para abordar problemas e exemplos nos que aparezan contidos asociados á ciencia e ao mundo físico (C2 e C3).
- Interiorizar as propiedades de potencias e utilizalas para desenvolverse adecuadamente con autonomía e iniciativa persoal nos diversos ámbitos da vida e o coñecemento (C2, C7 e C8).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Notación científica.
- Potencias de expoñente enteiro. Propiedades.

Procedementos

- Uso da notación científica nas operacións aritméticas.
- Resolución de expresións numéricas e alxébricas a partir das propiedades da potenciación.

Actitudes

- Valoración do uso da notación científica para simplificar os cálculos.
- Disposición favorable para deducir as propiedades das potencias.
- Apreciación da capacidade persoal para resolver problemas cotiáns nos que interveñan potencias.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Esta unidade continúa tratando aspectos dos números reais, en concreto, distintas operacións que pódense facer con eles (potenciación, etc.).

Esta unidade está moi relacionada coa anterior e ambas pódense considerar como complementarias, porque nesta segunda afóndase nos conceptos introducidos na primeira (estúdiase propiedades dos números reais e cómo aplicarlas ao cálculo de expresións numéricas e alxébricas sinxelas).

Introdúcese a notación científica, que será de gran utilidade para simplificar o cálculo en problemas propios das ciencias experimentais.

SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- É aconsellable o uso de calculadoras científicas ou soporte informático para realizar comprobacións de cálculos con potencias.
- Para exercitar as operacións con potencias, os alumnos poden consultar páxinas web como:
<http://ejerciciosyexámenes.com/potencias.pdf>
www.matebrunca.com/Contidos/Matemática/Funcións/exponen-logarit-ejercic-basic.pdf

UNIDADE 3: Problemas aritméticos

I. OBXECTIVOS

- Utilizar adecuadamente as relacións de proporcionalidade numérica (tanto directa como inversa) para resolver problemas relacionados coa vida cotiá ou enmarcados no contexto doutras áreas do coñecemento.
- Utilizar as porcentaxes para resolver problemas cotiáns relacionados co mundo que lles rodea.
- Manexar con soltura as fórmulas do interese simple e composto e utilizalas en problemas concretos.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

1. Identificar magnitudes directa ou inversamente proporcionais.
2. Resolver problemas de proporcionalidade directa, empregando o método adecuado.

3. Resolver problemas de proporcionalidade inversa, empregando o método adecuado.
4. Resolver problemas de porcentaxes nos que haxa que indagar as cantidades finais, as iniciais e as porcentaxes a partir de datos coñecidos.
5. Resolver problemas de porcentaxes encadeados.
6. Resolver problemas de interese simple.
7. Resolver problemas de interese composto.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar convenientemente as relacións de proporcionalidade numérica para resolver problemas da vida cotiá ou enmarcados no contexto doutras áreas do coñecemento (C2, C3 e C5).
- Coñecer o significado e as propiedades das porcentaxes e saber elixir a forma de cálculo apropiada a cada caso (C2, C4 e C8).
- Adquirir, na resolución de problemas, o hábito de ler e comprender o enunciado antes de abordalo, aprender a prescindir da información superficial e saber estimar a coherencia e precisión dos resultados obtidos (C1, C2 e C7).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Magnitudes directamente proporcionais.
- Repartos directamente proporcionais.
- Tantos por cento.
- Variacións porcentuais.
- Interese simple.
- Interese composto.
- Magnitudes inversamente proporcionais.

Procedementos

- Identificación de magnitudes directa e inversamente proporcionais.
- Planeamento e resolución de problemas de proporcionalidade.
- Planeamento e resolución de problemas de porcentaxes: cálculo da cantidade final, da cantidade inicial, do interese, do tempo.
- Manexo e utilización das variacións porcentuais.

Actitudes

- Valoración da utilidade dos diferentes métodos matemáticos para resolver problemas de proporcionalidade na vida cotiá.
- Interese e curiosidade pola resolución de situacións nas que se teñan que empregar porcentaxes.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Este tema céntrase na proporcionalidade numérica, tanto directa como inversa, e nos diferentes tipos de problemas que se poden resolver utilizando o concepto de proporción.

É fundamental que os alumnos identifiquen con axilidade, no mundo que lles rodea, relacións entre varias magnitudes e se aseguren de que estas son proporcionais.

Terase que facer fincapé en que gracias a estas relacións de proporcionalidade pódense resolver gran cantidade de situacións cotiás: rebaixas, aumentos de soldos, impostos...

Tamén é importante que saiban distinguir en todo momento cando dúas magnitudes están en proporcionalidade directa, cando en proporcionalidade inversa e cando non son proporcionais.

Pero tamén hai que facerlles ver que non todo na vida é proporcionalidade, que hai moitos fenómenos e relacións que non son proporcionais.

É importante que á hora de traballar as porcentaxes se introduzan como proporciones, e indicar as diferencias entre o tanto por cento e o tanto por mil.

O cálculo do interese simple e composto pode axudar a que descubran a enorme utilidade das porcentaxes.

SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Xogos de dominó nos que aparecen porcentaxes.
- Calculadora científica e o seu uso correcto para o cálculo de porcentaxes.
- En internet podemos encontrar moitas páxinas relacionadas co tema:
 - <http://olmo.cnice.mecd.é/~leze0000/index.htm>
 - http://descartes.cnice.mecd.é/maeriais_didacticos/proporcionalidade_numerica/indice.htm

UNIDADE 4: Expresións alxébricas

I. OBXECTIVOS

- Ser conscientes da ventaxa que supón manexar con soltura as operacións aritméticas básicas con monomios e polinomios.
- Comprender que son as raíces dun polinomio e diferenciar cal é a técnica máis adecuada en cada momento para obtelas.
- Valorar a necesidade de dominar as técnicas de descomposición factorial.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

1. Determinar o polinomio suma, diferenza e produto de dous polinomios ou monomios. Aplicar as identidades notables.
2. Calcular os polinomios cociente e resto dunha división enteira de polinomios. Aplicar a regra de Ruffini.
3. Obter as raíces enteiras dun polinomio. Aplicar o teorema do resto e o teorema fundamental da álgebra cando sexa necesario.
4. Factorizar polinomios. Aplicar o teorema do factor cando sexa necesario.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Calcular o valor numérico dunha expresión alxébrica en problemas e exemplos nos que aparezan contidos asociados á ciencia e ao mundo físico (C2 e C3).
- Sintetizar os contidos da unidade, e elaborar guións e resumos para aumentar a creatividade e desenvolver a iniciativa persoal, o sentido da responsabilidade e o sentido crítico (C2, C7 e C8).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Polinomios enteiros nunha variable.
- Suma e diferenza de polinomios.
- Produto de polinomios.
- Potencias de polinomios. Identidades notables.
- División de polinomios. Regra de Ruffini.
- Teorema do resto.
- Teorema do factor. Factorización de polinomios.

Procedementos

- Determinación do polinomio suma, diferenza e produto de dous polinomios ou monomios. Aplicación das identidades notables.
- Cálculo dos polinomios cociente e resto dunha división enteira de polinomios. Aplicación da regra de Ruffini.
- Aplicación dos teoremas do resto e do factor.
- Obtención da factorización de polinomios.

Actitudes

- Valoración positiva da utilidade da linguaxe simbólica como instrumento para a descrición de situacións cotiás.
- Disposición favorable para o rigor e a simplicidade á hora de aplicar métodos de resolución alxebraicos.
- Gusto pola claridade e a precisión na presentación do material.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Esta unidade é a primeira dentro da parte alxébrica do primeiro bloque.

Os seus contidos non resultan novedosos ao alumno na súa maioría, pero encóntrase con dificultades de asimilación dalgúns conceptos que lle resultan un pouco abstractos.

O alumno manexou monomios e polinomios. Ten certa habilidade nas operacións aritméticas básicas e coñece as identidades notables. Cóstalle traballo identificar unha identidade notable; polo tanto, insistírase nesta unidade nas actividades que contemplan este contido. Ademais, as identidades notables seguirán aparecendo noutras unidades e convén que o alumno sexa capaz de identificalas á primeira vista para simplificar cálculos.

A división de polinomios e a regra de Ruffini resultan máis sinxelas para o alumno que outros contidos posteriores, como os teoremas do resto e do factor, o concepto de raíz dun polinomio e a factorización de polinomios.

Insistirase nestes aspectos, e o alumno seguirá abordando a factorización de polinomios na seguinte unidade didáctica para resolver determinadas ecuacións.

SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Para que os alumnos comprendan mellor a interpretación xeométrica das identidades notables, pódense utilizar materiais manipulables ou elaborar transparencias.
- Para facilitar a asimilación por parte do alumno da factorización de polinomios, pódense consultar páxinas web como:

http://platea.pntic.mec.é/anunezca/ayudas/factorizacion/factorizacion_polinomios.htm

UNIDADE 5 e 6: Ecuacións e sistemas

I. OBXECTIVOS

- Ser capaces de recoñecer as situacións cotiás nas que se poidan aplicar as técnicas de resolución de ecuacións de primeiro, segundo grao e grao superior a 2, e de desenvolver estas técnicas con soltura e seguridade; así mesmo, ser capaces de valorar a adecuación das solucións obtidas aos contextos nos que se encontran os problemas.
- Ser capaces de resolver sistemas de ecuacións e de desenvolver estas técnicas con soltura e seguridade, así como de valorar a adecuación das solucións obtidas aos contextos nos que se encontran os problemas.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

1. Resolver ecuacións de primeiro grao cunha incógnita e aplicar os métodos a problemas nos que aparezan este tipo de ecuacións.
2. Resolver ecuacións de segundo grao cunha incógnita e aplicar os métodos a problemas nos que aparezan este tipo de ecuacións.
3. Resolver ecuacións de grao superior a 2 e aplicar os métodos usados para a resolución de problemas nos que aparezan este tipo de ecuacións.
4. Resolver alxébrica e graficamente sistemas lineares de dúas ecuacións, e aplicar os métodos usados para a resolución de problemas nos que aparezan este tipo de ecuacións.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Plasmar os datos do enunciado das actividades en linguaxe alxebraica, empregando así a linguaxe matemática como instrumento de representación e interpretación da realidade (C1 e C2).
- Asociar a resolución de ecuacións e sistemas de ecuacións con situacións que contemplan contidos propios do ámbito das ciencias experimentais (C2 e C3).
- Sintetizar os contidos da unidade para resolver actividades que posteriormente poidan ser expostas ao resto dos alumnos para desenvolver o sentido crítico, o sentido da responsabilidade e as habilidades sociais (C2, C7 e C8).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Resolución alxébrica de ecuacións de primeiro e segundo grao cunha incógnita.
- Resolución alxébrica de ecuacións de grao superior a 2 cunha incógnita.
- Resolución alxébrica e gráfica dun sistema de dúas ecuacións lineares con dúas incógnitas.

Procedementos

- Recoñecemento dos métodos de resolución de ecuacións de primeiro e segundo grao.
- Obtención das solucións de ecuacións de grao superior a 2.
- Clasificación dos sistemas de ecuacións segundo o tipo de solución. Aplicación dos métodos de resolución de sistemas de dúas ecuacións lineares.
- Formulación de problemas facendo uso da linguaxe alxebraica.

Actitudes

- Apreciación da necesidade de plantear e resolver problemas que implican o uso da linguaxe alxebraica.
- Disposición favorable para o uso dos diferentes métodos de resolución de ecuacións e sistemas.
- Valoración da necesidade de presentar clara e ordenadamente o material realizado.
- Predisposición positiva para resolver problemas cotiás nos que sexa necesario plantear ecuacións e sistemas de ecuacións.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Esta unidade é a segunda dentro da parte alxébrica do primeiro bloque e está relacionada coa anterior, xa que algunhas técnicas estudadas para os polinomios (suma, produto e factorización de polinomios, a aplicación de identidades notables, etc.) utilízanse aquí para simplificar ecuacións.

Comezaremos esta unidade recordando os conceptos de identidade, ecuación, ecuacións equivalentes, etc. Repasarase cómo se resolve cada caso de ecuacións de primeiro e segundo grao.

Seguidamente introduciranse as ecuacións de grao superior a dous, as cales constitúen unha novidade para os alumnos, e verase cómo a factorización de polinomios estudada no tema anterior é útil para a resolución dalgunha das ecuacións deste tipo.

Retomaranse os sistemas de ecuacións lineares, a súa clasificación respecto ao número de solucións e aos métodos de resolución.

SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

▪Recoméndase exercitar a práctica de todos os tipos de ecuacións vistas na unidade a través das actividades propostas en páxinas web como:

http://www.vitutor.com/4_eso_a.html

http://www.juntadeandalucia.é/averroes/iesdiegogaitan/departamentos/departamentos/departamento_de_matemat/recursos/algebraconpapas/recurso/index.htm

http://club.telepolis.com/musat/web/web_eso/curso2003/inecuexpo.pdf

http://descartes.cnice.mecd.é/maeriais_didacticos/Inecuacións/inecindex.html

BLOQUE 5. Funcións e gráficas

UNIDADE 7: Funcións. Características

I. OBXECTIVOS

- Recoñecer unha relación funcional e os seus elementos.
- Coñecer as características fundamentais das funcións.
- Valorar a importancia das funcións e gráficas noutros ámbitos, como no estudio de situacións sociais, económicas, etc., e obter informacións prácticas.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

1. Identificar o dominio e percorrido dunha función.
2. Obter os intervalos de crecemento e decrecemento, calcular a taxa de variación media, e sinalar os máximos e mínimos dunha función.
3. Estudiar a continuidade dunha función nun punto.
4. Recoñecer funcións periódicas e simétricas, calculando o tipo de simetría.
5. Transcribir certa información da súa expresión funcional e extraer conclusións a partir da análise matemática das súas propiedades.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Procesar a información que aparece nos enunciados e interpretar a información aparecida nunha gráfica (C1 e C2).
- Desenvolver estratexias persoais para interpretar de forma crítica a información recollida a través de gráficas nos distintos medios de comunicación (C2, C7 e C8).
- Valorar a importancia das funcións e gráficas na resolución de problemas relacionados coa vida cotiá e outras áreas do coñecemento (C1, C2 e C3).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Función, variable dependente e independente.
- Dominio e percorrido.
- Variación dunha función. Taxa de variación media.
- Crecemento e decrecemento.
- Máximos e mínimos (relativos e absolutos).
- Continuidade nun punto e nun intervalo.
- Funcións simétricas.
- Funcións periódicas.

Procedementos

- Cálculo do dominio e percorrido dunha función.
- Recoñecemento das propiedades dunha función a través das súas expresións alxébrica e gráfica.
- Cálculo dos intervalos de crecemento e decrecemento dunha función.
- Cálculo de máximos e mínimos diferenciando absolutos e relativos.

- Estudio da continuidade dunha función nun punto.
- Recoñecemento da periodicidade e simetría dunha función.
- Interpretación e representación gráfica de funcións.
- Aplicación da teoría de funcións á resolución de problemas da vida cotiá. Simulación de fenómenos funcionais.

Actitudes

- Disposición ao rigor e á orde no momento de analizar as características e propiedades dunha función.
- Gusto pola precisión na elaboración e presentación das gráficas.
- Valoración da utilidade das matemáticas como medio para a análise e interpretación da realidade.
- Disposición a crear modelos e realizar abstraccións a partir de problemas concretos.
- Valoración crítica da información recibida en forma gráfica.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

O concepto de función, sen dúbida un dos máis importantes desta etapa, non lle resulta alleo ao alumno, xa que o viu traballando a dependencia funcional entre variables desde o primeiro curso de Secundaria, e ten, ademais, múltiples exemplos na súa realidade próxima e noutras áreas do coñecemento.

O tratamento máis formal das características das funcións, xunto coa ampliación dos tipos de funcións que coñece, proporcionará ao alumno a capacidade de analizar e interpretar con máis profundidade moitas situacións reais, á vez que lle permitirá obter información e realizar conxecturas sobre as mesmas.

Os principais problemas que se presentan derívanse, por un lado, da asimilación do concepto de función e, polo outro, do manexo das súas expresións alxébricas.

O primeiro problema, de tipo conceptual, provén da confusión que algúns alumnos teñen entre expresión alxébrica, ecuación e función, principalmente porque non teñen captada a idea fundamental, é dicir, a da relación entre dúas magnitudes; e o segundo, de carácter procedemental e típico destas idades, é consecuencia da falta de fluidez no manexo das operacións con ditas expresións.

SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- O uso das noticias aparecidas nos medios de comunicación susceptibles de tratamento funcional pode servir para expor exemplos próximos ao alumno.
- En internet podemos encontrar distintas páxinas onde se tratan as propiedades das funcións; por exemplo:

<http://www.librosvivos.net/smtc/homeTC.asp?TemaClave=1067>

UNIDADE 8 e 9.1: Funcións lineais, cuadráticas e de proporcionalidade inversa

I. OBXECTIVOS

- Distinguir os elementos e representar funcións polinómicas de segundo grao.
- Construír funcións polinómicas de segundo grao por translación da parábola $e = ax^2$.
- Identificar magnitudes inversamente proporcionais.
- Representar as funcións de proporcionalidade inversa e estudar as súas características máis importantes.
- Resolver problemas a partir da análise das propiedades das funcións.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Recoñecer as funcións polinómicas de segundo grao a través das súas expresións alxébricas, e representalas graficamente estudiando algúns dos seus elementos fundamentais, como o eixo de simetría, o vértice da parábola, os puntos de corte cos eixos, etc.
- Recoñecer as funcións de proporcionalidade inversa a partir da relación entre dúas magnitudes e mediante a súa expresión alxébrica.
- Obter gráficas de funcións de proporcionalidade inversa.
- Transcribir información da súa expresión funcional e extraer conclusións a partir da análise matemática das súas propiedades.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Procesar a información que aparece nos enunciados dos problemas e desenvolver estratexias persoais para a súa resolución (C2, C7 e C8).

▪Valorar a importancia das funcións e gráficas na resolución de problemas relacionados coa vida cotiá e outras áreas do coñecemento (C1, C2 e C3).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Funcións lineais. Pendente. Ecuación na forma punto-pendente.
- As funcións polinómicas de segundo grao. Características e gráfica.
- Función de proporcionalidade inversa. Representación gráfica e características fundamentais.

Procedementos

- Recoñecemento das propiedades da parábola fundamental $y = \pm ax^2$ a través de consideracións analíticas e gráficas.
- Representación gráfica das funcións xerais de primeiro e segundo grao seguindo os pasos indicados no procedemento xeral.
- Representación gráfica de funcións definidas a anacos.
- Planeamento e resolución de problemas diversos que impliquen unha utilización das funcións polinómicas de segundo grao e de proporcionalidade inversa.
- Recoñecemento da relación de proporcionalidade inversa.
- Elaboración da representación gráfica a partir da expresión alxébrica da función.
- Estudio das principais características da función de proporcionalidade inversa.

Actitudes

- Disposición ao rigor e á orde no momento de analizar as características e propiedades dunha función.
- Gusto pola precisión na elaboración e presentación das gráficas.
- Valoración da utilidade das matemáticas como vehículo para a análise e interpretación da realidade.
- Disposición a crear modelo e realizar abstraccións a partir de problemas concretos.
- Valoración crítica da información recibida en forma gráfica.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Os alumnos posúen ideas básicas sobre elementos fundamentais das funcións, aunque algúns destes coñecementos non se formalizaran aínda. Así mesmo, durante o terceiro curso de Secundaria comezaron o estudo das funcións polinómicas de segundo grao.

O obxectivo desta unidade é continuar o estudo, dun modo rigoroso e exhaustivo, das propiedades das funcións polinómicas de segundo grao, así como da súa representación gráfica. As funcións lineais xa son coñecidas de cursos previos, polo que será suficiente un pequeno repaso.

En relación cos conceptos, convén seguir insistindo na diferenza e a correspondente relación entre expresión alxébrica, ecuación e función, posto que a conexión entre ditos conceptos non é fácil de entender a estas idades.

En segundo curso de Educación Secundaria estudiáronse xa funcións do tipo $y = \frac{a}{x}$, polo que aquí trátase de retomalas e ampliar o visto.

O obxectivo desta unidade é afondar nas funcións racionais cuxa representación gráfica é unha hipérbole. Analizaremos as súas propiedades apoiándonos na representación gráfica, que obteremos mediante traslacións a partir da función $y = \frac{a}{x}$.

Acabaremos vendo as aplicacións cotiás tanto das funcións cuadráticas como das de proporcionalidade inversa.

SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- O uso da calculadora gráfica e aplicacións informáticas como Derive poden ser útiles nesta unidade. Poderíamos introducilas unha vez que os alumnos teñan asimilado os conceptos fundamentais necesarios para a representación sen utilizar ningunha destas ferramentas.
- En internet podemos encontrar distintas páxinas onde se tratan as funcións polinómicas:
 - http://descartes.cnice.mecd.é/maeriais_didacticos/Funcións_polinomicas_d3/inicio.htm
 - http://descartes.cnice.mecd.é/maeriais_didacticos/A_funcion_cuadratica/uno.htm
 - http://descartes.cnice.mecd.é/maeriais_didacticos/hiperbola/index.htmç
 - http://descartes.cnice.mecd.é/maeriais_didacticos/Proporcionalidade_inversa/unidade_didactica.htm

UNIDADE 9.2: Función exponencial

I. OBXECTIVOS

- Identificar unha función exponencial e obter a súa representación gráfica.
- Aproveitar a representación gráfica dunha función exponencial para obter outra mediante a súa translación.
- Valorar a importancia das funcións noutros ámbitos, como no estudo de procesos económicos, sociais e da vida cotiá.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

1. Representar graficamente funcións exponenciais.

2. Identificar a existencia de relacións funcionais sinxelas en moitos dos procesos económicos, sociais e da vida cotiá.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Valorar a importancia das funcións exponenciais e logarítmicas noutras ciencias e, en particular, na interacción co mundo físico (C2 e C3).
- Recoñecer e valorar as relacións entre as distintas linguaxes: ordinaria, gráfica e alxebraicas (C1 e C2).
- Desenvolver estratexias persoais para resolver problemas mediante o planeamento de funcións exponenciais (C2 e C7).
- Planificar estratexias de resolución de problemas baseándose nos coñecementos adquiridos (C7 e C8).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Función exponencial b^x ($b > 1$).
- Función exponencial b^x ($0 < b < 1$).
- Características destas funcións.
- Aplicacións prácticas destas funcións.

Procedementos

- Construción de gráficas de funcións exponenciais a partir das expresións alxébricas e da elaboración das correspondentes táboas de valores.
- Formulación de conxecturas sobre un fenómeno con comportamento exponencial representado pola súa gráfica.
- Aplicación á resolución de problemas que permiten comprender mellor o entorno que nos rodea. Simulación de fenómenos funcionais.
- Utilización da calculadora científica no cálculo de expresións exponenciais.

Actitudes

- Disposición ao rigor e á orde no momento de analizar as características e propiedades dunha función.
- Gusto pola precisión na elaboración e presentación das gráficas.
- Valoración da utilidade das funcións exponenciais na análise e interpretación de fenómenos reais.
- Disposición a crear modelos e realizar abstraccións a partir de problemas concretos.
- Valoración crítica da información recibida en forma gráfica.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

O obxectivo desta unidade é introducir unha nova familia de funcións, as exponenciais. Estudaránse as súas características e propiedades, e a súa utilidade para a comprensión de determinados fenómenos físicos e sociais cuxo comportamento pode ser interpretado a través deste tipo de funcións.

Os alumnos con fluidez no manexo das propiedades das funcións non soen encontrar dificultades á hora de estudar as funcións exponenciais. Os problemas máis habituais son de tipo conceptual, como, por exemplo, distinguir claramente a diferenza entre x^2 e 2^x .

Afondar na función exponencial, ben a través da súa expresión alxébrica ou por medio das gráficas, é unha boa maneira de superar as dificultades.

SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Unha boa maneira de motivar aos alumnos no estudio deste tipo de funcións pode ser utilizando distintos exemplos sobre fenómenos físicos, biolóxicos, económicos ou sociais susceptibles de tratamento exponencial.

- Calculadoras científicas e gráficas poden ser interesantes unha vez que os alumnos se teñan familiarizado cos conceptos e procedementos de estudio deste tipo de funcións.
- En internet podemos encontrar distintas páxinas onde se tratan este tipo de funcións:
http://descartes.cnice.mecd.edu/maeriais_didacticos/mod_fun_expolog_macr/index.htm
<http://www.librosvivos.net/smtc/homeTC.asp?TemaClave=1066>

BLOQUE 4. Xeometría

UNIDADE 10: A Semellanza e as súas aplicacións

I. OBXECTIVOS

- Coñecer e aplicar o teorema de Tales e o de Pitágoras.
- Manexar con soltura os triángulos rectángulos.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Identificar figuras semellantes e triángulos en posición de Tales.
- Aplicar as relacións fundamentais entre os lados dun triángulo rectángulo.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Aprender a utilizar a linguaxe matemática na resolución de problemas sobre semellanza, e valorar a súa utilidade en situacións da vida cotiá e outras ciencias (C1, C2 e C3).
- Desenvolver estratexias persoais para decidir de forma autónoma cómo calcular medidas en triángulos rectángulos e en triángulos semellantes (C2, C7 e C8).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Figuras semellantes. Teorema de Tales.
- Criterios de semellanza de triángulos.

Procedementos

- Comprobación da semellanza entre figuras.
- Comprobación da semellanza de triángulos segundo os distintos criterios e teoremas de semellanza.
- Resolución de problemas xeométricos da vida cotiá nos que se utilice a semellanza de triángulos e o teorema de Pitágoras.

Actitudes

- Interese por enfrontarse a situacións xeométricas novas.
- Recoñecemento de que a semellanza proporciona métodos de resolución de problemas xeométricos.
- Perseveranza e confianza na resolución de problemas sobre semellanza.
- Rigor e precisión na realización dos cálculos.
- Gusto por unha presentación ordeada e clara dos procesos e resultados.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Neste tema estúdiense os conceptos relativos á semellanza, ampliando e completando os iniciados nos cursos segundo e terceiro. Os alumnos coñecen xa estes temas e por eso pensan que é unha simple repetición. Nada máis lonxe: é unha profundazón e ampliación de ditos temas.

En primeiro lugar, lémbrense os conceptos de figuras semellantes, enlazando co teorema de Tales e descubrindo a utilidade do mesmo.

Continúase estudiando a semellanza de triángulos. Primeiro, utilizando os tres criterios clásicos, e acabando cos teoremas baseados na semellanza: o da altura e o do cateto.

Acábase presentando as razóns fundamentais (seno, coseno e tanxente) do ángulo agudo.

SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Convén recordar os conceptos de proporcionalidade numérica, os casos de igualdade de triángulos e os criterios que nos permiten resolver situacións de igualdade.
- Partindo de figuras semellantes, constátase o feito de que os ángulos formados ao unir puntos homólogos nambalas dúas figuras permanecen invariantes. Posteriormente, as condicións que deben verificar certas figuras para que se poida dicir que son semellantes permitirán a introducción e o desenvolvemento sucesivo dos resultados máis importantes da unidade.
- Como materiais suxírense instrumentos de debuxo, cartolinas e papel cuadriculado, fotografías, mapas e maquetas.
- Páxinas web:

http://descartes.cnice.mecd.é/maeriais_didacticos/Razóns_trigonometricas/Indice_razóns_trigonometricas.htm (páxina do proxecto Descartes cos conceptos relativos a esta unidade).

UNIDADE 11: Xeometría analítica

I. OBXECTIVOS

- Obter as medidas de lonxitudes e áreas de figuras planas utilizando o teorema de Pitágoras e o de Tales.
- Obter as medidas de lonxitudes e áreas de corpos no espazo utilizando o teorema de Pitágoras e o de Tales.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- 1.Resolver triángulos rectángulos.
- 2.Calcular lonxitudes e áreas de figuras planas.
- 3.Resolver problemas relacionados co cálculo de lonxitudes e áreas de figuras planas.
- 4.Calcular lonxitudes e áreas de corpos no espazo.
- 5.Resolver problemas relacionados co cálculo de lonxitudes e áreas de corpos no espazo.
- 6.Calcular volumes de corpos no espazo.
- 7.Resolver problemas relacionados co cálculo de volumes.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Aplicar destrezas que permiten razoar matematicamente, comprender unha argumentación e expresarse matematicamente cando se resoven problemas métricos relacionados coa trigonometría (C1 e C2).
- Desarrollar o pensamento científico para interpretar a información que se recibe, a competencia no coñecemento e a interacción co mundo físico (C3).
- Cultivar a sensibilidade, a creatividade e o apaixonamento estético son obxectivos dalgúns dos apartados desta unidade (C6).
- As técnicas de traballo que os alumnos deben aplicar, así como a súa responsabilidade, perseveranza, creatividade e autocrítica no momento de realizalo, levan ás competencias para aprender a aprender (C7) e á autonomía e iniciativa persoais (C8).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Resolución de triángulos rectángulos.
- Cálculo de lonxitudes e áreas en figuras planas.
- Distancias no plano.
- Cálculo do área e lonxitudes en corpos xeométricos.
- Cálculo do volume de corpos xeométricos.

Procedementos

- Resolución de triángulos rectángulos.
- Resolución de problemas métricos de lonxitudes, áreas e volumes.

Actitudes

- Valoración da trigonometría na resolución de problemas de situacións reais.
- Interese pola búsqueda de distintos procedementos para resolver problemas métricos nos que intervéñen a trigonometría.
- Gusto por unha presentación ordeada e clara dos procesos e resultados.
- Rigor e precisión na realización dos cálculos.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Esta unidade intenta ser un compendio de aplicacións prácticas do uso da trigonometría.

Comézase a unidade vendo a resolución de triángulos rectángulos, mediante a definición das razóns trigonométricas e o teorema de Pitágoras.

A continuación séguese utilizando a trigonometría para facer un repaso de todas as áreas, perímetros e lonxitudes de figuras planas que xa se teñan visto noutros cursos. En particular é interesante o cálculo de distancias.

Logo pásase a ver cómo a trigonometría pode axudar a resolver problemas que se nos presentan á hora de obter áreas e lonxitudes nos corpos do espazo.

Tamén é moi útil a trigonometría para poder calcular volumes de figuras no espazo, sempre dependendo do dato inicial que se posúa.

Con todo este bagaxe, o alumno pode empezar a plantearse problemas cotiáns e así comprender que as matemáticas teñen outra gran cantidade de utilizacións diferentes das que ata agora vira. Por iso é importante mostrarlle gran variedade de problemas métricos de aplicación de cuestións concretas.

SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- O material de debuxo e a calculadora científica volven a ser necesarios nesta unidade.
- Páxinas web:
 - <http://www.matematicas.profes.net/propostas.asp?ciclo=4205&cat=Segundo%20Ciclo%20ESO> (onde poden encontrarse máis recursos, así como mucha outra información dirigida ao profesorado).
 - http://cte.seebc.gob.mx/webdescartes/4b_eso/trigonometria/trigo14.htm

BLOQUE 6. Estatística e probabilidade

UNIDADE 12: Estatística

I. OBXECTIVOS

- Interpretar datos estatísticos, obtendo conclusións globais sobre eles e representándoos graficamente.
- Interpretar representacións gráficas de datos estatísticos, analizando criticamente que conclusións podemos extraer delas.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

1. Recoñecer variables estatísticas, distinguindo entre variables discretas e variables continuas, organizar os datos correspondentes a ditas variables nunha táboa de frecuencias e interpretar dita táboa.
2. Representar graficamente datos estatísticos, utilizando en cada caso o gráfico máis apropiado e interpretando ditos gráficos.
3. Calcular parámetros estatísticos dunha variable: media, mediana, moda, cuartís, varianza e desviación típica.
4. Interpretar conxuntamente varios parámetros estatísticos, en particular, a media coa desviación típica e os cuartís co rango.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Interpretar táboas e gráficos estatísticos como forma útil de buscar, obter, procesar e comunicar información (C2 e C4).
- Organizar a información procedente de datos estatísticos en forma de táboa, representando graficamente dita información e extraendo parámetros representativos que permitan a súa utilización para dar resposta a situacións da vida de distinto nivel de complexidade (C2 e C4).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Poboación e mostra.
- Tipos de mostraxe.
- Variables estatísticas: cualitativas e cuantitativas, discretas e continuas.
- Táboas de frecuencias.
- Gráficos estatísticos.
- Medidas de centralización e posición: media, mediana, moda e cuartís.
- Medidas de dispersión: varianza e desviación típica.
- Datos atípicos.

Procedementos

- Realización de táboas de frecuencia en variables discretas e continuas.
- Realización de gráficos estatísticos segundo o tipo de variable.
- Cálculo de medidas de centralización e posición.
- Cálculo de medidas de dispersión.
- Cálculo de datos atípicos.

Actitudes

- Analizar criticamente os gráficos estatísticos, interpretando adecuadamente que conclusións se poden obter deles.
- Valorar a relevancia das técnicas estatísticas como forma de tratar de forma sinxela e útil diferentes tipos de información.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Dentro do bloque de estatística e probabilidade, esta unidade plantéxase como un resumen de todo o visto sobre o tema en cursos anteriores.

Por este motivo, a maior parte dos alumnos coñecerán os resultados e as técnicas que se traballan na unidade, así que poderemos axilizar o seu tratamento.

Igualmente é importante que intentemos aportar algún aspecto diferente ao que se tratou en cursos anteriores. Así se enfoca o último epígrafe da unidade, dedicado á interpretación conxunta de media e desviación típica.

En calquera caso, anque os alumnos teñan tratado xa os parámetros estatísticos que se definen, neste curso preténdese que, ademais de coñecer e manexar a expresión aritmética que permite a obtención do seu valor, teñan claro o seu significado e a importancia de interpretar conxuntamente diferentes parámetros dunha distribución si queremos extraer conclusións representativas.

Pódese incluso introducir o uso da calculadora para achar a media e a desviación típica. Calquera calculadora científica permite obter estes valores con facilidade. É importante que os alumnos se acostumen a usala para algo máis que realizar operacións elementais.

SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- O uso da prensa escrita e/ou dixital pode ser de gran utilidade, pois as distribucións estatísticas aparecen constantemente e poden servir para expor exemplos próximos ao alumno.

- A calculadora é fundamental nesta unidade. Os alumnos deben aprender a usar a calculadora científica para encontrar a media e a desviación típica dunha distribución.

- En internet hai diversas páxinas web onde se tratan as distribucións unidimensionais; por exemplo:
<http://thales.cica.é/rd/Recursos/rd99/ed99-0122-04/objetivos.html>

UNIDADE 13.1: Sucesos e probabilidade

I. OBXECTIVOS

- Recoñecer fenómenos aleatorios, identificando os diferentes sucesos que definen e asignando probabilidades a ditos sucesos.

- Identificar correctamente operacións con sucesos aleatorios (unión, intersección e contrario), asignando a cada operación a súa correspondente probabilidade.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- 1.Recoñecer experimentos aleatorios, identificando o espazo mostral e os sucesos elementais, así como sucesos definidos a partir da unión e a intersección de sucesos.

- 2.Asignar probabilidades aos sucesos elementais de experimentos sinxelos, usando a regra de Laplace e as propiedades básicas de probabilidade.

- 3.Asignar probabilidades á unión e á intersección de sucesos.

- 4.Calcular probabilidades condicionadas recoñecendo sucesos independentes.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar as técnicas de probabilidade como estratexia útil para calcular riscos e afrontar os problemas con responsabilidade (C2 e C8).

- Recoñecer os fenómenos aleatorios como parte integrante do medio físico e utilizar as técnicas de probabilidade para comprender mellor ditos fenómenos dentro dos diferentes contextos nos que aparezan (C2 e C3).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Espacio mostral. Sucesos.

- Intersección e unión de sucesos.

- Suceso contrario.

- Regra de Laplace.

- Probabilidade da unión.

- Probabilidade da intersección.

- Probabilidade do suceso contrario.

Procedementos

- Cálculo de probabilidades co uso da regra de Laplace.

- Cálculo da probabilidade da unión.

- Cálculo da probabilidade da intersección.

- Cálculo da probabilidade do suceso contrario.

Actitudes

- Actitude crítica ante os valores obtidos como probabilidade dun suceso, valorando a súa coherencia ou non.
- Interese polos diferentes métodos para encontrar a probabilidade dun suceso nos casos en que sexa posible.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

O cálculo de probabilidades enfócase neste curso desde dous aspectos.

Por un lado, repásanse os aspectos máis básicos, como a definición do espazo mostral e as operacións elementais con sucesos (intersección, unión e contrario), así como a probabilidade definida sobre estes sucesos usando basicamente a regra de Laplace.

Como xa ocurría noutras partes da materia, os conceptos que se traballan na unidade poden plantexarse sempre desde o estudio de problemas próximos ao alumno: os fenómenos aleatorios están presentes na vida diaria en multitude de ámbitos. Dito planteamento pode facilitar a aprendizaxe, incluso naqueles alumnos que teñan algunha dificultade.

É moi importante que os alumnos den significado aos obxectos que se definen: a probabilidade dun suceso é un valor moi intuitivo e que debe introducirse desde esta perspectiva intuitiva; por iso é fundamental que se analicen en cada problema os resultados obtidos, valorando a súa coherencia ou non, e as súas implicacións no contexto do problema (C8).

SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- O uso da calculadora resulta imprescindible nesta unidade en particular. En moitos dos exercicios é moi interesante que se expresen as probabilidades obtidas con valores decimais en lugar de con fraccións de valores moi elevados. Este tipo de operacións resulta absurdo realizalas sen calculadora.
- En internet hai diversas páxinas web onde se tratan os temas relacionados coa probabilidade, moi adecuadas para alumnos de ESO; por exemplo:

<http://thales.cica.é/rd/Recursos/rd98/Matematicas/28/matematicas-28.html>

UNIDADE 13.2: Probabilidade composta

I. OBXECTIVOS

- Recoñecer fenómenos aleatorios compostos e asignar probabilidades a ditos sucesos.
- Utilizar correctamente os diagramas de árbore e as táboas de continxencia para a asignación de probabilidades.
- Calcular adecuadamente probabilidades condicionadas e obtelas cando os sucesos son independentes ou non.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Recoñecer experimentos aleatorios, compostos, e asignar probabilidades a ditos sucesos.
- Elaborar correctamente diagramas de árbore sinxelos.
- Elaborar e interpretar táboas de continxencia.
- Calcular probabilidades condicionadas recoñecendo sucesos independentes.
- Calcular probabilidades en experimentos compostos.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar as técnicas de probabilidade como estratexia útil para calcular riscos e afrontar os problemas con responsabilidade (C2 e C8).
- Recoñecer os fenómenos aleatorios como parte integrante do medio físico e utilizar as técnicas de probabilidade para comprender mellor ditos fenómenos dentro dos diferentes contextos nos que aparecen (C2 e C3).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Probabilidade condicionada.
- Sucesos independentes.
- Experimentos compostos.
- Diagramas de árbore.
- Táboas de continxencia

Procedementos

- Cálculo de probabilidades condicionadas.
- Uso dos diagramas de árbore e das táboas de continxencia para calcular probabilidades en experimentos compostos.

- Método para coñecer cando un suceso é independente ou dependente.

Actitudes

- Actitude crítica ante os valores obtidos como probabilidade dun suceso, valorando a súa coherencia ou non.
- Interese polos diferentes métodos para encontrar a probabilidade dun suceso nos casos en que sexa posible.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Na última unidade seguimos afondando cun novo concepto de probabilidade como é o estudo da probabilidade en experimentos compostos, é dicir, o normalmente coñecido como probabilidade composta.

Para comprender este concepto utilizaranse novas formas de reconto como son os diagramas de árbore e as táboas de continxencia.

Grazas a estas ferramentas poderase calcular a probabilidade dos experimentos compostos.

Rematarase o tema co difícil concepto de probabilidade condicionada e a relación que existe entre os sucesos: sucesos dependentes e independentes.

Como xa ocorría na unidade anterior, os conceptos que se traballan na unidade poden plantexarse sempre desde o estudo de problemas próximos ao alumno: os fenómenos aleatorios están presentes na vida diaria en multitude de ámbitos. Dito planeamento pode facilitar a aprendizaxe, incluso naqueles alumnos que teñan algunha dificultade.

SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- O uso da calculadora resulta imprescindible nesta unidade en particular. En moitos dos exercicios é moi interesante que se expresen as probabilidades obtidas con valores decimais en lugar de fraccións de valores moi elevados. Este tipo de operacións resulta absurdo realizalas sen calculadora.
- En internet hai diversas páxinas web onde se tratan os temas relacionados coa probabilidade, moi adecuadas para alumnos de ESO; por exemplo:

<http://thales.cica.é/rd/Recursos/rd98/Matematicas/28/matematicas-28.html>

4º ESO. MATEMÁTICAS OPCIÓN B

BLOQUE 1. Contidos comúns

- Utilización de estratexias e de técnicas na resolución de problemas, como a análise do enunciado, o ensaio e erro ou a división do problema en partes, e comprobación da solución obtida.
- Descrición verbal de procedementos de resolución de problemas utilizando termos axeitados.
- Utilización correcta dos símbolos e das normas das Matemáticas, valorando a precisión desta linguaxe.
- Interpretación de mensaxes que conteñan informacións de carácter cuantitativo ou sobre elementos ou relacións espaciais.
- Confianza nas propias capacidades para afrontar problemas, comprender as relacións matemáticas e tomar decisións a partir delas.
- Perseveranza e flexibilidade na busca de solucións aos problemas e na mellora das atopadas.
- Planificación e realización de traballos matemáticos tanto individualmente como en equipo, mantendo actitudes favorables de participación e de diálogo.
- Utilización de ferramentas tecnolóxicas para facilitar os cálculos de tipo numérico, alxébrico ou estatístico, as representacións funcionais e a comprensión de propiedades xeométricas.
- Busca de información e de lectura de textos sobre acontecementos históricos e persoas relacionadas coas Matemáticas ao longo da historia.

Deberá terse en conta que este primeiro bloque do curso, titulado Contidos comúns, debe tratarse a través dos demais bloques de contidos (Números, Álgebra, Xeometría, Funcións e gráficas, Estatística e probabilidade) vinculado a eles e aos contextos que se seleccionen para facilitarlle ao alumnado o logro dos obxectivos xerais e a adquisición das competencias básicas.

BLOQUE 2. Números

UNIDADE 1: Números reais**I. OBXECTIVOS**

- Comprender a necesidade de ampliar o conxunto dos números racionais cos irracionais, así como a súa expresión en forma decimal, e cuantificar o erro que se comete ao utilizar aproximacións e arredondamentos, tanto na utilización da calculadora como no cálculo manual.
- Entender os conceptos de potencias de expoñente fraccionario e enteiro, e o logaritmo dun número real; coñecer as súas propiedades e operar con eles, tanto de maneira exacta como utilizando aproximacións con números decimais.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Determinar a expresión decimal dos números racionais.
- Utilizar e representar os números reais.
- Avaliar os erros que se cometen coas aproximacións decimais dos números reais.
- Interpretar e operar con potencias de expoñente enteiro.
- Interpretar e operar con potencias de expoñente fraccionario.
- Aplicar a definición de logaritmo dun número e as propiedades dos logaritmos para resolver problemas.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar expresións irracionais para expresar a magnitude ou medida de obxectos do noso medio (C1, C2, C3).
- Recoñecer a utilidade das aproximacións decimais e da notación científica, e darse de conta dos erros que se cometen ao operar con elas, para interpretar e valorar adecuadamente os resultados que se obteñan (C1, C2, C5, C7).
- Resolver de maneira precisa e exacta, utilizando radicais e logaritmos, problemas próximos a nós tanto de xeometría como de economía, física etc. (C2, C3, C5, C6, C8).
- Utilizar a calculadora ou programas informáticos para operar e obter expresións decimais cando queiramos traballar con números decimais e cunha gran precisión. (C2, C4, C8).

IV. CONTIDOS*Conceptos*

- Expresión decimal dos números racionais.
- Os números reais.
- Aproximacións e erros.
- A recta real. Valor absoluto.
- Intervalos e veciñanzas.
- Notación científica.
- Potencias de expoñente racional.
- Radicais.
- Operacións con radicais.
- Racionalización de denominadores.
- Logaritmo dun número real.
- Propiedades e operacións con logaritmos.

Procedementos

- Expresar números racionais en forma decimal xa sexa exacta ou periódica.
- Expresar números reais mediante aproximacións decimais e determinar ou acoutar o erro.
- Representar na recta real números, intervalos e veciñanzas.
- Operar con potencias de expoñente negativo.
- Expresar mediante notación científica cantidades moi grandes ou moi pequenas, e realizar operacións con elas.
- Obter radicais semellantes.
- Expresar radicais como potencias.
- Operar con radicais.
- Racionalizar denominadores nas expresións irracionais para simplificalas ou operar con elas.
- Transformar e operar expresións con logaritmos.
- Pasar de potencias a logaritmos e viceversa.

Actitudes

- Curiosidade pola necesidade de ter que utilizar outros números.
- Curiosidade polas distintas formas de expresar un número.
- Interese polo manexo da calculadora para determinar aproximacións de raíces e logaritmos, así como para utilizar a notación científica.
- Interese pola procura de estratexias para resolver problemas.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

A medida que imos aumentando os nosos coñecementos e nos facemos preguntas máis complexas, decatámonos de que o concepto natural de número, como cantidade de elementos dun conxunto, é insuficiente. Nos cursos anteriores xa resolvemos o problema de determinar a incógnita x en igualdades da forma $8 + x = 2$ ou $5 \cdot x = 2$, pero xórdennos novos retos para responder a preguntas como “hai algún cadrado de área 2?”. A nosa lóxica dinos que se hai cadrados de área 1 e de área 4, e podemos ir progresivamente ampliando o lado do cadrado desde 1 ata 2, nalgún momento obteremos un cadrado de área 2. Pero, canto mide o seu lado? Graficamente pódese obter, trazando a diagonal do cadrado de lado 1, pero como expresar a súa medida?

Xa os grandes matemáticos gregos se deron de conta da inconmensurabilidade da diagonal do cadrado tomando como unidade o lado, ou da lonxitude da circunferencia de raio a unidade.

Neste curso, o bloque correspondente a números centrarase no estudo dos números reais baixo dous aspectos: os radicais e os logaritmos. Será nos próximos cursos cando se amplíe este concepto de número, pero polo momento o noso interese centrarase no correcto manexo, con ou sen calculadora, dos números reais e das súas operacións.

Para resolver estes e outros problemas máis complicados foi preciso ir ampliando o concepto de número, e así foron xurdindo os enteiros, os racionais, os irracionais, os reais, os complexos, e incluso en 1843, o irlandés William Rowan Hamilton aplicou o conxunto dos complexos e construíu o conxunto dos cuaternións, de aplicación en teoría de números, electromagnetismo, física cuántica etc.

VI. SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- É preciso aprender a manexar a calculadora facendo uso das memorias, o mode Fix para o arredondamento, as raíces, as potencias, os logaritmos e a notación científica.

- En internet hai diversas páxinas web onde se tratan os números reais, por exemplo:

<http://www.vadenumeros.es/cuarto/c011.htm>

http://descartes.cnice.mecd.es/materiais_didacticos/Numeros_Reales_Aproximaciones/indice.htm

http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_real

BLOQUE 3. Álgebra

UNIDADE 2: Polinomios

I. OBXECTIVOS

- Recoñecer un polinomio e os conceptos relacionados e efectuar operacións con eles.
- Identificar os conceptos relacionados cos polinomios e utilizar as técnicas e procedementos básicos do cálculo alxébrico para operar con eles.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Identificar as raíces dun polinomio e utilízalas para a súa descomposición en factores..
- Usar a regra de Ruffini para dividir un polinomio entre outro polinomio da forma $x - a$.
- Aplicar as igualdades notables para desenvolver expresións alxébricas e simplificalas.
- Utilizar o teorema do resto e do factor en diversos contextos.
- Obter as raíces enteiras dun polinomio e factorizalo.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar con precisión a linguaxe alxébrica, oral e escrita, para describir contextos nos que aparecen polinomios (C1, C2).
- Recoñecer e corrixir con espírito construtivo os erros cometidos na resolución de problemas de polinomios (C2, C5).
- Resolver e analizar criticamente problemas nos que aparecen os polinomios con autonomía, iniciativa e perseveranza (C2, C7, C8).
- Seleccionar adecuadamente a información relevante dun problema con polinomios e elixir razoadamente o método para resolvelo (C2, C3, C4).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Expresión alxébrica. Valor numérico dunha expresión alxébrica.
- Monomio. Grao, termo independente, coeficiente e parte literal dun monomio. Valor numérico dun monomio.

- Polinomio. Grao dun polinomio. Valor numérico dun polinomio.
- Suma e resta de polinomios.
- Produto e cociente de polinomios.
- Potencia dun polinomio.
- Igualdades notables: suma de monomios pola súa diferenza, cadrado dun binomio e cubo dun binomio.
- Regra de Ruffini.
- Teorema do resto.
- Teorema do factor.
- Raíces reais dun polinomio. Raíces enteiras.
- Teorema fundamental do álgebra.
- Polinomio irreducible.
- Descomposición factorial dun polinomio.

Procedementos

- Recoñecer e calcular o valor numérico dunha expresión alxébrica.
- Determinar o valor numérico dun polinomio.
- Desenvolver igualdades notables.
- Realizar sumas, restas, multiplicacións, divisións e potencias de polinomios.
- Aplicar a regra de Ruffini para determinar o cociente e o resto nunha división dun polinomio entre un binomio da forma $x - a$.
- Utilizar o teorema do resto para resolver distintos problemas.
- Usar o teorema do factor para probar se un binomio da forma $x - a$ é divisor dun polinomio.
- Interpretar o concepto de raíz dun polinomio.
- Determinar as raíces enteiras dun polinomio entre o conxunto dos divisores do termo independente.
- Factorizar un polinomio.
- Construír polinomios que cumpran determinadas condicións.

Actitudes

- Valoración positiva da precisión, simplicidade e utilidade da álgebra para representar, comunicar ou resolver diferentes situacións da vida cotiá.
- Gusto pola resolución de situacións matemáticas usando a álgebra como un método ordenado e preciso.
- Tenacidade e perseveranza na procura de solucións.
- Utilización adecuada do vocabulario e terminoloxía alxébricos.
- Curiosidade e interese por aprender novos coñecementos.
- Satisfacción e gusto pola presentación coidadosa e ordenada dos traballos.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Nesta unidade continúase co estudo dos polinomios, recordando e ampliando os coñecementos e procedementos iniciados nos cursos anteriores da Educación Secundaria. Os alumnos xa coñecen practicamente todos os conceptos sobre polinomios tratados nesta unidade; con todo, é neste momento cando deben madurar e consolidar as nocións e técnicas sobre polinomios iniciadas nos cursos anteriores.

Esta é a primeira unidade do bloque de álgebra. O dominio das expresións alxébricas, as operacións básicas con polinomios, a factorización de polinomios e, en especial, o desenvolvemento das igualdades notables é imprescindible para que nas unidades posteriores, relativas á resolución de ecuacións, sistemas e inecuacións, os alumnos e alumnas non presenten dificultades de tipo procedemental.

É importante que se adquira e consolide o concepto de igualdade notable, así como o seu desenvolvemento, posto que estas identidades se utilizarán con frecuencia nas unidades posteriores para simplificar expresións. Por outra parte, débese conseguir que as manipulacións de expresións nas que interveñan letras e números se establezan como un método habitual de traballo.

O reto desta unidade non é só que os alumnos consoliden os coñecementos sobre polinomios, senón tamén que recoñezan a linguaxe alxébrica como unha linguaxe familiar, co obxectivo de enfrontarse con confianza e seguridade ás unidades posteriores.

VI. SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Xogos de dominó nos que interveñan expresións alxébricas e polinomios. Xogos de madeira para desenvolver as identidades notables.
- En internet hai diversas páxinas web onde se tratan as expresións alxébricas e os polinomios, por exemplo:

<http://www.vadenumeros.es/cuarto/c08.htm>

<http://www.dmae.upct.es/~juan/mayores25/05upct02.htm>. Vídeo sobre factorizacións.

UNIDADE 3.1: Ecuacións e sistemas

I. OBXECTIVOS

- Resolver ecuacións de distintos tipos: primeiro grao, segundo grao, bicadradas, polinómicas de grao maior ca dous, racionais, radicais, logarítmicas e exponenciais.
- Resolver sistemas lineares e non lineares de dúas ecuacións con dúas incógnitas.
- Expresar en linguaxe alxébrica distintos problemas nos cales interveñen ecuacións e sistemas, e resolvelos.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Resolver ecuacións de primeiro e segundo grao.
- Determinar as solucións de ecuacións polinómicas de grao maior ca dous, racionais, radicais, bicadradas, logarítmicas e exponenciais.
- Aplicar distintos métodos, alxébricos e gráficos, para resolver sistemas de dúas ecuacións de primeiro grao con dúas incógnitas, e clasificalos segundo as súas solucións.
- Resolver sistemas de dúas ecuacións non lineares con dúas incógnitas nas que aparecen expresións de tipo cuadrático, logarítmico, exponencial...
- Traducir enunciados de situacións problemáticas que poidan resolverse con ecuacións ou sistemas, e buscar a súa solución.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Analizar contextos da vida cotiá que poidan ser expresados mediante ecuacións ou sistemas, e describir co vocabulario e coa terminoloxía adecuados estas situacións (C1, C2, C3).
- Seleccionar a información relevante dun problema, así como a técnica máis apropiada para a súa resolución (C2, C4).
- Adquirir un método autónomo de traballo na resolución de actividades e problemas relacionados coas ecuacións e sistemas (C2, C7, C8).
- Recoñecer, con espírito construtivo, os erros cometidos ao formular ou resolver problemas de ecuacións ou sistemas (C2, C5).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Ecuación polinómica.
- Ecuación de primeiro grao ou linear.
- Ecuación de segundo grao ou cuadrática. Ecuacións completas e incompletas.
- Ecuacións bicadradas.
- Ecuacións polinómicas de grao maior ca dous.
- Ecuacións racionais.
- Ecuacións radicais.
- Ecuacións logarítmicas.
- Ecuacións exponenciais.
- Sistemas de dúas ecuacións lineares con dúas incógnitas. Clasificación. Métodos de resolución.
- Sistemas de dúas ecuacións non lineares con dúas incógnitas.

Procedementos

- Resolver ecuacións de primeiro grao.
- Clasificar as ecuacións de segundo grao segundo os seus coeficientes.
- Calcular o número de solucións dunha ecuación de segundo grao segundo o signo do discriminante.
- Determinar as solucións dunha ecuación de segundo grao, tanto completas como incompletas.
- Resolver ecuacións polinómicas de grao maior ca dous, racionais, radicais e logarítmicas.
- Determinar as solucións de ecuacións bicadradas e exponenciais mediante un cambio de variable.
- Resolución alxébrica e gráfica dun sistema de dúas ecuacións lineares coas súas dúas incógnitas.
- Clasificar os sistemas de dúas ecuacións lineares con dúas incógnitas segundo o seu número de solucións.
- Determinar as solucións de sistemas de dúas ecuacións non lineares con dúas incógnitas.
- Resolver problemas da vida cotiá a partir da formulación e resolución de ecuacións e sistemas.

Actitudes

- Valoración positiva da precisión, simplicidade e utilidade das ecuacións e sistemas para representar, comunicar ou resolver diferentes situacións da vida cotiá.
- Perseveranza e flexibilidade na procura de solucións.
- Utilización axeitada do vocabulario e terminoloxía alxébricas.
- Satisfacción e gusto pola presentación coidadosa e ordenada dos traballos.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Nesta unidade repásanse e refórzanse todos os conceptos e as técnicas sobre ecuacións e sistemas adquiridos nos anteriores cursos da Educación Secundaria. Tamén se amplían estes procedementos con outros novos como son a resolución de ecuacións exponenciais, bicadradas, logarítmicas, racionais e radicais, e os métodos de resolución de sistemas de dúas ecuacións non lineares con dúas incógnitas.

No primeiro curso da ESO empézase a tratar a resolución de ecuacións de primeiro grao. Neste curso, os alumnos deben madurar e consolidar as técnicas de resolución iniciadas en cursos anteriores, adquirir novos conceptos relacionados co tema e formular e resolver con rigor problemas mediante ecuacións e sistemas.

O dominio das operacións básicas con polinomios e o desenvolvemento e recoñecemento das igualdades notables, adquiridos na unidade anterior, son imprescindibles para o correcto desenvolvemento das técnicas de resolución de ecuacións e sistemas, pois a transformación de expresións alxébricas complexas noutras máis simples é un dos métodos máis utilizados ao longo de toda a unidade. Pola súa vez, a factorización de polinomios, técnica estudada na anterior unidade, é unha ferramenta moi potente para resolver ecuacións polinómicas.

Por outra parte, consolidar estes conceptos e procedementos é básico para o correcto desenvolvemento da unidade posterior, referente á resolución de inecuacións e sistemas de inecuacións.

VI. SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Xogos de dominó e cartas nos que interveñan ecuacións e sistemas e as súas solucións.

- En internet hai diversas páxinas web onde se tratan as ecuacións e sistemas:

<http://herramientas.educa.madrid.org/wiris/>. Wiris é unha plataforma *online* para cálculos matemáticos. Trátase dunha calculadora gráfica coa que se poden resolver ecuacións e sistemas, tanto lineares como non lineares.

http://descartes.cnice.mecd.es/indice_ud.php#4b_eso. Hai diversas unidades sobre ecuacións e sistemas.

UNIDADE 3.2: Inecuacións e sistemas

I. OBXECTIVOS

- Traducir enunciados de situacións cotiás que poidan resolverse con inecuacións ou sistemas de inecuacións, e buscar a súa solución.

- Recoñecer as inecuacións, os conceptos relacionados (primeiro membro, segundo membro, conxunto de solucións, ecuacións equivalentes...) e resolver inecuacións de primeiro grao cunha e dúas incógnitas.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Recoñecer e resolver inecuacións de primeiro grao cunha incógnita e dúas incógnitas.

- Formular e resolver problemas mediante a formulación e a resolución de inecuacións.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Analizar contextos da vida cotiá que poidan ser expresados mediante inecuacións, e describir co vocabulario e a terminoloxía adecuados a estas situacións (C1, C2, C3).

- Seleccionar a información relevante dun problema, así como a técnica máis apropiada para a súa resolución (C2, C4).

- Adquirir un método autónomo de traballo na resolución de actividades e problemas relacionados coas inecuacións (C2, C7, C8).

- Recoñecer, con espírito construtivo, os erros cometidos ao formular ou resolver problemas de inecuacións (C2, C5).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Desigualdade.

- Inecuación.

- Membros dunha inecuación.

- Solucións dunha inecuación.

- Inecuacións equivalentes.

- Inecuacións de primeiro grao cunha incógnita.

- Conxunto solución.

- Inecuacións lineais con dúas incógnitas.

Procedementos

- Identificar as desigualdades numéricas e alxébricas.
- Recoñecer cando un número satisfai unha desigualdade alxébrica.
- Calcular inecuacións equivalentes.
- Resolver inecuacións de primeiro grao con unha ou dúas incógnitas e expresar a solución en forma de intervalo, de desigualdade e/ou graficamente.
- Resolver problemas da vida cotiá a partir da formulación e resolución de inecuacións de primeiro grao.

Actitudes

- Utilización axeitada do vocabulario e da linguaxe alxébricas para formular situacións e relacións de todo tipo.
- Interese e coidado á hora de resolver inecuacións de primeiro grao.
- Hábito por comprobar as solucións dun problema de inecuacións.
- Perseveranza e flexibilidade na procura de solucións.
- Interese ao realizar os cálculos para resolver inecuacións, e para representar graficamente as solucións destes últimos.
- Satisfacción e gusto pola presentación coidadosa e ordenada dos traballos.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Ao finalizar a unidade, os alumnos deben coñecer as inecuacións de primeiro grao cunha e dúas incógnitas e as técnicas existentes para resolvelas. Non só deben automatizar os cálculos, senón que tamén deben entender cal é o significado dunha inecuación.

Todos estes conceptos son novos para eles; porén, as técnicas utilizadas son practicamente coñecidas. O concepto de desigualdade, así como o de intervalo, xa se tratou na primeira unidade do libro. Os procedementos para resolver as inecuacións son moi similares aos estudados para resolver ecuacións. Hai que aproveitar estes coñecementos, como son eliminar denominadores, suprimir parénteses,..., para explicar a resolución de inecuacións. Pero tamén se debe insistir na diferenza existente entre ambos os métodos, como pode ser á hora de multiplicar ou dividir por un número negativo.

Os alumnos deben apreciar a utilidade da álgebra, e en especial, das inecuacións, para resolver problemas da vida cotiá.

Por outra parte, a correcta comprensión das técnicas estudadas nesta unidade é moi útil para traballar novas unidades, como son as relativas á xeometría, a análise ou a probabilidade e a estatística. Moitos dos procedementos utilizados nestas unidades teñen unha base alxébrica. Por iso, comprender ben as técnicas estudadas neste bloque facilitará a comprensión dos procedementos utilizados en unidades posteriores. Ademais, a resolución de inecuacións e, en xeral, todo o bloque da álgebra son coñecementos utilizados e ampliados nas Matemáticas de Bacharelato, calquera que sexa a modalidade elixida.

VI. SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Xogos de dominó nos que interveñan inecuacións e sistemas de inecuacións e as súas solucións.
- programa Derive permite debuxar rapidamente as rectas para resolver inecuacións. O programa de xeometría Cabri tamén permite debuxar as funcións afíns para determinar a rexión do plano solución dunha inecuación de primeiro grao cunha incógnita.
- En internet hai diversas páxinas web onde se tratan as inecuacións, por exemplo:
 - http://descartes.cnice.mecd.es/4b_eso/Inecuaciones/inecindex.html
 - <http://www.librosvivos.net/smtc/homeTC.asp?TemaClave=1174>. Vídeo sobre inecuacións.

BLOQUE 5. Funcións e gráficas

UNIDADE 4: Funcións. Características

I. OBXECTIVOS

- Interpretar e realizar gráficas de funcións que aparezan en situacións sociais, económicas etc., e obter informacións prácticas.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Estudar as características principais dunha función a través da súa representación gráfica.
- Interpretar gráficas de funcións definidas en varios anacos.

- Transcribir una información á súa expresión funcional e extraer conclusións a partir da análise matemática das súas propiedades.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Interpretar una función a través da súa gráfica (C2, C3).
- Recoñecemento da gráfica dunha función a partir da expresión analítica desta (C2).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Concepto de función.
- Dominio de una función. Restricións ao dominio.
- Descontinuidade e continuidade dunha función.
- Crecemento e decrecemento dunha función. Máximos e mínimos.
- Periodicidade.
- Funcións definidas a anacos.

Procedementos

- Visualización da gráfica dunha función para comprender esta.
- Relación entre a expresión analítica dunha función e a súa gráfica.
- Representación de funcións.
- Recoñecemento de descontinuidades, de máximos e mínimos, de intervalos de crecemento e de periodicidades.

Actitudes

- Recoñecemento da utilidade da representación gráfica para un estudo rápido dunha función.
- Apreciar vantaxes e inconvenientes que ten a representación analítica fronte á representación gráfica.
- Valoración crítica ante o uso das novas tecnoloxías (calculadora, ordenador...) á hora de estudar as funcións.
- Interese e valoración da linguaxe gráfica que aparece no mundo cotián.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

O concepto de función é o mellor instrumento que os matemáticos inventaron para expresar o cambio que se produce na variable dependente cando a independente varía.

Trataremos de estudar aspectos importantes das funcións: como se traduce en termos matemáticos o rápido ou amodo que unha función crece ou decrece, onde alcanza os seus máximos e os seus mínimos, se lle podemos aplicar calquera valor ou non... Todos os aspectos que imos estudar teñen a súa tradución e significación na vida real.

Por iso resulta tan importante saber manexar e entender as funcións: situacións que a priori nos parecen complexas se volven máis simples e poden ser resoltas cando se modelizan mediante funcións.

Partindo do concepto de número, fundamental en matemáticas, no século XIX comezouse a contemplar as funcións como un elemento simple, e a sumar, restar, multiplicar ou dividir funcións igual que se facía cos números. Así naceu a análise funcional, un dos campos máis importantes da matemática da actualidade.

VI. SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- As follas de cálculo permitirannos representar funcións no ordenador, tanto a partir da gráfica como de valores dados. Ademais, outros programas informáticos, como Derive, hannos axudar a debuxar de maneira clara e precisa as gráficas das funcións.
- Distintas gráficas aparecidas en prensa nas que se utilizan funcións permitirannos descubrir o alto grao de presenza desta parte das matemáticas na vida cotiá.
- En internet hai diversas páxinas web onde se tratan as funcións, por exemplo:
 - http://descartes.cnice.mecd.es/experiencias/exper_estudio_grafico_funcion/exper_estudio_grafico_funcion.htm
 - http://www.juntadeandalucia.es/averroes/iesbajoguadalquivir/at/cuartob/Geo_analitica/index.htm

UNIDADE 5.1: Funcións elementais

I. OBXECTIVOS

- Coñecer as propiedades dos distintos tipos de funcións, saber bosquejar a súa gráfica de forma intuitiva.
- Estudar e representar funcións definidas en varios anacos.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Recoñecer as funcións lineal e cuadrática, e dominar as propiedades que as caracterizan.
- Recoñecer as funcións de proporcionalidade inversa, e dominar as propiedades que as caracterizan.
- Recoñecer as funcións logarítmica e exponencial, e dominar as propiedades que as caracterizan.
- Construír a gráfica de funcións a anacos.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Recoñecer e utilizar as características dos distintos tipos de funcións en situacións problemáticas que se lles presenten aos alumnos (C2, C3, C5).
- Utilización da gráfica dunha función para estudar experimentos ou situacións próximas aos alumnos (C3, C7).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Concepto de función lineal. Concepto de pendente.
- Función cuadrática. Parábola. Vértice.
- Función de proporcionalidade inversa.
- Función exponencial.
- Función logarítmica.
- Funcións definidas a anacos.

Procedementos

- Debuxo da gráfica dunha función para estudar de que tipo é esa función.
- Estudo das propiedades das funcións máis habituais.
- Debuxo da gráfica de funcións a anacos.

Actitudes

- Recoñecemento da utilidade do coñecemento das funcións máis habituais en matemáticas.
- Apreciar vantaxes e inconvenientes que encontraremos ao debuxar de forma intuitiva as gráficas dunha función.
- Interese e valoración do uso das funcións que aparecen no tema na vida diaria.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Unha vez que os alumnos levan varias unidades familiarizándose co estudo das características das funcións (crecemento e decrecemento, máximos e mínimos, continuidade...), neste tema estudarán, de forma concreta, algunhas das funcións que aparecen nas matemáticas de maneira máis frecuente. Algunhas das funcións desta unidade xa son coñecidas polos alumnos, como son as funcións lineares ou as cuadráticas; pero outras non, como poden ser as exponenciais ou as logarítmicas.

Sería conveniente que, cando presentemos cada unha das funcións, poñamos exemplos de situacións nas que esas funcións aparecen, de maneira que os alumnos non esquezan que non estamos tratando un tema puramente abstracto, senón que as funcións se utilizan para modelizar aspectos da vida cotiá.

VI. SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- As follas de cálculo permitirannos representar funcións no ordenador. Ademais existen outros programas informáticos, como Derive, que nos axudan a debuxar de maneira clara e precisa as gráficas das funcións.
- Distintas gráficas aparecidas en prensa nas que se utilizan funcións permitirannos descubrir o alto grao de presenza desta parte das matemáticas na vida cotiá.
- En internet hai diversas páxinas web onde se tratan as funcións, por exemplo:
http://descartes.cnine.mecd.es/experiencias/exper_funciones_movimientos/exper_funciones_movimiento.htm

UNIDADE 5.2: Taxa de variación media

I. OBXECTIVOS

- Comprender o concepto de taxa de variación media.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Análise da variación dunha función.
- Interpretar xeometricamente a taxa de variación media dunha función nun intervalo.
- Aplicar o concepto de taxa de variación media na resolución de problemas.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Interpretar a variación dunha situación a través da taxa de variación da súa función asociada (C2, C3, C7).
- Cuantificar a variabilidade dunha situación e relacionala coa taxa de variación media da súa función asociada (C2, C5).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Taxa de variación media.

Procedementos

- Cálculo da TVM dunha función.
- Interpretación xeométrica da taxa de variación media dunha función nun intervalo.

Actitudes

- Interese pola relación entre os conceptos de taxa de variación media e o crecemento dunha función.
- Gusto polo traballo ordenado á hora de derivar.
- Recoñecemento da utilidade do cálculo da taxa de variación media á hora de resolver problemas.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Neste tema váiselles presentar aos alumnos un dos conceptos máis importantes da matemática aplicada, a taxa de variación media, como porta de acceso no Bacharelato á derivada, que nos serve para explicar, por exemplo, cal é a velocidade con que varía unha función ao longo do seu dominio. Este concepto, arredor do cal xira unha parte tan importante das matemáticas como é o cálculo diferencial, estudarase en profundidade en Bacharelato.

Para que os alumnos sexan conscientes da utilidade que ten o estudo das derivadas noutras ciencias, presentaremos problemas de física, química ou economía que se resolven utilizando o concepto da TVM..

VI. SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Si que utilizaremos programas gráficos para debuxar a tanxente a algunhas gráficas nun punto determinado.
- En internet hai diversas páxinas web onde se tratan as derivadas, por exemplo:
<http://www.sectormatematica.cl/educsuperior.htm>
<http://www.decarcaixent.com/actividades/mates/derivadas/default.htm>

BLOQUE 4. Xeometría

UNIDADE 6: A Semellanza e as súas aplicacións

I. OBXECTIVOS

- Entender os conceptos relacionados coa semellanza e valorar a utilidade das relacións de semellanza. Resolver problemas relacionados co mundo físico que nos rodea.
- Representar graficamente de maneira clara e precisa as situacións que xorden nos problemas de xeometría para poder apreciar as relacións de semellanza e expresar alxebricamente as relacións entre as magnitudes do problema.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Identificar e representar graficamente figuras semellantes aplicando, cando sexan necesarios, os criterios de semellanza de triángulos.
- Expresar o concepto xeométrico de semellanza como unha proporción de magnitudes, mediante a constante de proporcionalidade ou razón de semellanza.
- Coñecer e aplicar convenientemente o teorema de Tales para resolver problemas de triángulos.
- Relacionar o teorema da altura coa semellanza de triángulos e facer uso das aplicacións dese teorema.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Recoñecer a semellanza de figuras ou corpos do noso medio e expresar adecuadamente a relación que existe entre eles (C1, C2, C3).
- Expressar e interpretar graficamente figuras semellantes a outras coa utilización de planos, mapas, esquemas, maquetas etc. (C2, C4, C5). □ Analizar e expresar mediante unha relación matemática unha situación de semellanza para poder determinar magnitudes descoñecidas (C2, C7, C8).
- Utilizar as novas tecnoloxías –como fotocopiadora, escáner etc.– para efectuar representacións precisas de figuras semellantes (C2, C4, C8).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Actitudes
- Figuras semellantes. Elementos homólogos.
- Razón de semellanza.
- Razón das áreas e dos volumes.
- Teorema de Tales.
- Criterios de semellanza de triángulos.
- Semellanza nos triángulos rectángulos.
- Teorema da altura.

Procedementos

- Distinguir cando dúas figuras son semellantes e cando non o son.
- Determinar os elementos homólogos.
- Establecer a proporcionalidade entre os lados de polígonos semellantes.
- Despexar termos nunha proporción ata conseguir automatizar o procedemento.
- Determinar a razón de semellanza de dúas figuras semellantes.
- Determinar a razón das áreas e dos volumes a partir da razón de semellanza e viceversa.
- Aplicar os criterios de semellanza para demostrar que dous triángulos son semellantes.
- Establecer a escala dos planos e mapas.
- Representar con material axeitado figuras semellantes.
- Aplicar os coñecementos da semellanza para resolver problemas de xeometría.

Actitudes

- Apreciación da importancia do coñecemento da semellanza para resolver problemas da vida cotiá.
- Interese pola procura de estratexias para a aplicación da semellanza na resolución de problemas.
- Gusto pola presentación ordenada, clara e precisa das figuras semellantes.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Nos cursos anteriores xa se estudaron as primeiras nocións de xeometría, e ao chegar a este nivel, os estudantes coñecen ben os polígonos, os poliedros, a circunferencia, o círculo, o cilindro, o cono e a esfera; incluso saben determinar superficies e volumes. Viron xa os movementos no plano como a translación, a simetría e o xiro, e incluso coñecen desde 2.º de ESO a semellanza.

Neste curso vaise estudar fundamentalmente xeometría do plano desde un punto de vista máis alxébrico, determinando ecuacións de lugares xeométricos, manexando vectores coas súas relacións e operacións, e facendo uso das razóns trigonométricas.

Con esta unidade comézase o bloque de xeometría, e o que imos ver nela é a relación que existe entre as dimensións das figuras con igual forma.

No mundo que nos rodea, xa sexa animal, vexetal ou mineral, observamos cantidade de seres ou obxectos que, aínda sendo de diferente tamaño, teñen a mesma forma. Isto é debido, evidentemente, ao fenómeno de crecemento dos seres vivos, onde xorde de maneira natural a proporción áurea.

Tamén, cando tratamos de facer representacións tanto do mundo microscópico como do macroscópico, temos a necesidade de utilizar a semellanza indicando as súas escalas para poder apreciar a súa verdadeira magnitude.

A semellanza entre triángulos rectángulos e a proporcionalidade entre os seus lados será a chispa que acenda a mecha das razóns trigonométricas que se verán na unidade seguinte.

VI. SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Débese insistir na calidade e a precisión das representacións para poder apreciar mellor as figuras semellantes, pero debe xustificarse sempre a semellanza a partir da definición ou dos criterios de semellanza.

- Como materiais didácticos poden utilizarse planos, mapas e maquetas, ben para saber interpretar os xa feitos como para facer outros a unha escala conveniente.
- Construción e utilización do pantógrafo xustificando o seus fundamentos.
- En internet hai diversas páxinas web onde se trata a semellanza, por exemplo:
<http://www.juntadeandalucia.es/averroes/iesarroyo/matematicas/materiales/4eso/geometria/homoteciasysemellanxas/homoteciasysemellanxas.htm>
http://descartes.cnice.mec.es/Descartes1/4a_eso/Semejanza_4/Semejanza.htm

UNIDADE 7.1: Trigonometría

I. OBXECTIVOS

- Entender as distintas formas de medir ángulos e como se transforman duns sistemas a outros utilizando, cando sexa precisa, a calculadora científica.
- Comprender as relacións que existen entre os lados e os ángulos nos triángulos rectángulos, expresar estas relacións mediante as razóns trigonométricas dun ángulo e facer uso delas para resolver problemas de xeometría.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Coñecer os sistemas de medida de ángulos e o manexo da calculadora científica para operar con eles.
- Relacionar os lados e os ángulos dos triángulos rectángulos mediante as razóns trigonométricas e o teorema de Pitágoras.
- Coñecer e utilizar adecuadamente as relacións entre as razóns trigonométricas dos ángulos dos triángulos rectángulos.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar o sistema sesaxesimal para expresar a medida dos ángulos e efectuar operacións con eles, con e sen calculadora (C1, C2, C3 e C4).
- Analizar as relacións que existen entre os lados e os ángulos nos triángulos rectángulos e expresalas mediante as razóns trigonométricas para aplicarlas á resolución dos problemas de triángulos (C1, C2, C7 e C8).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Medida de ángulos: o grao sesaxesimal.
- Razóns trigonométricas dos ángulos agudos dos triángulos rectángulos: seno, coseno e tanxente.
- Razóns trigonométricas de 30° , 45° e 60° .
- Relación entre as razóns trigonométricas dun ángulo. Ecuación fundamental.
- Trigonometría con calculadora.

Procedementos

- Establecer as razóns trigonométricas dos ángulos agudos nos triángulos rectángulos.
- Determinar a medida dos lados dun triángulo rectángulo cando se coñece un deles e unha razón trigonométrica dun ángulo agudo.
- Determinar as demais razóns trigonométricas dun ángulo cando se coñece unha delas.

Actitudes

- Recoñecemento da utilidade dos distintos sistemas de medida de ángulos.
- Valoración positiva da grande utilidade que ten o coñecemento das razóns trigonométricas dun ángulo.
- Curiosidade polas aplicacións da trigonometría para a resolución de problemas en xeometría.
- Interese por aprender a utilizar axeitadamente a calculadora científica.
- Predisposición para aprender conceptos, relacións e técnicas novas para a resolución de problemas en xeometría.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

A orixe da palabra *trigonometría* provén do grego. Está composta polas palabras *trigonon* (triángulo) e *metron* (medida); *trigonometría*: medida de ángulos.

Considérase a Hiparco (180 a 125 a. C.) como o precursor da trigonometría porque atopou relacións entre os lados e os ángulos dalgúns triángulos rectángulos.

Comézase a trigonometría estudando a resolución numérica dos triángulos rectángulos. Os seis elementos fundamentais de todo triángulo, tres lados e tres ángulos, están intimamente relacionados, de tal forma que cando se coñecen tres deles, con tal de que polo menos un sexa un lado, pódense calcular os outros tres facendo uso da trigonometría.

A trigonometría é unha ferramenta matemática moito máis potente ca a semellanza e permitiranos resolver problemas, tanto no plano coma no espazo.

Aínda que neste nivel se presenta a trigonometría unicamente como ferramenta na resolución de triángulos, en cursos posteriores serán moitas as aplicacións da trigonometría: xeometría, navegación, agrimensura, topografía, astronomía, e sen esquecer o uso das funcións trigonométricas no campo da física: movemento harmónico simple, ondas, corrente alterna etc.

VI. SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Ademais dos materiais habituais de debuxo, compás, regra, escuadro e cartabón, nesta unidade é moi útil o goniómetro ou semicírculo graduado.
- Se o centro dispuxese dun teodolito –non necesariamente profesional, pois existe como material didáctico, elaborado dunha forma simple–, sería moi útil para resolver problemas fóra da aula utilizando ángulos e trigonometría.
- A calculadora científica.

UNIDADE 7.2: Problemas métricos

I. OBXECTIVOS

- Coñecer, entender e aplicar correctamente os teoremas de Pitágoras, do cateto, na resolución de triángulos.
- Obter as medidas de ángulos, lonxitudes, áreas e volumes de figuras poligonais planas ou de poliedros e corpos redondos mediante a aplicación das fórmulas usuais e da trigonometría cando sexa preciso.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Determinar os lados dun triángulo rectángulo aplicado os teoremas ou mediante a utilización das razóns trigonométricas.
- Saber determinar os lados e ángulos de calquera tipo de triángulo cando se coñecen tres elementos do triángulo.
- Aplicar as fórmulas usuais para determinar lonxitudes e áreas de figuras planas elementais.
- Coñecer e aplicar correctamente as fórmulas elementais para determinar o volume e a superficie de certos corpos xeométricos: prismas, pirámides, cilindros, conos e esferas.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Saber representar, formular e resolver problemas de xeometría e topografía facendo uso dos teoremas relativos aos triángulos e dos instrumentos de medida e cálculo adecuados. (C1, C2, C3, C4, C6, C8)
- Investigar e descubrir as diferentes formas xeométricas que posúen obxectos do noso. (C2, C6, C7, C8)
- Utilizar as novas tecnoloxías para efectuar representacións precisas das figuras e corpos xeométricos. (C2, C4, C8)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Resolución de triángulos rectángulos.
- Teorema do cateto.
- Lonxitudes e áreas de figuras planas.
- Áreas e volumes de corpos xeométricos.

Procedementos

- Determinar o terceiro lado dun triángulo rectángulo cando se coñecen dous, por Pitágoras.
- Resolución de triángulos rectángulos cando se coñece un lado e un ángulo agudo ou dous lados.
- Cálculo das proxeccións dos catetos sobre a hipotenusa.
- Cálculo de lonxitudes de figuras planas
- Cálculo de áreas de figuras planas elementais mediante as fórmulas usuais.
- Resolución de problemas de xeometría con corpos xeométricos, utilizando lonxitudes, áreas e volumes.

- Resolución de problemas de xeometría ou topografía coa axuda da trigonometría.

Actitudes

- Gusto pola representación ordenada, clara e precisa das figuras e corpos xeométricos.
- Interese pola procura de estratexias para formular e resolver problemas xeométricos.
- Valoración positiva da ferramenta que constitúe a trigonometría na resolución de problemas de xeometría.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Despois dos coñecementos adquiridos nas dúas unidades anteriores, Semellanza e Trigonometría, podemos abordar o estudo das relacións que existen entre os lados e os ángulos de calquera triángulo, o que nos permitirá resolver non só problemas de triángulos, tamén poderemos resolver outros problemas nos que as figuras xeométricas poidan descompoñerse en triángulos.

A primeira parte desta unidade está dedicada á resolución de triángulos e á súa aplicación a diferentes situacións, tanto de tipo xeométrico como de tipo topográfico.

En canto á segunda parte que comeza no cuarto epígrafe, o que se pretende é recordar e reforzar as nocións de xeometría que nos cursos anteriores xa se estudaron. Polígonos, poliedros, circunferencia, círculo, cilindro, cono, esfera, ... son elementos xeométricos familiares para eles e incluso saben determinar as súas lonxitudes, superficies ou volumes, pero coa ferramenta da trigonometría poden determinar outros elementos destes.

VI. SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Débese insistir na utilización de material de debuxo axeitado para que as representacións sirvan de axuda na procura da solución dos problemas.
- Como materiais didácticos, ademais da calculadora e dos instrumentos de debuxo, é moi útil o programa informático Cabri.
- Da serie “Ollo matemático” producida por Yorkshire TV, o vídeo Áreas e volumes é de grande utilidade e axuda a ver mellor os corpos no espazo.

BLOQUE 6. Estatística e probabilidade

UNIDADE 8: Estatística

I. OBXECTIVOS

- Representar graficamente os datos dunha variable aleatoria mediante os diversos gráficos (circular, de barras...).
- Calcular os parámetros estatísticos de centralización e de dispersión.
- Saber comparar a dispersión existente entre distintas distribucións mediante o coeficiente de variación.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Interpretar en un estudo estatístico a diferente terminoloxía.
- Calcular e interpretar os distintos parámetros estatísticos.
- Representar os datos dun estudo estatístico mediante un gráfico e extraer información deste.
- Comparar a dispersión de distintas distribucións.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Representación gráfica dun estudo estatístico (C2, C4, C5).
- Calcular os parámetros estatísticos (C2, C7).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Poboación e mostra. Tamaño de mostra.
- Caracteres estatísticos cualitativos e cuantitativos.
- Variables estatísticas discretas e continuas.
- Diagramas de sectores e de barras, histogramas, diagrama de caixas e bigotes.
- Parámetros de centralización: media, mediana, moda, cuartís.
- Parámetros de dispersión: rango, varianza, desviación típica.
- Coeficiente de variación.

Procedementos

- Recoñecemento do tipo de caracteres dunha poboación.

- Representación gráfica dun estudo estatístico.
- Obtención dos parámetros de centralización e de dispersión dunha variable estatística.
- Uso conxunto da media e da desviación típica.
- Utilización do coeficiente de variación para a comparación de distribucións.

Actitudes

- Valoración do uso da estatística como instrumento para o estudo de diferentes aspectos da realidade.
- Valoración do uso da calculadora científica e das novas tecnoloxías para simplificar o tratamento da información.
- Actitude crítica na interpretación dos datos presentados mediante métodos estatísticos.
- Gusto pola claridade e a precisión na elaboración dos traballos estatísticos.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

A estatística non é algo absolutamente novo para os alumnos, pois xa tiveron contacto con ela en cursos anteriores. Os alumnos deben ver a estatística como una ferramenta coa que xestionar os datos obtidos en diversos estudos para poder extraer mellor a información que reflicten.

A estatística é una das ramas das matemáticas que máis aparecen na vida cotiá. Por exemplo, na prensa, en internet ou noutros medios de comunicación é frecuente a utilización de gráficos ou parámetros estatísticos para mostrar de maneira rápida e intuitiva os resultados dun estudo.

Tanto en ciencias da natureza e da saúde como en ciencias sociais, a estatística ten grande importancia, e así llelo mostraremos aos alumnos mediante as diversas actividades formuladas sobre estes temas.

O auxe das informacións estatísticas e a crecente utilización dos métodos estatísticos nos medios de comunicación e noutras disciplinas científicas e sociais poden servir para dirixir a curiosidade dos alumnos cara a estes temas, investigando a conexión entre diferentes magnitudes e fenómenos do comportamento humano, á vez que descubren a conveniencia de presentar esta conexión de forma rápida e sintética a través das ferramentas estatísticas.

VI. SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Tanto a calculadora científica coma o ordenador son ferramentas moi útiles para o cálculo dos parámetros estatísticos e a representación dos gráficos estatísticos.
- En internet hai diversas páxinas web referidas á estatística, como, por exemplo:
<http://www.aulafacil.com/CursoEstadistica/CursoEstadistica.htm>
<http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/UnidadesDidacticas/53-1-u-indice.html>
<http://www.fisterra.com/mbe/investiga/10descriptiva/10descriptiva.htm>

UNIDADE 9: Cálculo de probabilidades

I. OBXECTIVOS

- Distinguir os experimentos aleatorios dos que non o son, e analizar os conceptos básicos con eles relacionados: espazo de mostra, tipos de sucesos, operacións con sucesos...
- Asignar probabilidades a sucesos utilizando a regra de Laplace e as táboas de continxencia, e determinar probabilidades de sucesos compatibles, incompatibles ou contrarios.
- Resolver problemas de probabilidade condicionada.
- Obter a probabilidade dun suceso mediante a regra do produto.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Diferenciar entre experimentos aleatorios e deterministas, e deducir o espazo de mostra e os distintos tipos de sucesos vinculados a un experimento de azar.
- Calcular a probabilidade dun suceso.
- Realizar operacións con sucesos e calcular as súas probabilidades.
- Identificar sucesos dependentes e independentes, e aplicar o concepto de probabilidade condicionada.
- Utilizar a regra do produto e a probabilidade total para calcular probabilidades en experimentos compostos.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar o vocabulario adecuado para describir situacións e experiencias de azar (C1, C2).
- Recoñecer situacións e fenómenos aleatorios na vida cotiá e no coñecemento científico (C2, C3, C5).

- Detectar os erros habituais na interpretación do azar (C2, C8).
- Calcular o resultado das probabilidades, aplicando con autonomía e seguridade a técnica máis adecuada, e decidindo se é necesaria unha resposta exacta ou aproximada (C2, C7, C8).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Experimentos aleatorios. Espazo de mostra.
- Sucesos dun experimento aleatorio: suceso elemental, composto, seguro, imposible ou contrario.
- Operacións con sucesos: unión e intersección.
- Sucesos compatibles e incompatibles.
- Probabilidade dun suceso.
- Sucesos equiprobables. Regra de Laplace.
- Táboas de continxencia.
- Probabilidade da unión de dous sucesos.
- Probabilidade do suceso contrario.
- Experimentos compostos.
- Regra do produto.
- Sucesos dependentes e independentes.
- Probabilidade condicionada.

Procedementos

- Analizar a aleatoriedade dun experimento.
- Obter o espazo de mostra dun experimento aleatorio.
- Realizar operacións cos sucesos dun experimento aleatorio: unión e intersección. Calcular as súas probabilidades.
- Diferenciar sucesos compatibles, incompatibles e contrarios.
- Detectar sucesos equiprobables e aplicar a regra de Laplace para calcular a súa probabilidade.
- Utilizar as táboas de continxencia e a regra do produto sobre diagramas de árbore para asignar probabilidades.
- Diferenciar entre experimentos simples e compostos.
- Resolver problemas de probabilidade condicionada.
- Obter a probabilidade total dun suceso a partir de diagramas en árbore.
- Utilizar o vocabulario axeitado para describir e cuantificar situacións relacionadas co azar.

Actitudes

- Disposición favorable para utilizar a probabilidade na resolución de problemas da vida cotiá.
- Sentido crítico ante os resultados obtidos nun problema de cálculo de probabilidades.
- Curiosidade e tenacidade na procura de solucións das situacións relacionadas co azar.
- Apreciación da precisión e utilidade da linguaxe probabilística para representar, comunicar e resolver situacións cotiás.
- Valoración crítica fronte a informacións de carácter probabilístico que aparecen nos medios de comunicación.
- Satisfacción e gusto pola presentación coidadosa e ordenada dos traballos.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

A idea sobre azar e probabilidade foise introducindo paulatinamente desde o primeiro curso da Educación Secundaria, aínda que cun peso crecente a medida que por ela se avanza. Todos os alumnos, antes de chegar a Secundaria, teñen ideas previas sobre o azar, que é preciso coñecer e ter en conta á hora de deseñar e propoñer actividades. Estes coñecementos previos resultan moi útiles, pois podemos recorrer a eles para construír un coñecemento formal e elaborado da probabilidade. Porén, tamén teñen ideas falsas e preconcebidas sobre a probabilidade. Hai que aproveitar este feito para sorprendelos con actividades que poñan de manifesto as falsas crenzas que se teñen sobre a probabilidade, como é o caso dos xogos de azar. Resultará interesante para os alumnos comprobar como a probabilidade de acertar na lotaría é mínima e, en cambio, trátase dunha tradición tan estendida dentro e fóra das nosas fronteiras.

Un dos obxectivos que se pretende conseguir na Educación Secundaria é que os alumnos asimilen de forma crítica os elementos básicos da nosa cultura ao longo dos tempos. A necesidade de asegurar este desenvolvemento fai que o currículo non se limite á adquisición de conceptos e procedementos académicos, senón que se inclúan outros aspectos que contribúan ao seu desenvolvemento persoal. Actualmente, a probabilidade utilízase en moitas disciplinas relacionadas coa estatística. Por esta razón os contidos transversais deben ser un dos eixes arredor dos cales se

organice a actividade desta unidade. Este bloque é idóneo para fomentar estes aspectos a través de actividades como a análise de noticias dun periódico, da televisión...

Tamén é importante que os alumnos, ao acabar a Secundaria, madurasen estes conceptos, xa que moitos deles estudarán o Bacharelato de Ciencias Sociais, e nel, a probabilidade é un dos temas fundamentais.

VI. SUXESTIÓNS E MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Xogos con dados, cartas, moedas, chinchetas...
- En internet hai diversas páxinas web onde se trata o cálculo de probabilidades, por exemplo:
http://descartes.cnice.mec.es/Estadistica/Azar_e_Probabilidad/comenzando.htm
<http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd98/Matematicas/28/matematicas-28.html>
- Vídeos matemáticos: serie *Máis por menos*. Programa 7, "As leis do azar".

BACHARELATO

CONSIDERACIÓNS XERAIS

METODOLOXÍA

1.- Transición da ESO ó Bacharelato.

As matemáticas constitúen un amplo campo de coñecementos, que se caracterizan pola súa natureza lóxico-deductiva e pola súa forte cohesión interna. Na programación que presentamos tense en conta a natureza dos coñecementos matemáticos, así como a adquisición dos mesmos, que conduce a un "saber facer matemáticas". este é un proceso lento, laborioso, cun comezo que debe ser unha prolongada actividade sobre elementos concretos con obxecto de crear intuicións que son un paso previo ó proceso de formulación.

Nas Matemáticas da ESO, presentáronse os contidos a través de procesos intuitivos. Nas Matemáticas de 1º de Bacharelato pátense das bases asentadas na ESO, e apoiase nelas para desenvolver a capacidade de análise e comprensión da realidade.

Por outra parte, introdúcense novas ferramentas matemáticas necesarias para a aprendizaxe científica no Bacharelato e nos estudos posteriores técnicos e científicos.

2.- As Matemáticas no Bacharelato.

Desde o punto de vista pedagóxico e metodolóxico asumimos o triplo papel das Matemáticas no Bacharelato:

2.1.- Papel instrumental.

Atendendo a este papel, a nosa programación proporciona técnicas e estratexias básicas, necesarias para o estudo doutras áreas de coñecemento e para a actividade profesional.

2.2.- Papel formativo.

O desenvolvemento dos contidos está presentado de modo que a través deles, o alumno e a alumna poidan mellorar as súas estruturas mentais e adquirir aptitudes con utilidade e alcance que transcendan o ámbito das propias matemáticas. Neste sentido, a resolución de problemas require poñer en xogo unhas estratexias de pensamento, que son extrapolables a outras áreas de coñecemento da propia realidade.

Dada a importancia deste contido no papel formativo das matemáticas, na nosa programación deuse especial relevancia ás estratexias de resolución de problemas.

O papel formativo das Matemáticas complétase incitando ó alumno e alumna á procura da harmonía, á adquisición dunha visión ampla e científica da realidade, ó desenvolvemento da creatividade e doutras capacidades persoais e sociais.

2.3.- Fundamentación teórica.

Nas Matemáticas de Bacharelato dáse unha fundamentación teórica ó corpo de coñecementos, mediante definicións, demostracións e encadeamentos conceptuais e lóxicos que confiren validez científica ás intuicións e ás técnicas e estratexias aplicadas ó longo da etapa de Educación Secundaria Obrigatoria.

Na modalidade de Humanidades e CC.SS. refórzase o carácter práctico e instrumental desta área. Non se considera procedente presentar grandes abstraccións matemáticas nin demostracións rigorosamente técnicas. Nos dous cursos de bacharelato, o desenvolvemento dos contidos propician a soltura no cálculo e destrezas na interpretación de funcións e informacións estatísticas (táboas, gráficas, fórmulas, ...). Así mesmo, proporciónanse técnicas matemáticas aplicables directamente a distintas áreas de coñecemento, especialmente ás Ciencias Sociais.

ATENCIÓN Á DIVERSIDADE

A falta de comprensión dun contido matemático pode ser debido, entre outras causas, a que os *Conceptos* ou *Procedementos* sexan demasiado difíciles para o nivel de desenvolvemento matemático do alumno ou pode ser debido a que se avanza con demasiada rapidez, e non da tempo para unha mínima comprensión.

A atención á diversidade, desde o punto de vista metodolóxico, debe estar presente en todo o proceso educativo e levar ó profesor a:

- Detectar os coñecementos previos dos alumnos ó empezar o tema. Ós alumnos nos que se detecte algunha lagoa nos seus coñecementos, débeseles propor algún tipo de ensinanza compensatoria, na que debe desempeñar un papel importante o traballo en situacións sinxelas e concretas.
- Procurar que os contidos matemáticos que se ensinen conecten cos coñecementos previos. Isto é máis importante no Bacharelato de Ciencias da Natureza da Saúde e Tecnolóxico que na modalidade de Humanidades, porque na primeira modalidade, os novos coñecementos sepáranse máis dos coñecementos previos que xa ten o alumno.
- Procurar que a velocidade de avance a marque o profesor tendo en conta o ritmo de aprendizaxe dos alumnos.
- Intentar que a comprensión do alumno de cada contido sexa suficiente para unha mínima aplicación e para enlazar cos contidos que se relacionan con el.

Outra vía para atender a diversidade dos alumnos é marcar diferentes tarefas na realización dos problemas que teñan varios niveles de dificultade, como as investigacións, os talleres, etc., propoñendo que os alumnos máis adiantados se ocupen dos aspectos máis difíciles.

AVALIACIÓN

A avaliación constitúe unha parte fundamental do proceso de instrución e formación dos alumnos, permitindo orientar de forma permanente o seu aprendizaxe e contribuíndo desesa forma á mellora do rendemento. Para conseguir este obxectivo, a avaliación debe ser continua e prestar atención á evolución do proceso global de desenvolvemento do alumno, tanto afectivo e social como intelectual.

BACHARELATO DE CIENCIAS E TECNOLOXÍA**MATEMÁTICAS I E II****OBXECTIVOS**

- 1.- Comprender os conceptos, procedementos e estratexias matemáticas que lles permitan desenvolver estudos posteriores máis específicos de ciencias ou técnicas e adquirir unha formación científica xeral.
- 2.- Aplicar os seus coñecementos matemáticos a situacións diversas, utilizándoos na interpretación das ciencias, na actividade tecnolóxica e nas actividades cotiás.
- 3.- Analizar e valorar a información de diferentes fontes, utilizando ferramentas matemáticas, para formarse unha opinión propia que lles permita expresarse criticamente sobre problemas actuais.
- 4.- Utilizar con autonomía e eficacia, as estratexias características da investigación científica e os *Procedementos* propios das matemáticas (presentar problemas, formular e contrastar hipóteses, planificar, manipular e experimentar) para realizar investigacións e, en xeral, explorar situacións e fenómenos novos.
- 5.- Expresarse oral, escrita e graficamente en situacións susceptibles de ser tratadas matematicamente, mediante a adquisición do manexo dun vocabulario específico de termos e notacións matemáticas.
- 6.- Mostrar actitudes asociadas ó traballo científico e á investigación matemática, como a visión crítica, a necesidade de verificación, a valoración da precisión, o cuestionamento das apreciacións intuitivas e a apertura a novas ideas.
- 7.- Utilizar o discurso racional para presentar acertadamente os problemas, xustificar procedementos, adquirir rigor no pensamento científico, encadear coherentemente os argumentos e detectar incorreccións lóxicas.
- 8.- Abordar con mentalidade aberta os problemas que a continua evolución científica e tecnolóxica presenta á sociedade dominando a linguaxe matemática necesaria.
- 9.- Apreciar o desenvolvemento das matemáticas como un proceso cambiante e dinámico, intimamente relacionado co doutras áreas do saber, mostrando unha *Actitudes* flexible e aberta ante as opinións dos demais.

CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Utilizar os números racionais e irracionais, seleccionando a notación máis conveniente en cada situación, para presentar e intercambiar información, resolver problemas e interpretar e modelar situacións extraídas da realidade social e da natureza. (1º-2º).
- Utilizar a linguaxe matricial e as operacións con matrices como instrumento para representar e interpretar datos, relacións e ecuacións e en xeral para resolver situacións diversas. (2º).
- Organizar e codificar correctamente a información utilizando matrices. (2º).
- Aplicar as técnicas alxebraicas adecuadas, na resolución de problemas, sistemas de ecuacións, produtos escalares, vectoriais e mixtos, expresando os procedementos utilizados e as solucións en linguaxe alxebraica. (2º).
- Interpretar de forma crítica os resultados obtidos ó resolver problemas aritméticos e alxebraicos. (1º-2º).
- Transcribir unha situación real problemática a unha esquematización xeométrica. (1º-2º).
- Aplicar diversas técnicas e estratexias na resolución de problemas de posicións relativas, distancias e ángulos. (2º).
- Utilizar as operacións con vectores para resolver problemas extraídos das ciencias da natureza e da xeometría e interpretar as solucións. (1º-2º).
- Interpretar xeometricamente o significado de expresións analíticas correspondentes a curvas ou superficies sinxelas. (1º-2º).

- Identificar as formas correspondentes a algúns lugares xeométricos, analizar as súas propiedades métricas e construílas a partir delas. (1º).
- Identificar as familias de funcións polinómicas, exponenciais, logarítmicas, e trigonométricas. (1º-2º).
- Relacionar as gráficas das funcións elementais coas fórmulas alxebraicas correspondentes e valorar a importancia da selección dos funcionais, unidades, dominio e escalas. (1º).
- Representar graficamente distintos tipos de funcións. (1º-2º).
- Recoñecer as familias de funcións máis frecuentes nos fenómenos que se axusten a elas, interpretar situacións presentadas mediante relacións funcionais expresadas en forma de táboas numéricas, gráficas ou expresións alxebraicas. (1º).
- Interpretar informacións e elaborar informes sobre situacións reais, susceptibles de ser presentadas en forma de gráficas, que esixan ter en conta intervalos de crecemento e decrecemento, máximos e mínimos, tendencias de evolución e continuidade. (2º).
- Utilizar o concepto e cálculo de límite e derivada para encontrar e interpretar características destacadas de funcións expresadas en forma explícita. (2º).
- Aplicar o cálculo de límites, derivadas e integrais ó estudio de fenómenos naturais e tecnolóxicos, así como na resolución de problemas de optimización e medida. (2º).
- Aplicar os conceptos de límite e derivada á representación de funcións. (2º).
- Utilizar técnicas elementais para o cálculo de primitivas. (2º).
- Ler os libros ou textos de lectura obrigada a razón de un por cada trimestre.

1º BACHARELATO DE CIENCIAS E TECNOLOXÍA. MATEMÁTICAS I

UNIDADE 1: Números reais

Ao longo dos anos da Educación Secundaria Obrigatoria, os alumnos foron coñecendo e manexando os conxuntos numéricos ata chegar ao concepto de número real. Nesta primeira unidade estudarase dunha maneira máis formal o conxunto dos números reais, as súas operacións, estrutura, ordenación e representación na recta real. Estudaranse distintas formas de presentar os números reais mediante radicais, potencias de expoñente fraccionario, logaritmos e, por suposto, coas expresións decimais aproximadas e a notación científica.

Desenvolveranse tamén, dentro desta unidade, os números combinatorios e a súa aplicación para obter o desenvolvemento do binomio de Newton.

É importante destacar o estudo dalgúns conceptos topolóxicos de \mathbb{R} , como os contornos e os intervalos, que serán indispensables no estudo das funcións reais de variable real.

I. OBXECTIVOS

- Clasificar os números reais comprendendo a diferenza entre números racionais e irracionais, efectuar representacións precisas dos números racionais e dalgúns irracionais na recta real.

- Aprender a representar na recta real subconxuntos de números reais definidos mediante propiedades topolóxicas, como desigualdades, contornos e intervalos.
- Recoñecer os números reais determinados mediante radicais, números combinatorios, potencias de expoñente fraccionario e logaritmos, e efectuar operacións con eles.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

1. Obter aproximacións decimais dos números reais e saber determinar ou acoutar o erro cometido.
2. Achar a fracción xeratriz dos números decimais periódicos e representar números reais na recta real.
3. Representar intervalos de números reais e definir mediante intervalos certos subconxuntos de números reais.
4. Expresar mediante intervalos ou contornos os subconxuntos de números reais que verifican unha desigualdade.
5. Operar con radicais, efectuar simplificacións dos mesmos e expresalos en forma de potencia.
6. Calcular números combinatorios e efectuar desenvolvementos co binomio de Newton.
7. Operar con logaritmos e transformar expresións alxébricas en logarítmicas e viceversa.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar expresións irracionais para expresar a magnitude ou medida de obxectos do noso arredor. (C1, C2, C3)
- Recoñecer a utilidade das aproximacións decimais e da notación científica e decatarse dos erros que se cometen ao operar con elas, para interpretar e valorar adecuadamente os resultados que se obteñan. (C1, C2, C5, C7)
- Resolver de maneira precisa e exacta, utilizando radicais e logaritmos, problemas próximos a nós de xeometría, economía, física etc. (C2, C3, C5, C6, C8)
- Utilizar a calculadora ou programas informáticos para operar e obter expresións decimais cando queiramos traballar con números decimais e unha gran precisión. (C2, C4, C8)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Números racionais. Expresión decimal dos números racionais.
- Números reais. Aproximación mediante expresións decimais.
- Determinación de erros.
- Desigualdades e ordenación de números reais.
- Representación dos números reais na recta real.
- Intervalos e contornos.
- Notación científica.
- Radicais: operacións con radicais.
- Logaritmos: propiedades.

Procedementos

- Expresar números racionais en forma decimal.
- Achar a fracción xeratriz dun número decimal periódico.
- Efectuar aproximacións de números irracionais e calcular ou acoutar o erro.
- Representar números reais na recta real mediante o teorema de Tales ou o de Pitágoras.
- Efectuar representacións de intervalos e contornos de números reais.
- Expresar números moi grandes ou moi pequenos utilizando a notación científica.
- Operar con radicais, transformalos en potencias e efectuar operacións con eles.
- Efectuar cálculos con logaritmos, tanto decimais como neperianos.
- Transformar expresións alxébricas en logarítmicas e viceversa.
- Resolver ecuacións logarítmicas sinxelas utilizando as propiedades dos logaritmos.

Actitudes

- Disposición favorable para recoñecer a necesidade e a utilidade dos números reais e as súas operacións.
- Interese pola busca de situacións e problemas en que aparezan os números reais ou sexan imprescindibles para a súa resolución ou representación.
- Valoración positiva da utilidade da calculadora científica no manexo dos números reais e da súa expresión en notación científica.
- Predisposición para aprender conceptos, relacións e técnicas novas para resolver problemas.
- Gusto pola representación precisa dos números na recta real.
- Valoración positiva do uso da notación científica para expresar números moi grandes ou moi pequenos como adoitan aparecer no mundo que nos rodea.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Números racionais

proceso para calcular a fracción xeratriz dun número decimal periódico debe facerse dun xeito formal e lóxico, evitando convertelo nunha regra memorística e sen explicación.

Números reais. Operacións

Debemos facer notar que ao operar con números reais utilizando expresións decimais non imos obter valores exactos e, por tanto, hai que saber valorar o grado de aproximación ou erro.

Ordenación en R. Desigualdades

Os alumnos deben coñecer e aplicar correctamente as propiedades das desigualdades. O erro máis común é non cambiar o sentido da desigualdade ao multiplicar por un mesmo número negativo os dous membros desta.

A recta real. Representación de números reais

Unha das maiores dificultades que ten esta unidade é facerlles comprender aos alumnos que todos os números reais teñen un e soamente un punto da recta real que os representa, aínda que hai infinidade deles cuxa representación non pode facerse de maneira exacta (por exemplo, π) e, en cambio, outros que si, como $\sqrt{2}$. Convén recordarlles aos alumnos o teorema de Tales para a representación dos números racionais e a media proporcional, ou o de Pitágoras para representar as raíces cadradas dos números enteiros.

Valor absoluto

Ao expresar $|x| = -x$ se $x < 0$ convén aclarar que o signo $-$ que vai diante do x non indica o signo da expresión, indícanos que $-x$ é o oposto de x e que, polo tanto, se x é negativo, $-x$ será positivo.

Intervalos e contornos

Pode ser conveniente informarlles aos alumnos de que existe outra forma habitual de indicar que o extremo dun intervalo non pertence ao propio intervalo. En particular, os franceses (entre outros) utilizan esta notación: $(2, 5) =]2, 5[$.

Aproximacións e erros

As aproximacións decimais dos números irracionais son un instrumento necesario á hora de resolver situacións concretas en que aparecen números reais e que están relacionadas coas ciencias da natureza ou as propias matemáticas. É conveniente que o profesor estableza as pautas que hai que seguir para que os alumnos avalíen ou nivel de rigor con que se debe medir e aproximar. Os alumnos, pola súa parte, deben asumir a importancia de avaliar os erros cometidos.

A notación científica

É conveniente informarlles aos alumnos da habitual utilización da notación científica nos cálculos de situacións relacionadas coas ciencias da natureza, tanto en física como en química.

Algúns alumnos descoñecen a posibilidade que teñen as calculadoras científicas de utilizar a notación científica.

Radicais

Os alumnos deben asumir que $\frac{n}{a^m}$ e $\sqrt[m]{a^n}$ son dúas formas de expresar a mesma cantidade. Non se trata dunha igualdade que se verifique grazas a unha propiedade. É só cuestión de notación.

Moitos alumnos preguntánselle a razón pola que é conveniente racionalizar denominadores. Ademais das razóns históricas de que cando non existían calculadoras nin ordenadores era mellor que o número irracional, coa súa sucesión de cifras decimais non periódicas, estivese no numerador e non no denominador dunha división, a racionalización utilízase para aplicar certas técnicas matemáticas que se estudarán máis adiante (cálculo dalgúns límites) e para demostrar certas propiedades aritméticas.

Logaritmos

O logaritmo pódese considerar como a sétima operación aritmética e, como no resto, é conveniente que os alumnos se familiaricen con ela mediante a resolución de numerosos exercicios de simple cálculo.

Como vía de ampliación dos contidos desta epígrafe, pódense expoñer as demostracións das propiedades dos logaritmos que non ofrecen excesiva dificultade e que, por outra parte, achegan certa carga de rigor asumible e, en todo caso, conveniente.

Poden facerse referencias históricas ao importante papel que xogaron os logaritmos no cálculo numérico e aos procedementos que se utilizaban para achalos.

Aplicacións dos logaritmos

Unha vez que estean suficientemente fixados os conceptos e procedementos correspondentes aos logaritmos e as súas propiedades, é conveniente propoñer actividades relacionadas coa xeometría, as outras ciencias ou a vida cotiá, de tal forma que se provoque a suficiente motivación para assimilar os contidos fixados, algún dos cales, por outra parte, está afectado dunha forte carga de abstracción.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Como en moitas outras unidades que veremos, o uso da calculadora científica é fundamental, pero os alumnos deben aprender a manexala correctamente facendo uso da notación científica, as parénteses, a memoria, o Mode FIX etc.
- Os instrumentos de debuxo e, fundamentalmente, o compás para a representación de números na recta real.
- Libros doutras materias relacionadas co mundo da ciencia, como os de Física e Química, para ver a importancia da notación científica.
- A folla de cálculo de Excel permite obter os primeiros termos das sucesións que definen un número real mediante intervalos encaixados.

UNIDADE 2: Ecuacións, inecuacións e sistemas

A finalidade principal desta unidade é a de repasar, reforzar e nalgúns casos ampliar os procedementos de resolución de ecuacións, inecuacións e sistemas. Son estas unhas das ferramentas máis importantes á hora de resolver problemas de moi diversos contextos relacionados coas propias matemáticas ou as outras ciencias.

Comézase o tema repasando os polinomios coas súas operacións, facendo fincapé na factorización de polinomios, para pasar despois ao estudo das fraccións alxébricas.

Tras coñecer as propiedades das igualdades e desigualdades, desenvolveranse os distintos procedementos para a resolución de ecuacións, inecuacións e sistemas.

I. OBXECTIVOS

- Operar con polinomios e coñecer a regra de Ruffini e os teoremas do resto e do factor para buscar valores numéricos de polinomios, achar as súas raíces e efectuar descomposicións factoriais
- Coñecer as regras que nos permiten transformar unha ecuación noutra equivalente para aplicalas nos métodos da súa resolución.
- Coñecer as regras que nos permiten transformar unha inecuación noutra equivalente para aplicalas nos métodos da súa resolución.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

1. Efectuar correctamente operacións con polinomios e en particular a división enteira.
2. Aplicar a regra de Ruffini para buscar as raíces enteiras dun polinomio, achar o valor numérico e descompoñelo en factores.
3. Resolver ecuacións polinómicas, racionais, radicais, logarítmicas e exponenciais.
4. Resolver sistemas de ecuacións polinómicas lineares e de segundo grao.
5. Resolver inecuacións e sistemas de inecuacións polinómicas e racionais sinxelas.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar a linguaxe alxébrica para expresar conceptos matemáticos ou situacións e problemas que xorden no noso arredor na vida ordinaria. (C1, C2, C3)
- Recoñecer a utilidade da linguaxe alxébrica para resolver ecuacións e inecuacións que xorden ao formular unha ampla variedade de problemas. (C2, C7)
- Interpretar e analizar a validez dos resultados obtidos ao resolver calquera tipo de ecuación ou inecuación. (C2, C3, C8)
- Resolver problemas doutras disciplinas mediante a formulación e resolución de ecuacións e inecuacións. (C3, C5)
- Utilizar a calculadora ou programas informáticos para operar con números ou expresións alxébricas, así como para resolver ecuacións e sistemas. (C2, C4)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Polinomios. Operacións. División enteira.
- Regra de Ruffini e teoremas do factor e do resto.
- Factorización de polinomios.
- Fraccións alxébricas.
- Simplificación e operacións.
- Ecuacións polinómicas. Suma e produto das raíces da ecuación de 2º grao.
- Ecuacións racionais.
- Ecuacións con radicais.
- Ecuacións exponenciais e logarítmicas.
- Sistemas de ecuacións.
- Inecuacións polinómicas e racionais.

▪Sistemas de inecuacións.

Procedementos

- Efectuar sumas e produtos de polinomios.
- Determinar o cociente e o resto na división enteira de polinomios.
- Aplicar a regra de Ruffini para efectuar divisións entre $(x - a)$ e para calcular valores numéricos de polinomios.
- Buscar raíces de polinomios.
- Efectuar descomposicións factoriais de polinomios e achar o seu m.c.d. e o seu m.c.m.
- Resolver ecuacións polinómicas de 1º, 2º grao. Tamén bicadradas.
- Resolver ecuacións racionais e radicais.
- Resolver ecuacións exponenciais e logarítmicas.
- Resolver sistemas e interpretar o significado das súas solucións.
- Formular e resolver problemas con ecuacións e sistemas dos tipos estudados.
- Resolver inecuacións, tanto polinómicas como racionais.
- Resolver sistemas de inecuacións polinómicas.
- Formular e resolver problemas con inecuacións.

Actitudes

- Disposición favorable para recoñecer a necesidade e a utilidade dos polinomios e as súas operacións.
- Interese pola busca de distintos métodos para descompoñer polinomios.
- Valoración positiva da utilidade da descomposición factorial de polinomios como ferramenta fundamental para simplificar e operar con fraccións alxébricas.
- Predisposición para presentar e resolver problemas mediante ecuacións e sistemas.
- Interese na busca de problemas da vida ordinaria para os que se requira a formulación e a resolución de inecuacións.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Operacións con polinomios

É moi importante que os alumnos lembren a relación que verifica o dividendo, o divisor, o cociente e o resto dunha división.

A regra de Ruffini débese asumir como unha simplificación da escritura do algoritmo habitual da división.

Factorización dun polinomio

É necesario retomar e ampliar os procedementos traballados na unidade anterior e en cursos anteriores sobre igualdades notables e extracción de factores comúns.

Os alumnos deben saber que só teñen ferramentas para descompoñer algúns polinomios. O feito de que ningunha das técnicas que coñecen permita a factorización non quere dicir que o polinomio sexa irreducible.

Por exemplo, coas técnicas que coñecen non serían capaces de factorizar $x^4 + x^3 + 3x^2 + 2x + 2$ e, porén, $x^4 + x^3 + 3x^2 + 2x + 2 = (x^2 + 1)(x^2 + x + 1)$.

Fracións alxébricas. Operacións

método alxébrico debe ser visto baixo a perspectiva de potente ferramenta para a resolución de problemas relacionados coas propias matemáticas ou as outras ciencias. É conveniente insistir en que numerosas situacións poden ser modoizadas mediante expresións e fraccións alxébricas e operacións entre elas. Algúns problemas propostos ao final da unidade son exemplo disto.

Ecuacións polinómicas

É importante que os alumnos asuman que non contan con ferramentas suficientes para resolver todas as ecuacións polinómicas de grao superior a tres. A regra de Ruffini proporciona só as solucións enteiras.

Por exemplo, os coñecementos que teñen non son suficientes para resolver a ecuación $x^4 + x^3 + x^2 - 2x - 6 = 0$, que, con todo, ten como solucións reais $\sqrt{2}$ e $-\sqrt{2}$.

Ecuacións racionais

Os alumnos deben saber que, nalgunha ocasión, o método utilizado para resolver unha ecuación racional puido facer introducir algunha solución falsa. Por tanto, as solucións deben ser comprobadas ao final do proceso. Ningunha solución pode anular ningún denominador da ecuación inicial.

Ecuacións con radicais

feito de que o procedemento exposto para resolver as ecuacións con radicais introduza en ocasións algunha solución falsa se explica pola seguinte propiedade: dous números opostos son obviamente diferentes, pero os seus cadrados son iguais. Non obstante, os alumnos deben saber que, ao aplicar o mencionado procedemento, todas as solucións verdadeiras foron calculadas. O único que resta é decidir cales das solucións achadas son verdadeiras e cales falsas.

Ecuacións logarítmicas e exponenciais

Para a resolución satisfactoria das ecuacións logarítmicas e exponenciais é imprescindible que os alumnos adquirisen un bo nivel no manexo das potencias e os logaritmos, tanto a nivel de concepto como de cálculo. É imprescindible que tamén coñezan e manexen as súas propiedades.

Ao igual que ocurría cos procedementos expostos para as ecuacións racionais e irracionais, o exposto para resolver as ecuacións logarítmicas pode introducir algunha solución falsa. É, por tanto, imprescindible comprobar as solucións ao final do proceso.

Sistemas de tres ecuacións lineares. Método de Gauss

O método de Gauss para resolver sistemas de ecuacións lineares é un dos aspectos máis novos para os alumnos e introdúcese só para o caso de tres ecuacións con tres incógnitas. Os sistemas non compatibles ou indeterminados poden ser considerados como vías de ampliación dos contidos, xa que serán amplamente tratados no programa do segundo curso deste bacharelato.

Sistemas de ecuacións de 2º grao

Hai que tratar exemplos con diferentes combinacións de ecuacións de 1º e de 2º grao para facerlles ver os alumnos cales son as estratexias máis convenientes para cada caso.

É moi instrutivo facer referencia á interpretación xeométrica das solucións dun sistema de segundo grao, como puntos de corte entre rectas e ecuacións cuadráticas. Convén introducir aquí o nome das cónicas que se tratarán no tema 6.

Sistemas de ecuacións exponenciais e logarítmicas

É preciso insistir en que os métodos tradicionais de resolución de sistemas se complementan neste caso coa utilización das propiedades de logaritmos e exponenciais.

Inecuacións

Ademais da evidente utilidade das inecuacións para resolver situacións relacionadas coas ciencias, coa tecnoloxía ou coa vida cotiá e considerando a maior esixencia de rigor e formalización no presente curso, non se debe esquecer que a álgebra constitúese nun método perfectamente lóxico e ordenado, que facilita en gran medida o desenvolvemento da capacidade lóxica e mental dos alumnos. Neste sentido, a resolución de inecuacións en situacións fóra de contexto pode ter tamén interese, sobre todo se se propoñen situacións non habituais e que requiran unha achega persoal dos alumnos.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

▪Ademais das calculadoras científicas ordinarias, que sempre son dunha grande utilidade para axilizar os cálculos, as calculadoras con posibilidade de efectuar representacións gráficas de funcións e a resolución de ecuacións son unha grande axuda nesta unidade.

▪Os programas informáticos dotados de ferramentas matemáticas en xeral, como a aplicación Derive. A Mathematical Assistant, Wiris etc. favorecen o cálculo e a simplificación das expresións e fraccións alxébricas.

UNIDADE 3: Trigonometría

Nesta unidade estúdanse os elementos principais da trigonometría plana. É razoable pensar que os estudantes que cursan esta opción de bacharelato cursaron en 4º de ESO Matemáticas B e, por tanto, xa sexan coñecedores dos conceptos máis elementais dos sistemas de medida de ángulos, das razóns trigonométricas dos ángulos agudos nos triángulos rectángulos e das relacións entre elas. Non obstante, comeza o tema repasando estes conceptos para amplialos máis tarde coas fórmulas de adición de ángulos, ángulo dobre e metade.

Tras tratar a resolución de ecuacións e sistemas de ecuacións trigonométricas, pásase directamente aos teoremas do seno e do coseno para a resolución de triángulos. É importante que os estudantes vexan a utilidade e necesidade da trigonometría e dos métodos de resolución de triángulos para resolver os problemas de topografía.

I. OBXECTIVOS

▪Comprender as relacións que existen entre os lados e os ángulos nos triángulos rectángulos, expresándoas coas razóns trigonométricas dun ángulo e facer uso delas para resolver problemas de xeometría.

▪Coñecer as relacións que existen entre as razóns trigonométricas de ángulos de diferentes cuadrantes, así como as fórmulas de adición de ángulos, para aplicalas á resolución de ecuacións.

▪Coñecer, entender e aplicar correctamente os teoremas de Pitágoras, do cateto, dos senos e do coseno na resolución de triángulos.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

1. Calcular as razóns trigonométricas dos ángulos agudos dun triángulo rectángulo. Obter ángulos e distancias en situacións cotiás.
2. Relacionar entre si as razóns trigonométricas dun ángulo coas razóns doutros ángulos de diferentes cuadrantes.
3. Simplificar e comprobar expresións trigonométricas e resolver ecuacións trigonométricas sinxelas.
4. Resolver triángulos de calquera tipo aplicando os teoremas e propiedades adecuados e convenientes para cada caso
5. Resolver problemas de xeometría, topografía e da vida ordinaria reducíndoos a problemas de triángulos.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Relacionar as relacións xeométricas coas expresións alxébricas, así como manipular e operar con estas últimas, avanzando así no proceso de formalización e abstracción matemático. (C2)
- Analizar e resolver problemas da vida real e das ciencias naturais mediante a aplicación da trigonometría. (C3)
- Apreciar a utilidade das ferramentas informáticas na análise e a resolución de problemas relacionados coa trigonometría, así como coñecer o seu manexo básico. (C4)
- Recoñecer como historicamente as matemáticas e as súas aplicacións tecnolóxicas permitiron representar a realidade xeográfica dunha forma cada vez máis precisa e ser sensibles á influencia que isto tivo sobre o progreso da humanidade. (C5)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Sistemas de medidas de ángulos.
- Razóns trigonométricas nos triángulos rectángulos.
- Razóns trigonométricas dun ángulo calquera.
- Relacións entre as razóns trigonométricas.
- Redución ao primeiro cuadrante.
- Razóns trigonométricas dos ángulos, suma, diferenza, dobre e metade.
- Ecuacións trigonométricas.
- Teoremas dos senos e do coseno.
- Distintas fórmulas para calcular a área dun triángulo.
- Resolución de triángulos.

Procedementos

- Transformar a medida dun ángulo no sistema sexagesimal a radiáns e viceversa.
- Establecer as razóns trigonométricas dos ángulos agudos nos triángulos rectángulos.
- Determinar a medida dos lados dun triángulo rectángulo cando se coñece un deles e unha razón trigonométrica dun ángulo agudo.
- Atopar as demais razóns trigonométricas dun ángulo coñecida unha delas.
- Relacionar as razóns trigonométricas dun ángulo calquera coas dun ángulo do primeiro cuadrante.
- Resolver ecuacións trigonométricas.
- Resolver triángulos rectángulos.
- Aplicar os teoremas dos senos e do coseno para resolver calquera tipo de triángulo.
- Resolver, coa axuda da trigonometría, problemas de xeometría ou topografía.

Actitudes

- Valoración positiva da utilidade das razóns trigonométricas.
- Curiosidade polas aplicacións da trigonometría para a resolución de problemas en xeometría.
- Predisposición para aprender conceptos, relacións e técnicas novas para a resolución de problemas en xeometría.
- Recoñecemento da grande utilidade dos teoremas do seno e do coseno para a resolución de triángulos.
- Valoración do rigor nas demostracións dos teoremas en xeometría.
- Interese pola busca de estratexias para formular e resolver problemas xeométricos.
- Gusto pola resolución de problemas de topografía utilizando triángulos.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Medida de ángulos. O radián

Os alumnos deben entender a necesidade de utilizar o radián como unidade de medida angular, aínda que ao principio lles custe máis traballo. Cando representen funcións trigonométricas e, fundamentalmente, en funcións como $e = x + \text{sen}(x)$ non poderán utilizar o sistema sexagesimal.

Incluso para obter a derivada da función $e = \text{sen}(x)$ é preciso que o ángulo se mida en radiáns, e nese caso, $\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{\text{sen}h}{h} \right) = 1$ e, por tanto, obtense $e' = \text{cos}(x)$.

Na resolución de problemas de triángulos é suficiente e incluso habitual a utilización dos graos sexagesimais.

Razóns trigonométricas dun ángulo agudo

Coa calculadora hai que achar as razóns trigonométricas de diferentes ángulos dados en radiáns e en graos. Tamén se debe practicar coas funcións inversas sin^{-1} , cos^{-1} e tan^{-1} .

Razóns trigonométricas dun ángulo calquera

Co fin de mostrar a necesidade de estudar as razóns de ángulos maiores de 360° , e incluso de ángulos negativos, pódense presentar varias situacións físicas e da vida cotiá nas que aparecen este tipo de amplitudes:

O xiro dunha nora de feira nun tempo determinado, ou da roda dunha bicicleta cando recorreu un quilómetro ou o da biela e a manivela dun motor.

Agullas do reloxo.

Redución ao primeiro cuadrante das razóns trigonométricas

Ao relacionar unha razón trigonométrica dun ángulo coa doutro ángulo do primeiro cuadrante, os alumnos adoitan ter problemas en escoller ben a referencia, que adoita ser 180° para os cuadrantes II e III e 360° para o IV.

Relacións entre as razóns trigonométricas

Os alumnos deben adquirir un bo nivel no manexo das relacións e fórmulas trigonométricas, xa que aparecen en moitas situacións relacionadas co estudo de funcións.

Os contidos deste epígrafe e dos seguintes axústanse ao nivel de formalización e abstracción propio das matemáticas deste curso. Neste sentido, é importante que comprendan que o rigor nas expresións do tipo $=$, \approx , $<$, \leq , rad , $^\circ$, $'$, $''$ etc. e nas demostracións das novas fórmulas que se van obtendo é fundamental.

Razóns trigonométricas da suma e da diferenza de ángulos

As demostracións deste epígrafe e os seguintes presentan dificultade tanto no que se refire á comprensión dos alumnos como no seu propio desenvolvemento didáctico.

Razóns trigonométricas dos ángulos dobre e metade

As fórmulas do ángulo dobre son de especial importancia, dado que aparecen en moitas das actividades relacionadas coas funcións reais.

Transformación de sumas en produtos

Estes resultados son importantes tanto pola súa aplicabilidade á resolución de ecuacións trigonométricas como pola simplificación que introduce a súa utilización na resolución de numerosas actividades de tipo formal.

Como exemplo, pódese resolver, ao tratar o seguinte epígrafe, a ecuación $\text{sen}x + \text{sen}3x = 0$, utilizando e sen utilizar este tipo de relacións.

Ecuacións e sistemas de ecuacións trigonométricas

As ecuacións trigonométricas propostas para a súa resolución achegan a necesaria carga de rigor e formalización propia nesta etapa, aínda que é conveniente ter en conta que unha excesiva dificultade nelas pode provocar nos alumnos reaccións contrarias ás pretendidas, tales como desmotivación ou perda de confianza nas propias capacidades.

Teoremas do seno e do coseno

profesor debe considerar a conveniencia ou non de proporcionar a demostración do teorema do coseno para o caso de triángulos obtusángulos, aínda que se considera suficiente para este nivel o exposto no epígrafe, advertindo, en calquera caso, de que, efectivamente, a demostración realizouse para un só tipo de triángulo.

A demostración do teorema do coseno pode facerse como un exercicio interesante cando estuden o produto escalar de vectores.

Os alumnos deben asumir que, en certos casos, ao utilizar o teorema do seno obtéñense dúas solucións diferentes.

Resolución de triángulos

A proposta de actividades que partan da análise de situacións concretas pode motivar nos alumnos a valoración positiva da utilidade e a necesidade das ferramentas trigonométricas e dos teoremas para resolver triángulos.

A proposta de exercicios con magnitudes físicas, como forzas (para resolver problemas de triángulos), resulta atractiva moitas veces aos estudantes.

É necesario que traballen o texto dos problemas o tempo suficiente para lograr a súa total comprensión. Unha vez logrado isto, débese proseguir descubriendo as relacións existentes entre os datos e as incógnitas. A previa elaboración dun gráfico que facilite o traballo é case sempre de grande axuda.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Calculadora científica, fundamental nesta unidade.
- Instrumentos para medir distancias e ángulos: cintas métricas, transportadores de ángulos, teodolitos etc.
- Os programas informáticos de matemáticas como Derive e Wiris permiten realizar de forma sinxela operacións con ángulos e razóns trigonométricas.
- Os programas informáticos de xeometría interactiva como Cabri permiten realizar gráficos a escala que facilitan o estudo e a comprensión das razóns trigonométricas.
- A folla de cálculo Excel permite elaborar táboas cos valores das razóns trigonométricas dos ángulos que se desexe e, a partir delas, a representación gráfica das funcións circulares.

UNIDADE 4: Vectores

A utilidade dos vectores e das magnitudes vectoriais é un feito incuestionable nos nosos días, tanto na vida cotiá, coma no estudo da física e, máis concretamente, no estudo das matemáticas e, en particular, da xeometría.

A través do concepto máis concreto e tanxible de vector fixo, conducirase ao alumno ao concepto abstracto de vector libre e ás operacións que poden realizarse con estes vectores libres. Como aplicación inmediata da suma de vectores e o produto por números ou escalares introducirase o concepto de combinación lineal de vectores e da dependencia lineal, e, a partir de aquí, manexarase as bases do espazo vectorial V_2 e, en particular, a base canónica.

Para que no tema seguinte se poida acometer con rigor a recta afín e as súas ecuacións, preséntase xa o concepto de sistema de referencia do plano afín e a bisección entre puntos do plano e o seu vector de posición.

Co produto escalar ábrese un abano de posibilidades para determinar ángulos non soamente de vectores, senón tamén o ángulo de dúas rectas, que se verá en temas posteriores.

I. OBXECTIVOS

- Comprender e manexar adecuadamente a relación de equipolencia de vectores fixos para, a través dela, entender o concepto de vector libre.
- Aprender a operar con vectores libres e a descubrir e expresar correctamente combinacións lineais con vectores, así como determinar o ángulo que forman ou definen dous vectores libres.
- Utilizar vectores para determinar as coordenadas de puntos nun sistema de referencia do plano afín e para demostrar propiedades en xeometría.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

1. Achar vectores equipolentes a un dado e determinar as coordenadas (na base canónica) do vector libre que definen os vectores equipolentes entre si.
2. Utilizar os criterios de equipolencia para resolver problemas de paralelogramos.
3. Operar correctamente con vectores libres (suma, produto por escalares e produto escalar).
4. Expressar un vector como combinación lineal doutros.
5. Saber achar o ángulo de dous vectores e determinar vectores ortogonais a un dado.
6. Achar as coordenadas do vector que determinan dous puntos e as coordenadas de puntos a partir do seu vector de posición.
7. Efectuar demostracións de relacións xeométricas utilizando vectores.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar os vectores para expresar cantidades de magnitudes físicas vectoriais do mundo que nos arrodea, como as forzas, velocidades... (C1, C2, C3)
- Recoñecer a utilidade das representacións vectoriais e saber interpretalas en múltiples aspectos da nosa vida diaria: sinais de tráfico, mapas meteorolóxicos, diagramas de fluxo etc. (C1, C2, C3, C4, C5)
- Resolver de maneira clara, precisa e exacta, utilizando vectores e representacións gráficas, problemas próximos a nós, tanto de xeometría coma de física. (C2, C3, C5, C6, C8)
- Utilizar as novas tecnoloxías para efectuar representacións precisas de puntos e vectores. (C2, C4, C8)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Vectores fixos en \mathbf{R}^2 .
- Vectores libres en \mathbf{R}^2 .
- Operacións con vectores libres. Propiedades.
- Combinación lineal de vectores e dependencia lineal.
- Base de V_2 . Coordenadas dun vector.
- Sistema de referencia do plano afín.
- Produto escalar de vectores.
- Módulo dun vector e ángulo de dous vectores.
- Vectores ortogonais.

Procedementos

- Representar vectores fixos no plano.
- Determinar os elementos dun vector fixo (orixe, extremo, dirección, sentido e módulo).
- Resolver problemas de paralelogramos coa equipolencia de vectores.
- Efectuar operacións con vectores, tanto analítica como graficamente.
- Expresar un vector como combinación lineal doutros dous.
- Determinar se dous vectores son linealmente dependentes ou independentes.
- Achar coordenadas de vectores respecto da base canónica e respecto doutras bases.
- Multiplicar escalarmente dous vectores.
- Achar o ángulo que determinan dous vectores.
- Determinar vectores ortogonais e unitarios.
- Determinar coordenadas de puntos en diferentes sistemas de referencia do plano afín.
- Achar as coordenadas do punto medio dun segmento e as coordenadas doutros puntos que o dividan en partes iguais.

Actitudes

- Disposición favorable para o estudo e coñecemento do cálculo vectorial e recoñecer a necesidade e a utilidade dos vectores e as súas operacións.
- Interese pola busca de situacións e problemas nos que aparezan os vectores ou sexan imprescindibles para a súa resolución ou representación.
- Predisposición para aprender conceptos, relacións e técnicas novas para resolver problemas.
- Gusto pola representación gráfica clara e precisa de vectores e puntos no plano.
- Valoración positiva do uso do produto escalar de vectores para a resolución de problemas de xeometría, como determinación de ángulos e de ortogonalidade.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Vectores fixos en \mathbf{R}^2

Convén que os alumnos comprendan o concepto de equipolencia de vectores, que vai permitir clasificar os vectores fixos do plano.

Pódese introducir o concepto de coordenadas dun vector nunha base ortonormal como o par de números que nos indica para onde *vai* o vector (dereita-esquerda, arriba-abaxo).

Vectores libres

Débase facer fincapé na idea de conxunto cociente obtido a partir da relación de equipolencia, para que vexan que un vector libre é cada unha das clases de equipolencia.

Débase insistir na propiedade fundamental dos vectores libres para que poidan levar un representante dun vector libre a calquera punto do plano.

Operacións con vectores libres. Dependencia lineal

Suxírese realizar, con distintos exemplos, operacións con vectores libres desde o punto de vista xeométrico. Pódense utilizar papeis con tramas non ortonormais.

concepto de dependencia lineal non resulta fácil de assimilar, por iso é imprescindible presentar exemplos de pares de vectores linealmente independentes e pares de vectores linealmente dependentes, para que poidan comprender a diferenza.

Base canónica. Coordenadas dun vector

Para comprender o concepto de coordenadas dun vector referido a unha base ortonormal aconséllase utilizar papel cuadriculado sobre o que se debuxan os eixes e varios vectores para que encontren as coordenadas.

Reciprocamente, coñecidas as coordenadas dun vector, han de representalo graficamente.

Para captar mellor o concepto de “coordenadas dun vector respecto dunha base” suxírese facer algún exercicio cunha base non canónica.

Operacións de vectores con coordenadas. Módulo e argumento

Suxírese que os alumnos identifiquen vectores xeométricos con pares de números reais, o cal permite estudar a xeometría desde o punto de vista alxébrico.

As operacións de vectores con coordenadas bríndanos un extraordinario exemplo do anteriormente citado.

Ao calcular o módulo dun vector (en bases ortonormais) é aconsellable recorrer ao teorema de Pitágoras.

Puntos e vectores. Sistema de referencia euclídeo

Mediante a bixección entre puntos do plano euclídeo e vectores de posición facilítase a comprensión das propiedades da xeometría euclídea.

A elección dunha referencia euclídea non é nova, xa que foi desenvolvida en cursos anteriores, polo que resulta sinxela a idea de coordenadas dun punto respecto dunha referencia euclídea.

Débase chegar a que o alumno formalice o concepto de coordenadas dun vector libre coñecidas as coordenadas dos puntos orixe e extremo.

A partir deste momento ten máis sentido traballar coas coordenadas dos vectores que traballar cos vectores como elementos xeométricos, por ser máis sinxelo o seu manexo.

Produto escalar de vectores. Ángulo entre vectores

concepto de produto escalar é fundamental na xeometría euclídea, e por iso hai que procurar que adquiran o seu significado, se ben non é fácil.

Comprender a interpretación xeométrica do produto escalar pode axudar a facilitar a adquisición do concepto.

É importante facer fincapé nas propiedades do produto escalar de dúas rectas, pois facilitará a súa utilización. Para iso pódense comprobar con diferentes exemplos.

A expresión analítica do produto escalar limitarase a vectores referidos á base canónica.

Suxírese a utilización da calculadora científica para expresar o ángulo de dous vectores, tanto en graos, minutos e segundos como en radiáns.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Como noutras moitas das unidades, o uso da calculadora científica é fundamental, sobre todo para determinar o ángulo de dous vectores.
- Os instrumentos e materiais de debuxo como regra, escuadra e cartabón, compás e papel con tramas ortonormais (cuadrículado corrente) e tramas non ortonormais.
- Libros doutras materias relacionadas co mundo da ciencia, como os de física, para ver a importancia do uso de vectores e o cálculo vectorial.
- Con Wiris (a túa calculadora na rede) pódense representar facilmente puntos e vectores no plano, incluso podemos utilizar a retícula para ver mellor as coordenadas.

UNIDADE 5: Xeometría analítica plana

Unha vez que xa se manexan os conceptos de vector libre, dirección e módulo dun vector e se coñecen as operacións con vectores, introdúcese a recta afín mediante a relación de dependencia que cumpren dous vectores, o director da recta e o determinado por dous puntos calquera da recta.

Tras expresar de distintas formas a ecuación da recta, procederase a efectuar un estudo referente á posición relativa de dúas rectas: intersección, paralelismo, ángulo e perpendicularidade. Neste estudo utilízanse indistintamente os dous criterios que determinan a dirección dunha recta: o vector director e a súa pendente.

Finalmente, a partir da idea do módulo dun vector, procederase a obter expresións da distancia entre dous puntos, un punto e unha recta e dúas rectas paralelas. Co uso da distancia acharanse algúns lugares xeométricos que serán o inicio do tema seguinte, as cónicas como lugares xeométricos.

I. OBXECTIVOS

- Aprender a expresar de distintas formas a relación que existe entre as coordenadas dos puntos dunha recta, é dicir, determinar de distintas formas a ecuación dunha recta.
- Determinar posicións relativas de rectas, ángulo que forman e calcular rectas paralelas ou perpendiculares a unha recta dada.
- Achar a distancia entre diferentes elementos xeométricos (puntos e rectas) e facer uso da distancia para determinar lugares xeométricos.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

1. Coñecer e saber achar as distintas ecuacións dunha recta, pasar dunhas a outras e determinar con elas puntos da recta e o seu vector director.

2. Utilizar as ecuacións das rectas de maneira conveniente para resolver con elas problemas de paralelismo.

3. Achar o ángulo de dúas rectas.
4. Resolver problemas de paralelismo, perpendicularidade e intersección de rectas.
5. Calcular proxeccións de puntos e segmentos sobre unha recta.
6. Achar a distancia entre dous puntos e entre unha recta e un punto.
7. Determinar a ecuación da mediatriz dun segmento e a da bisectriz de dúas rectas, como lugares xeométricos.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Expresar de forma rigorosa e en linguaxe matemática (alxébrico) de diferentes formas a relación que verifican os puntos dunha recta e soamente eles. (C1, C2, C7)
- Recoñecer a utilidade das distintas expresións da ecuación dunha recta e usar en cada caso a máis adecuada. (C1, C2, C3, C8)
- Potenciar a creatividade dos alumnos permitíndolles e suxeríndolles distintos métodos para afrontar e resolver un problema. (C7, C8)
- Resolver de maneira clara, precisa e exacta, utilizando elementos xeométricos e representacións gráficas adecuadas, diferentes tipos de problemas mediante as novas tecnoloxías. (C2, C4, C8)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- A recta afín. Ecuación vectorial e paramétrica.
- Ecuacións continua e xeral da recta. Vector director.
- Ecuación normal da recta.
- Ecuación explícita. Pendente e ordenada na orixe.
- Posicións relativas de rectas no plano.
- Distancia punto-punto, punto-recta e recta-recta cando son paralelas.
- Ángulo de dúas rectas.
- Simetría de puntos e rectas.
- Lugares xeométricos: mediatriz e bisectriz.

Procedementos

- Determinar de distintas formas a ecuación dunha recta cando se coñecen: un punto e o vector director, dous puntos, un punto e a pendente.
- Obter puntos dunha recta, o seu vector director e a súa pendente cando se coñece a súa ecuación.
- Achar ecuacións de rectas paralelas e perpendiculares a unha dada.
- Calcular o ángulo de dúas rectas utilizando vectores e mediante as pendentes.
- Representar rectas e achar interseccións entre elas.
- Estudar a posición relativa de dúas rectas e impoñer condicións de paralelismo ou perpendicularidade en función dun parámetro.
- Achar a proxección dun punto sobre unha recta e as coordenadas do punto simétrico.
- Calcular nun triángulo coñecido as súas medianas, alturas, mediatrices dos lados, bisectrices interiores, baricentro, ortocentro, circuncentro e incentro.
- Achar mediante distancias a ecuación dun lugar xeométrico sinxelo como mediatriz, circunferencia etc.

Actitudes

- Disposición favorable para o estudo e coñecemento da xeometría analítica.
- Recoñecer a necesidade e a utilidade de coñecer e poder determinar a ecuación dunha recta.
- Interese pola busca de situacións e problemas nos que sexan precisas as condicións de paralelismo e perpendicularidade.
- Predisposición para aprender conceptos, relacións e técnicas novas para resolver problemas.
- Gusto pola representación gráfica clara e precisa de rectas e puntos no plano.
- Valoración positiva do uso da xeometría analítica para a resolución de problemas de simetría e de lugares xeométricos.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Ecuacións vectorial e paramétrica da recta

É conveniente insistir aos alumnos na idea de que tanto a ecuación vectorial como as ecuacións paramétricas dunha recta poden ter aparencias diferentes. Para mostralo, pódese comprobar que as rectas

$$r: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \end{cases} \text{ e } s: \begin{cases} x = 5 - t \\ y = -4 + \frac{1}{2}t \end{cases} \text{ son en realidade a mesma.}$$

Ecuacións continua e xeral da recta

É frecuente chegar á ecuación continua a través da ecuación paramétrica e este método a veces crea problemas, en particular cando o vector director ten unha das súas coordenadas nula. Por iso, é recomendable chegar á ecuación continua mediante a relación que existe entre as coordenadas de dous vectores que teñen a mesma dirección, a saber, o vector $\left[\overrightarrow{AX}\right] = \vec{x} - \vec{a}$ e o vector director \vec{u} .

Aínda que é habitual ensinar aos alumnos o cálculo da ecuación da recta que pasa polos puntos $A(a_1, a_2)$ e $B(b_1, b_2)$ mediante a expresión $\frac{x - a_1}{b_1 - a_1} = \frac{y - a_2}{b_2 - a_2}$, considérase máis conveniente que a atopen mediante a ecuación continua, utilizando calquera dos dous puntos e como vector de dirección o vector libre $\vec{u} = \left[\overrightarrow{AB}\right]$ de representante o vector fixo \overrightarrow{AB} . En realidade, é exactamente o mesmo, aínda que a segunda forma ten a vantaxe adicional de coñecer o sentido xeométrico de cada elemento que se utiliza.

Ecuación normal da recta

Os alumnos teñen que saber indicar un vector de dirección e un vector normal dunha recta cando coñecen a súa ecuación xeral. É habitual que confundan un co outro.

Ecuación explícita da recta. Pendente

É recomendable que os alumnos saiban chegar a esta expresión da ecuación da recta, tanto a partir da ecuación xeral (despexando e) como directamente a través da ecuación punto-pendente. Este método será máis tarde moi útil para achar a ecuación da tanxente a unha curva.

Posicións relativas de dúas rectas no plano

profesor debe valorar a conveniencia de que o cálculo de rectas paralelas e perpendiculares se faga coa axuda das pendentes e utilizando a relación que existe entre elas en rectas dun e outro tipo. En calquera caso, si parece conveniente que os alumnos coñezan os dous procedementos: coa axuda das pendentes e coa axuda dos vectores de dirección.

Distancias entre puntos e rectas

Ao atopar a distancia dun punto a unha recta, é moi formativo deixar que os alumnos a calculen por si mesmos a través da proxección do punto sobre a recta, para posteriormente obter a devandita distancia tanto polo método vectorial como analiticamente.

Ángulo de dúas rectas

É recomendable atopar o ángulo de dúas rectas utilizando tanto os vectores directores como os normais ou as pendentes e explicar a necesidade de utilizar o valor absoluto nesas expresións.

Puntos e rectas simétricos

Como vía de ampliación dos contidos deste epígrafe pódese propoñer aos alumnos máis avantaxados que comprobren algunha das propiedades das simetrías centrais ou axiais en casos concretos e tales como:

A distancia entre dous puntos é igual á distancia entre os seus puntos homólogos

Se dúas rectas son paralelas, as súas homólogas tamén o son.

Se dúas rectas son perpendiculares, as súas homólogas tamén o son.

En xeral, o ángulo formado por dúas rectas é o mesmo que o formado polas súas homólogas.

Lugares xeométricos. Mediatriz e bisectriz.

Entre as posibles vías de ampliación, pode propoñerse a demostración de propiedades xeométricas elementais, tal vez xa probadas por outros métodos e que sexan susceptibles de ser tratadas mediante as ferramentas propias da xeometría analítica.

Os programas informáticos interactivos de tipo xeométrico, tales como a aplicación Cabri-Géomètre II, permiten realizar gráficos a escala que facilitan as resolucións de actividades xeométricas.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

▪ Como noutras moitas das unidades, o uso da calculadora científica é fundamental, sobre todo para determinar o ángulo de dúas rectas.

▪ Os instrumentos e materiais de debuxo como regra, escuadra e cartabón, compás e papel con tramas ortonormais.

• programa interactivo Cabri-Géomètre é o máis útil e recomendado para efectuar representacións gráficas no plano e interactuar con elas.

▪ Con Wiris é moi fácil e didáctico representar rectas no plano, trazar paralelas e perpendiculares etc.

UNIDADE 6: Lugares xeométricos. Cónicas

Como é frecuente e de máis fácil comprensión, preséntanse as cónicas como intersección de dúas superficies no espazo: unha delas cónica e a outra un plano. Non obstante, para determinar a súa ecuación e obter os seus elementos principais e característicos, recórrase á definición das cónicas

como lugar xeométrico dos puntos do plano que cumpren unha determinada propiedade, concepto que xa se desenvolveu e traballou na unidade anterior.

estudo da potencia dun punto respecto dunha circunferencia condúcenos ao eixe radical de dúas circunferencias e ao centro radical de tres, conceptos que son útiles non soamente no estudo da xeometría no presente curso, senón tamén para aplicalos nos problemas de tanxencias no Debuxo Técnico.

Estudan algúns casos elementais de ecuacións non reducidas de cónicas, con translacións ou xiros de 90° .

I. OBXECTIVOS

- Obter a ecuación da circunferencia a partir do centro e o radio ou outras determinacións e, reciprocamente, obter os elementos dunha circunferencia a partir da súa ecuación.
- Aplicar o cálculo de distancias e a potencia dun punto respecto dunha circunferencia ao estudo de posicións relativas de puntos, rectas e circunferencias.
- Obter, interpretar e aplicar convenientemente a ecuación das cónicas para a resolución de problemas.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- 1.Coñecer e saber achar a ecuación dunha circunferencia determinada por algún dos seus elementos.
- 2.Obter os elementos dunha circunferencia a partir da súa ecuación.
- 3.Achar a potencia dun punto respecto dunha circunferencia e calcular o eixe radical de dúas circunferencias.
- 4.Determinar a posición relativa de puntos e rectas respecto dunha circunferencia.
- 5.Calcular a ecuación da elipse, a hipérbola e a parábola e obter os seus elementos.
- 6.Determinar a posición relativa das cónicas respecto a puntos, rectas e entre si.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Expresar de forma rigorosa e en linguaxe matemática (alxébrica) de diferentes formas a relación que verifican os puntos dunha cónica e soamente eles. (C1, C2, C7)
- Efectuar representacións gráficas precisas, utilizando o material adecuado, de cada unha das cónicas e aprender a distinguir curvas cónicas no noso contorno. (C2, C3, C6, C8)
- Potenciar a creatividade dos alumnos permitíndolles e suxeríndolles distintos métodos para afrontar e resolver un problema. (C7, C8)
- Resolver de maneira clara, precisa e exacta, utilizando elementos xeométricos e representacións gráficas adecuadas, diferentes tipos de problemas mediante as novas tecnoloxías. (C2, C4, C8)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Seccións da superficie cónica.
- Definición e ecuación da circunferencia.
- Posicións relativas dun punto e unha circunferencia.
- Posicións relativas dunha recta e unha circunferencia.
- Posicións relativas de dúas circunferencias.
- Potencia dun punto respecto dunha circunferencia.
- Eixe radical de dúas circunferencias e centro radical de tres circunferencias.
- A parábola: ecuación e elementos.
- A elipse: ecuación e elementos.
- A hipérbola: ecuación e elementos.

Procedementos

- Seccionar unha superficie cónica para obter as curvas cónicas.
- Calcular a ecuación reducida e xeral dunha circunferencia coñecidos o seu centro e o seu radio.
- Achar a ecuación dunha circunferencia coñecendo outros elementos desta.
- Determinar, a partir da ecuación, o centro e o radio da circunferencia.
- Calcular a potencia dun punto respecto dunha circunferencia dada e o eixe radical de dúas circunferencias.
- Estudar a posición relativa dun punto e unha circunferencia, unha recta e unha circunferencia e de dúas circunferencias.
- Achar a ecuación dunha parábola, en forma reducida e aplicando a definición.
- Achar a ecuación dunha elipse, en forma reducida e aplicando a definición.
- Achar a ecuación dunha hipérbola, en forma reducida e aplicando a definición.
- Obter os elementos das cónicas a partir da súa ecuación.

- Diferenciar as ecuacións xerais que corresponden a cada unha das cónicas.
- Efectuar problemas de tanxencias con cónicas.
- Achar interseccións de rectas e cónicas.

Actitudes

- Disposición favorable para o estudo e coñecemento da xeometría analítica.
- Elaboración ordenada e clara dunha colección de exercicios de cónicas.
- Recoñecer a necesidade e a utilidade de coñecer e poder determinar a ecuación das cónicas.
- Interese pola busca de situacións e problemas en que aparezan cónicas.
- Predisposición para aprender conceptos, relacións e técnicas novas para resolver problemas.
- Gusto pola representación gráfica clara e precisa das cónicas.
- Valorar positivamente o rigor científico na obtención de ecuacións das cónicas e doutros lugares xeométricos.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Seccións cónicas

Co fin de que os alumnos poidan observar de forma atractiva e clara as propiedades, interseccións e curvas expostas neste epígrafe, é conveniente a utilización de medios informáticos e dalgunha aplicación que as mostre.

Construír con cartolina unha superficie cónica e seccionala mediante un plano (corte cunha coitela) é un exercicio moi didáctico.

A circunferencia

Obter a ecuación da circunferencia como o lugar xeométrico dos puntos equidistantes do centro é o camiño habitual, pero resulta moi interesante obtela a partir da aplicación do teorema de Pitágoras no triángulo rectángulo que se obtén co centro, un punto calquera da circunferencia e a súa proxección sobre un dos seus diámetros paralelo a un eixe.

Nunca estará de máis lembrar a lonxitude da circunferencia e a área do círculo.

Posicións relativas de puntos, rectas e circunferencias

É conveniente insistir en que unha boa estratexia aplicable á maioría dos casos en que se está resolvendo unha situación xeométrica de calquera tipo e, en particular, de incidencia e paralelismo, é a de apoiar o traballo mediante a previa elaboración dun gráfico que permita visualizar de forma clara as relacións existentes entre os datos e as incógnitas do problema.

Para determinar a posición relativa entre rectas e circunferencias, temos que insistir en que a distancia é máis útil que a intersección.

Potencia dun punto respecto dunha circunferencia

Neste epígrafe da unidade aparecen razoamentos lóxicos e demostracións que achegan a necesaria carga de rigor e formalización propia deste curso e desta modalidade do bacharelato. Porén, non se debe esquecer que este tipo de contidos constitúe a parte que máis dificultade presenta tanto no que se refire á comprensión dos alumnos como ao seu propio desenvolvemento didáctico.

A potencia dun punto é o método máis rápido e sinxelo para estudar a súa posición relativa respecto dunha circunferencia.

Eixe radical de dúas circunferencias

eixe radical debe ser entendido como un lugar xeométrico e, por tanto, o seu cálculo realizarase aplicando o método xeral dos lugares xeométricos.

Débense expoñer casos especiais de tres circunferencias en que non exista o centro radical.

A parábola

Resulta conveniente relacionar a ecuación que se obtén da parábola con eixe paralelo ao eixe de ordenadas e a expresión da función cuadrática cuxa representación xa coñecen de cursos anteriores. É interesante informar aos alumnos das propiedades particulares que verifican as parábolas e que son aplicadas á construción de radares, antenas, focos luminosos e estufas. De forma especial, a concurrencia no foco de todos os raios reflectidos e provenientes de traxectorias paralelas ao eixe dunha parábola.

A elipse

A representación dunha elipse no encerado utilizando unha corda e aplicando o método “do xardineiro” resulta un exercicio moi instrutivo e axudará a lembrar a definición de elipse como lugar xeométrico.

Como vía de ampliación dos contidos deste epígrafe, pódese propoñer o cálculo da recta tanxente a unha elipse nun punto: ben utilizando o método exposto no exercicio resolto 13 ou ben considerando que a recta tanxente tocará a elipse nun único punto. Por outra parte, sería un bo momento para anunciar que no capítulo correspondente ao cálculo diferencial proporcionarase unha técnica que resolverá este problema de forma sinxela e xeral.

Como información engadida pódese achegar aos alumnos a área da elipse e comparala coa área do círculo.

A hipérbole

Obter, a partir da definición, a ecuación dunha hipérbole equilátera de focos $F(k, k)$ e $F'(-k, -k)$ pode resultar un interesante exercicio para relacionar a hipérbole coa gráfica da función de proporcionalidade inversa $y = \frac{k^2}{2x}$.

Tamén neste caso, e como vía de ampliación dos contidos do epígrafe, pódese realizar un estudo sobre o método ou métodos que se poden aplicar para calcular rectas tanxentes ás hipérbolas.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Os instrumentos e materiais de debuxo como regra, escuadra e cartabón, compás e ademais cartolina e tesoiras ou cúter para construír unha superficie cónica e seccionala.
- O programa interactivo Cabri-Géomètre é o máis útil e recomendado para efectuar representacións gráficas tanto de cónicas como doutros elementos xeométricos no plano e interactuar con elas.
- Wiris tamén achega a posibilidade de efectuar representacións gráficas en dúas dimensións.

UNIDADES 7 e 9: Funcións. Límites e continuidade

Ao longo dos anos da Educación Secundaria Obrigatoria, os alumnos foron coñecendo distintos tipos de funcións, algunhas delas continuas, como as polinómicas, e outras non, como as de proporcionalidade inversa. Esta unidade céntrase no estudo da continuidade e discontinuidades dunha función, analizando as condicións que deben verificarse en cada caso.

Como paso previo introdúcese o concepto de límite dunha función nun punto e desenvolveranse os procedementos de cálculo de límites dos tipos de funcións coñecidas polos alumnos e os métodos de resolución das indeterminacións que estes tipos de funcións poden presentar.

Ademais, o estudo dos límites é un primeiro paso para chegar nas unidades próximas ao concepto da derivada dunha función nun punto e a partir de aí chegar á derivada dunha función.

I. OBXECTIVOS

- Apreciar relacións funcionais entre dúas magnitudes, expresalas alxebricamente e operar con elas.
- Adquirir o concepto de límite e aprender a resolver as indeterminacións.
- Estudiar a continuidade e as discontinuidades dunha función a través do cálculo de límites laterais e deducir a existencia de asíntotas.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

1. Obter o dominio e o percorrido de funcións.
2. Achar as funcións que resultan ao efectuar operacións con outras funcións máis elementais.
3. Obter os límites laterais dunha función nun punto e determinar a existencia ou non existencia do límite.
4. Calcular límites de funcións, resolvendo indeterminacións.
5. Determinar e clasificar as discontinuidades dunha función definida a anacos e esbozar a súa gráfica.
6. Buscar e determinar as asíntotas dunha función, así como a súa posición relativa respecto da curva.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar distintas formas e expresións para definir unha función: táboas, representacións gráficas, expresións alxébricas ou simplemente coa linguaxe ordinaria. (C1, C2, C3)
- O cálculo de límites está relacionado con outras ciencias, como a física, a economía etc., e permitiranos comprender e expresar mellor certos conceptos como, por exemplo, a velocidade instantánea ou as tendencias a longo prazo. (C1, C2, C5, C7)
- O cálculo de límites permite aprender, entender e investigar outros conceptos matemáticos máis complexos. (C2, C7)
- Utilizar a calculadora ou programas informáticos para operar e obter expresións decimais que nos achegan ao límite e nos permiten ver as discontinuidades e as asíntotas dunha función. (C2, C4, C8)

IV. CONTIDOS**Conceptos**

- Función real de variable real: dominio e percorrido.
- Distintos métodos para definir unha función.
- Operacións con funcións.
- Límite dunha función nun punto. Límites laterais.

- Cálculo de límites.
- Continuidade e discontinuidades.
- Límites infinitos e límites no infinito.
- Asíntotas.
- Cálculo de asíntotas.

Procedementos

- Recoñecer relacións funcionais en situacións propostas de forma verbal ou mediante táboas.
- Obter valores dunha función e esbozar a súa representación gráfica.
- Obter o dominio e percorrido dunha función.
- Operar con funcións e calcular a función inversa (f^{-1}) cando exista e sexa posible.
- Calcular límites laterais en funcións definidas a anacos.
- Calcular límites de funcións sinxelas nun punto e no infinito.
- Estudar a continuidade dunha función e clasificar as discontinuidades.
- Determinar os límites e clasificar as discontinuidades dunha función da que se coñece a súa representación gráfica.
- Calcular asíntotas de funcións racionais.
- Esbozar a gráfica dunha función cando se coñecen as súas asíntotas e os puntos de corte cos eixes e coas asíntotas.

Actitudes

- Disposición favorable para recoñecer a utilidade de observar relacións funcionais entre dúas magnitudes.
- Interese pola busca de funcións que reflectan situacións da vida ordinaria.
- Valoración positiva das técnicas para calcular límites e resolver indeterminacións.
- Predisposición para aprender conceptos, relacións e técnicas novas para resolver problemas.
- Gusto pola representación precisa da gráfica das funcións.
- Valoración positiva do uso das novas tecnoloxías para a determinación de límites e a representación de funcións.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Concepto de función. Dominio e percorrido

Insistir no estudo do dominio de funcións racionais e con radicais.

Facer notar a sutil diferenza que hai entre as funcións $f(x) = x - 2$ e $g(x) = \frac{(x-3)(x-2)}{x-3}$.

Formas de definir unha función

Nas funcións dadas por táboas hai que elixir ben as escalas en cada eixe para a súa representación. Convén facerlles notar aos estudantes que, a falta doutra información, a forma máis razoable de debuxar a gráfica é unir os puntos dados cunha curva suave.

As funcións a anacos son especialmente importantes, xa que aparecen con frecuencia no mundo real e tamén serven para estudar funcións que conteñan valores absolutos.

Operacións con funcións

É conveniente facer exercicios en que se pida calcular o dominio de f , de g e de funcións obtidas a partir delas mediante as catro operacións estudadas. Por exemplo: que ocorre cos dominios de

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}, \quad g(x) = \frac{x-2}{x} \quad \text{e} \quad (f \cdot g)(x) ?$$

No cociente de funcións hai que ter moito coidado cos valores que anulan o denominador, xa que para eles non está definido este cociente.

Convén insistir de novo nos dominios da composición de funcións.

Pódese representar algunha función e a súa inversa, e observar que son simétricas respecto da bisectriz do primeiro cuadrante e explicar por que.

Límite dunha función nun punto

Para unha mellor comprensión do concepto de límite é bo propoñerlles aos estudantes cálculos de límites coa axuda da calculadora.

Tamén deben saber obter o valor dun límite cando se dá a gráfica da función.

Ademais, en funcións definidas a anacos, o estudante debe saber calcular o límite nun punto cando este exista, sen necesidade de debuxar a gráfica da función.

Límites no infinito

É recomendable que previamente a definir o concepto no infinito, o estudante estime o valor de funcións racionais para valores grandes en valor absoluto da variable.

Observar que, aínda que ás veces coincidan, os límites en máis infinito e en menos infinito non son o mesmo.

Insistir na interpretación gráfica da igualdade $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l$.

Límites infinitos

Nas funcións racionais, con asíntotas verticais, o estudante debe saber obter, sen axuda da calculadora, $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$, tanto pola dereita como pola esquerda, se $x = a$ é unha asíntota vertical.

Cálculo de límites

Poñer exemplos diversos de límites laterais: uns que coincidan entre si e coa función neste punto; que coincidan entre si pero non coa función, e ver que en ambos os casos si existe o límite da función no punto estudado; outros que non coincidan entre si. Os exemplos deben ser tanto de funcións dadas en forma de gráfica como de funcións dadas mediante fórmula que inclúan exemplos dos diferentes tipos de indeterminacións.

Asíntotas. Cálculo de asíntotas

Facer notar que as asíntotas en máis infinito e en menos infinito non teñen por que ser iguais.

Un erro moi frecuente é pensar que a gráfica da función non pode cortar as súas asíntotas.

Propoñer diversos exercicios de debuxar a gráfica dunha función racional unha vez que se calcularon as asíntotas, os cortes cos eixes e os cortes coas asíntotas. Unha vez calculados os cortes coas asíntotas non é necesario falar de como se aproximan ás asíntotas horizontais ou oblicuas para debuxar a gráfica da función.

Continuidade dunha función nun punto e nun intervalo

Insistir na estreitísima relación que hai entre límite e continuidade.

Propoñer exemplos de funcións definidas a anacos que sexan continuas e outras descontínuas. Nestas funcións non deben esquecerse de estudar a continuidade nos intervalos de definición de cada anaco, ademais de nos extremos destes intervalos.

Todos os cálculos deberían estar acompañados da súa correspondente interpretación gráfica.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Como noutras moitas unidades, o uso da calculadora científica é fundamental, pero nesta unidade faise indispensable para poder *achegarnos* ao límite.
- Os programas de cálculo simbólico que permiten calcular límites e representar funcións, como Derive, son de grande utilidade.
- A folla de cálculo Excel permite obter os primeiros termos das sucesións e achegarnos á idea de límite.

UNIDADE 8: Funcións elementais

Na unidade anterior víronse conceptos e propiedades elementais das funcións en xeral, así como as operacións con funcións. Aínda que o número de funcións é ilimitado, é lóxico pensar que todas as funcións que utilizamos se obteñen operando entre si un conxunto de funcións elementais. Por esta razón, para estudar e coñecer a fondo unha función e deducir as súas propiedades de continuidade, derivabilidade e incluso da súa representación gráfica, é conveniente coñecer polo miúdo as funcións elementais que deron lugar mediante operacións entre elas a esa nova función.

A unidade non se cingue a funcións *elementais*, senón máis ben a funcións *máis usuais*, como son as polinómicas, racionais, radicais, exponenciais, logarítmicas e trigonométricas, indicando algunhas características de cada unha delas. Tamén se fai referencia a algunha característica das funcións en xeral, como os puntos de corte cos eixes, as simetrías e a periodicidade.

I. OBXECTIVOS

- Adquirir unha idea global da gráfica dunha función a partir dalgunha característica peculiar dela, como simetrías ou periodicidade.
- Identificar todos os tipos de funcións: polinómicas, racionais, logarítmicas etc., coñecendo as características fundamentais de cada unha delas, como dominio, continuidade e asíntotas.
- Relacionar cada función f coa súa inversa f^{-1} e deducir, a través desa relación, propiedades e incluso a gráfica dunha delas cando se coñece a outra.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

1. Representar dunha forma aproximada a gráfica dunha función tendo en conta o dominio, os puntos de corte cos eixes, o signo e as asíntotas.
2. Descubrir se unha función é simétrica ou periódica, e no seu caso, indicar o tipo de simetría e o período principal.
3. Debuxar, de maneira aproximada, a gráfica dunha función polinómica facilmente factorizable e atopar a expresión alxébrica dunha función polinómica da que coñecemos un número suficiente de datos.

4.Recoñecer e esbozar as gráficas de funcións logarítmicas, exponenciais e racionais do tipo

$$y = \frac{ax + b}{cx + d}.$$

5.Obter a función inversa (f^{-1}) dunha función dada.

6.Efectuar a representación gráfica dunha función a partir da gráfica da súa inversa.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar táboas, a linguaxe alxébrica e a linguaxe gráfica para transmitir informacións referentes á dependencia e evolución dunha magnitude física ou social respecto doutra. (C1, C2, C3, C5)
- Interpretar de maneira racional a información difundida polos medios de comunicación relativa á evolución, en función do tempo, dalgunhas variables de carácter social ou económico. (C1, C2, C5, C8)
- Utilizar as novas tecnoloxías para obter, analizar e difundir informacións, relativas a temas científicos ou sociais, que conteñan táboas de datos relacionados ou representacións gráficas deles. (C4, C5, C6, C7, C8)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Dominio dunha función.
- Puntos de corte cos eixes.
- Zonas de existencia dunha función.
- Simetrías de funcións pares e de funcións impares.
- Características das funcións polinómicas.
- Características das funcións racionais.
- Funcións radicais.
- Características das funcións exponenciais e logarítmicas.
- Funcións trigonométricas.

Procedementos

- Achar o dominio dunha función.
- Determinar os puntos de corte cos eixes e o signo dunha función.
- Esbozar a gráfica dunha función ao determinar as zonas de existencia.
- Representar funcións polinómicas descompostas en factores simples.
- Determinar as asíntotas e as zonas de existencia de funcións racionais, e a partir de aí efectuar a súa representación gráfica.
- Calcular o dominio de funcións radicais.
- Buscar asíntotas horizontais e representar funcións exponenciais.
- Buscar asíntotas verticais e representar funcións logarítmicas.
- Determinar o período e o percorrido en funcións trigonométricas sinxelas.
- Representar funcións trigonométricas elementais ou con lixeiras transformacións.
- Determinar a función inversa dunha función elemental.
- Representar conxuntamente a gráfica dunha función $f(x)$ e a da súa inversa $f^{-1}(x)$.
- Determinar o dominio e o percorrido de funcións do tipo \sin^{-1} , \cos^{-1} e \tan^{-1} .

Actitudes

- Interese polo coñecemento de funcións elementais e das súas transformacións (translacións e dilatacións) para debuxar as gráficas de funcións máis complexas.
- Valoración das funcións elementais e das súas gráficas como medio de estudar o comportamento de moitos fenómenos sociais e naturais.
- Valoración das aplicacións informáticas á hora de representar de maneira precisa a gráfica dunha función dada pola súa expresión alxébrica.
- Gusto pola precisión, a limpeza e a orde á hora de debuxar a gráfica dunha función.
- Interese na busca de problemas da vida ordinaria para os que se requira o estudo e representación de funcións.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Puntos de corte cos eixes e signo dunha función

Non debe haber problema no corte co eixe vertical. Cando non sexa cómodo calcular o corte co eixe horizontal e a función sexa continua, o estudante deberá encontrar dous enteiros consecutivos en que a función cambie de signo, e, polo tanto, cortará o eixe entre eses valores.

Simetría

Realmente non é usual analizar previamente a simetría dunha función antes de representala. Si pode ser útil, unha vez representada, para comprobar se está ben debuxada, ver se é par ou impar, e confirmar que a gráfica responde a esa característica.

Funcións polinómicas

Se o polinomio está factorizado, o estudante debe, previa obtención dos límites no infinito, debuxar case sen ningunha dificultade a gráfica da función. A única dificultade podería estribar na existencia de raíces dobres, que debe corrrixirse estudando o signo da función entre os puntos de corte co eixe horizontal.

Funcións racionais

Insistir en que as asíntotas, se existen, constitúen a ferramenta máis potente para debuxar as gráficas de funcións racionais.

Antes de calcular as asíntotas horizontais, o estudante debe estimar o valor da función para valores de x afastados da orixe, e posteriormente comprobar que a súa estimación é boa calculando as asíntotas horizontais.

Un erro moi frecuente é pensar que a gráfica da función non pode cortar as súas asíntotas.

Propoñer diversos exercicios de debuxar a gráfica dunha función racional unha vez que se calcularon as asíntotas, os cortes cos eixes e os cortes coas asíntotas. Unha vez calculados os cortes coas asíntotas non é necesario falar de como se aproximan ás asíntotas horizontais ou oblicuas para debuxar a gráfica da función.

Funcións radicais

Insistir en que é fundamental o cálculo do dominio. As funcións radicais poden ter todo tipo de asíntotas.

Funcións periódicas

Insistir en que a clave está en atopar un número $P > 0$, que non ten que coincidir necesariamente co período, tal que $f(x+P) = f(x)$. Unha vez atopado este P , xa poderemos atopar o período facilmente.

Funcións exponenciais e logarítmicas

O alumno debe saber que para recoñecer se a función $P = f(t)$, dada por unha táboa, é unha función exponencial, hai que observar se os cocientes de P para valores de t igualmente espazados son constantes.

Insistir en que as funcións exponenciais constitúen o exemplo típico de funcións que poden ter diferente comportamento cando se estudan os seus límites en máis e en menos infinito.

Non esquecer que as logarítmicas, en xeral, teñen asíntotas verticais e insistir no cálculo do seu dominio.

Funcións trigonométricas

Unha razón pola que se usan os radiáns como medida de ángulos no lugar dos graos é porque algúns teoremas sobre cálculo diferencial quedan moito máis elegantes con estas unidades. Así pois, se $f(x) = \text{sen } x$, entón $f'(x) = \text{cos } x$ se x está medido en radiáns, pois ao obter $f'(x)$ tivemos que calcular

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } x}{x}$, que só vale 1 se x está medido en radiáns.

Funcións trigonométricas inversas

É importante facerles notar aos estudantes que unha función trigonométrica inversa, como arcocoseno de x , é unha función se restrinximos o conxunto de chegada a un certo intervalo, por exemplo, $[0, \pi]$, pero poderíamos tomar outro intervalo como, por exemplo, $[\pi, 2\pi]$, en cuxo caso a monotonía sería distinta á do caso anterior.

Construción de funcións por translación e dilatación

Nalgúns funcións polinómicas $y = f(x)$, en que non é cómodo calcular os puntos de corte co eixe horizontal, pode ser útil estudar a función $g(x) = f(x) - k$, sendo k o termo independente da anterior.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

▪Ademais das calculadoras científicas ordinarias, que sempre son dunha grande utilidade para axilizar os cálculos, as calculadoras con posibilidade de efectuar representacións gráficas de funcións e a resolución de ecuacións son unha grande axuda nesta unidade.

▪Os programas informáticos dotados de ferramentas matemáticas en xeral, tales como a aplicación Derive. A Mathematical Assistant, Wiris etc., favorecen o cálculo e facilitan a obtención da gráfica dunha función e poden ser un instrumento fundamental para a comprobación de conxecturas na busca de límites, continuidade ou comportamento asintótico.

UNIDADE 10.1: Derivada dunha función

A presente unidade trata do estudo da derivada dunha función, obtida como o límite da taxa de variación media, e da súa aplicación á resolución dun dos problemas que máis interesou aos matemáticos ao longo da historia: a obtención da recta tanxente a unha curva nun punto dado.

Verase a relación e as implicacións lóxicas dos criterios de existencia de límite, continuidade e derivabilidade dunha función nun punto, facendo mención ao teorema de continuidade das funcións derivables.

Finalmente, tras obter a derivada das operacións con funcións, veranse, como aplicacións fundamentais das derivadas, o estudo do crecemento e decrecemento de funcións, a determinación dos extremos relativos e a resolución dos problemas de optimización.

I. OBXECTIVOS

- Comprender o concepto, utilidade e aplicacións das taxas de variación, media e instantánea dunha función, e aprender a calculalas.
- Relacionar a derivabilidade coa continuidade das funcións e obter a función derivada doutra función en casos elementais de operacións con funcións.
- Estudar a monotonía dunha función e chegar a formular e resolver, mediante a aplicación das derivadas, problemas de optimización.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- 1.Calcular a taxa de variación media dunha función nun intervalo e a taxa de variación instantánea nun punto.
- 2.Determinar a pendente da tanxente a unha curva nun punto e calcular a súa ecuación.
- 3.Estudar e determinar as condicións de continuidade e de derivabilidade dunha función.
- 4.Obter, mediante a aplicación das regras de derivar, a derivada de funcións que se conseguen operando con funcións elementais.
- 5.Determinar os extremos relativos dunha función e os intervalos de monotonía.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar a linguaxe alxébrica e gráfica para describir a relación que existe entre as variacións que se efectúan nunha magnitude e as variacións que como consecuencia destas se producen noutra. (C1, C2, C3, C5)
- Coñecer o desenvolvemento histórico do concepto de diferencial e derivada, e valorar a achega dalgúns científicos a este tema e a súa posterior influencia no desenvolvemento científico e tecnolóxico. (C5, C6, C7, C8)
- Utilizar as novas tecnoloxías para obter funcións derivadas e efectuar representacións gráficas de funcións definidas mediante unha expresión alxébrica e da súa derivada. (C2, C4, C7, C8)
- Recoñecer como historicamente as matemáticas e as súas aplicacións tecnolóxicas permitiron progresar á humanidade no coñecemento das distintas ciencias para conseguir unha mellora nas súas condicións de vida. (C5)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Incrementos e taxa de variación.
- Taxa de variación media e taxa de variación instantánea.
- Derivada dunha función nun punto.
- Interpretación xeométrica da derivada.
- Ecuación da recta tanxente a unha curva nun punto.
- Derivabilidade e continuidade.
- Función derivada.
- Derivada das operacións con funcións: suma, produto e cociente.
- Crecemento e decrecemento. Extremos relativos.

Procedementos

- Calcular incrementos da función e a taxa de variación media nun intervalo.
- Achar a taxa de variación instantánea dunha función nun punto, mediante o paso ao límite da taxa de variación media.
- Determinar a función derivada dunha función sinxela utilizando a definición.
- Determinar a ecuación da recta tanxente á gráfica da función nun punto dado.
- Obter puntos de tanxencia.
- Obter a derivada da función suma-resta, produto e cociente de funcións sinxelas coñecidas.
- Estudar o signo da función derivada dunha función.

- Obter os puntos en que se anula a derivada dunha función, é dicir, os puntos de tanxencia horizontal.
- Determinar os intervalos de crecemento e de decrecemento dunha función.

Actitudes

- Recoñecemento da utilidade das distintas linguaxes (verbal, gráfica e simbólica) para representar e resolver problemas da vida cotiá e doutras ciencias.
- Valoración positiva da utilidade e eficacia dos procedementos que permiten o cálculo de derivadas de funcións elementais para resolver situacións relacionadas coas propias matemáticas ou coas outras ciencias.
- Valoración das aplicacións informáticas á hora de representar de maneira precisa a gráfica dunha función dada pola súa expresión alxébrica.
- Sensibilidade e gusto pola precisión, a orde e a claridade que proporciona a linguaxe matemática de funcións no tratamento da información.
- Interese na busca de problemas da vida ordinaria para os que se requiran os métodos de optimización de funcións.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Taxa de variación instantánea

Insistir en que a idea intuitiva do concepto de velocidade instantánea coincide co de velocidade media nun certo intervalo de lonxitude moi pequena. Propoñer que calculen velocidades instantáneas dándolles as ecuacións do movemento.

Derivada dunha función nun punto

Propoñerlles aos estudantes que dada a curva, por exemplo, $f(x) = \frac{x}{x-1}$, calculen as pendentes das rectas secantes que unen o punto $P(2,2)$ cos puntos de abscisa 3; 2,5; 2,1; 1,9 e, en xeral, $2 + h$. Á vista dos resultados obtidos deben conxecturar a pendente da recta tanxente en P e, ao debuxar esa recta, confirmar a súa conxectura.

Aplicacións da interpretación xeométrica da derivada

Para introducir esta epígrafe, propoñerlles aos alumnos que esbozen a gráfica dunha función f tal que $f'(x) > 0$ ata $x = 3$; $f'(3) = 0$ e $f'(x) < 0$ para $x > 3$.

Derivada e continuidade, Función derivada

É moi importante facerlles ver aos alumnos que dicir que f é continua en a , é dicir, que $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ se pode escribir como $\lim_{h \rightarrow 0} f(a+h) = f(a)$, que é o mesmo que $\lim_{h \rightarrow 0} [f(a+h) - f(a)] = 0$.

Como a igualdade $\lim_{h \rightarrow 0} f(a+h) = f(a)$ é inmediata para calquera estudante, facerlles ver que é precisamente a definición de continuidade, mostrándolles un exemplo de unha función descontinua como $f(x) = \begin{cases} 3x & \text{se } x \neq 2 \\ 4 & \text{se } x = 2 \end{cases}$. Unha vez asimilada esta idea, débese comentar que se f é derivable en a , é

dicir, se existe o límite $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$, como o denominador tende a cero, o numerador non ten máis opción que tender a cero, é dicir, f debe ser continua en a .

Derivadas das operacións con funcións

Para facerlles notar a necesidade de xustificar os teoremas, unha vez que se lles fixo conxecturar a derivada da suma, mostrarlles cun produto que a súa derivada xa non é o produto das derivadas.

Derivada da función composta. Regra da cadea

Despois de calcular a derivada do exemplo $t(x) = (x^2 + 1)^3$, o alumno xa pode conxecturar a derivada dunha función composta $f \circ g$ escribindo previamente as funcións f e g .

Unha vez enunciado o teorema, pedir que estimen a derivada de $f \circ g$ en a , dándolles como dato as gráficas de f e g .

Propoñer exercicios de obtención da derivada de $f \circ g$ dando como datos $f'(x)$ e $g(x)$.

Crecedemento e decrecemento. Extremos relativos

Para estudar o crecemento dunha función deben calcularse previamente os puntos con tanxente horizontal. Os estudantes deben adquirir fluidez na representación de gráficas coñecidos os extremos relativos e os cortes cos eixes.

Problemas de optimización

Un erro moi común entre os nosos estudantes é que os extremos absolutos se deciden tamén coa segunda derivada (cuestión que postergamos intencionadamente ao tema seguinte). Para sacalos deste erro hai que propoñerlles exemplos en que os máximos ou mínimos absolutos se alcanzan nos extremos do intervalo de definición da función.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Ademais das calculadoras científicas ordinarias, que sempre son dunha grande utilidade para axilizar os cálculos, as calculadoras con posibilidade de efectuar representacións gráficas de funcións e a resolución de ecuacións son unha grande axuda nesta unidade.
- Os programas informáticos dotados de ferramentas matemáticas en xeral, tales como a aplicación Derive. A Mathematical Assistant, Wiris etc., favorecen o cálculo e facilitan a obtención da gráfica dunha función, e poden ser un instrumento fundamental para a comprobación de conxecturas na busca de límites e no cálculo de derivadas.

UNIDADE 10.2: Aplicacións das derivadas. Representacións gráficas

Nesta unidade condénsase practicamente todo o cálculo diferencial deste curso. En primeiro lugar verase con detemento a derivada da función recíproca a partir da regra da cadea e a continuación iranse obtendo as derivadas das funcións elementais $y = \text{sen } x$, $y = a^x$. As derivadas das demais funcións trigonométricas e das logarítmicas obtéñense xa dunha forma trivial.

Como na unidade anterior xa se viron as aplicacións da primeira derivada, esta unidade ampliarase ás aplicacións da derivada segunda e ao seu significado xeométrico relacionado coa curvatura.

Lembrando o cálculo das asíntotas e dalgunhas outras propiedades xerais das funcións: dominio, simetrías, raíces, periodicidade etc., estamos xa en condicións de efectuar un estudo profundo de calquera tipo de función e trazar a súa gráfica.

I. OBXECTIVOS

- Coñecer e aplicar correctamente con fluidez todas as regras de derivación de funcións, para obter as derivadas sucesivas dunha función.
- Aplicar as derivadas primeira e segunda dunha función para determinar con elas propiedades relacionadas coa súa representación gráfica.
- Conseguir un coñecemento preciso da representación gráfica dunha función e das súas características e puntos notables.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- 1.Obter a función derivada de calquera función e calcular o valor da derivada en calquera punto.
- 2.Determinar os puntos en que as derivadas dunha función cumpren unha determinada condición.
- 3.Determinar os extremos relativos dunha función polinómica e os intervalos de monotonía.
- 4.Determinar os puntos de inflexión dunha función polinómica e os intervalos de curvatura.
- 5.Realizar o estudo completo das características e puntos notables dunha función polinómica ou racional do tipo $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$.
- 6.Efectuar a representación gráfica completa dunha función tanto polinómica como racional do tipo $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar as funcións e en especial as súas gráficas para describir, analizar e determinar o comportamento dun fenómeno dado por unha expresión alxébrica. (C1, C2, C3, C5)
- Interpretar de maneira racional a información gráfica difundida polos medios de comunicación ou científicos relativa á evolución, en función do tempo, dalgunhas variables de carácter social ou económico. (C1, C2, C5, C8)
- Acometer, utilizando a terminoloxía adecuada, a resolución de problemas de optimización de carácter científico e incluso funcional ou laboral. (C2, C3, C5, C6, C8)
- Utilizar as novas tecnoloxías para obter funcións derivadas e efectuar representacións gráficas de funcións definidas mediante unha expresión alxébrica e da súa derivada. (C2, C4, C7, C8)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Derivada da función recíproca.
- Derivada da función exponencial. Casos particulares.
- Derivada da función logarítmica.
- Derivada do seno.
- Derivada doutras funcións trigonométricas.
- Aplicacións da derivada segunda. Puntos de inflexión.

- Estudo xeral e representación gráfica dunha función.

Procedementos

- Obter a derivada da función recíproca ben directamente ou ben achando primeiramente a función recíproca.
- Obter a derivada de funcións exponenciais utilizando distintas bases.
- Derivar funcións logarítmicas de base decimal e fundamentalmente logaritmos neperianos.
- Derivar funcións trigonométricas elementais.
- Estudar a curvatura e buscar os puntos de inflexión dunha función dada.
- Achar as asíntotas de distinto tipo de funcións, en especial as racionais.
- Efectuar o estudo completo de diferentes tipos de funcións, en especial polinómicas e racionais do tipo $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$, e trazar a súa gráfica.

Actitudes

- Recoñecemento da utilidade das distintas linguaxes (verbal, gráfica e simbólica) para representar e resolver problemas da vida cotiá e doutras ciencias.
- Valoración positiva da utilidade e eficacia dos procedementos que permiten o cálculo de derivadas de funcións elementais para resolver situacións relacionadas coas propias matemáticas ou coas outras ciencias.
- Valoración das aplicacións informáticas á hora de representar de maneira precisa a gráfica dunha función dada pola súa expresión alxébrica.
- Sensibilidade e gusto pola precisión, a orde e a claridade que proporciona a linguaxe matemática de funcións no tratamento da información.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Derivada da función recíproca

É interesante que para obter a derivada da inversa dunha función, os alumnos escriban previamente a composición desta función coa súa inversa e, aplicando a regra da cadea, deduzan a derivada da inversa. Isto aforralles lembrar fórmulas confusas que inducen ao erro.

Derivada da función potencial

Facerlles ver aos estudantes que co visto nesta epígrafe non se pode deducir a derivada de $f(x) = x^r$ sendo r irracional.

Derivada da función exponencial

Para obter a derivada desta función convén lembrar previamente que $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ e que ese límite equivale a $\lim_{h \rightarrow 0} (1+h)^{\frac{1}{h}}$ facendo $\frac{1}{h} = n$.

Tamén resulta interesante destacar que a única función (distinta da trivial $y = 0$) que coincide coa súa derivada en todos os puntos é $f(x) = e^x$.

Derivada da función logarítmica

A partir da derivación logarítmica, ou estudante xa pode deducir a derivada de $f(x) = x^r$ sendo r irracional e as derivadas do produto e do cociente.

Derivadas das funcións trigonométricas

Insistir en que se $f(x) = \text{sen } x$, logo $f'(x) = \text{cos } x$ se x está medido en radiáns, pois ao obter $f'(x)$ tivemos que calcular $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } x}{x}$, que só vale 1 se x está medido en radiáns. Facerlles obter aos estudantes este límite coa calculadora en graos e radiáns.

Aplicacións da derivada segunda

Comezar a epígrafe facéndolles ver aos estudantes que o simple coñecemento dos intervalos de crecemento e os puntos con tanxente horizontal non é suficiente para esbozar a gráfica dunha función, xa que a gráfica podería ser *tremante*, con moitos cambios de curvatura.

É moi importante facerlles notar con varios exemplos que o feito de que a derivada segunda se anule nun punto non implica que sexa de inflexión, decidindo se o é sen máis que estudar o signo de f' á súa dereita e esquerda.

Representación de funcións polinómicas

Se o polinomio está factorizado, hai que facerlles notar que a utilización da ferramenta da derivada para a representación deste tipo de funcións está xustificada unicamente para decidir a altura dos puntos con tanxente horizontal.

Representación de funcións racionais

Insistir en que as asíntotas, se existen, constitúen a ferramenta máis potente para debuxar as gráficas de funcións racionais. Tanto é así, que debemos acudir á derivada soamente en funcións racionais moi manexables como, por exemplo, $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$, ou cando non hai asíntotas verticais nin oblicuas.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Calculadoras científicas ordinarias, que sempre son dunha grande utilidade para axilizar os cálculos. Calculadoras con posibilidade de efectuar representacións gráficas de funcións.
- Os programas informáticos dotados de ferramentas matemáticas en xeral, tales como a aplicación Derive. A Mathematical Assistant, Wiris etc.
- O programa Funciones para Windows (como os anteriormente citados) permite ver simultaneamente a gráfica dunha función e a das súas derivadas, o que fai posible apreciar graficamente a relación que existe entre o signo de $f'(x)$ e o crecemento da función e o signo de $f''(x)$ e a curvatura de $f(x)$.

UNIDADE 11: Estatística bidimensional

As distribucións unidimensionais deben ser xa coñecidas polos alumnos ao chegar ao Bacharelato; non obstante, a unidade comeza recordando os parámetros estatísticos dunha distribución de frecuencias correspondente a unha variable unidimensional.

Despois de presentar as variables bidimensionais e os diagramas de dispersión, pasarase a analizar a relación que existe entre dúas variables, tanto dunha forma gráfica como dunha forma analítica, utilizando distintos modelos de regresión e calculando o coeficiente de correlación lineal de Pearson. Para finalizar a unidade verase un caso especial de recta de regresión, recta de Tukey, para cando haxa algún dato discordante cos demais.

I. OBXECTIVOS

- Obter e interpretar os parámetros estatísticos dunha distribución unidimensional, efectuando representacións adecuadas.
- Adquirir os conceptos de regresión e correlación nas variables bidimensionais e saber efectuar estimacións coas rectas de regresión coñecendo a fiabilidade destas.
- Aprender a valorar en que casos a recta de Tukey é máis fiable que as de regresión e saber calculala.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

1. Calcular táboas de frecuencias e efectuar representacións gráficas adecuadas.
2. Obter os parámetros dunha distribución unidimensional, en especial media, mediana e desviación típica.
3. Achar as distribucións marxinais dunha variable bidimensional e calcular os seus parámetros.
4. Efectuar diagramas de dispersión e calcular o coeficiente de correlación lineal de Pearson interpretando o seu significado.
5. Calcular as rectas de regresión e efectuar estimacións con elas.
6. Calcular o coeficiente de determinación e a ecuación da recta de Tukey.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Expresar de forma rigorosa, utilizando a notación adecuada, os diferentes parámetros dunha distribución de frecuencias e expresar na linguaxe gráfica os devanditos parámetros. (C1, C2, C8)
- Efectuar representacións gráficas precisas, utilizando o material adecuado, para reflectir distribucións de frecuencias, tanto unidimensionais como bidimensionais, sacadas de situacións do noso arredor. (C2, C3, C5, C6)
- Potenciar a creatividade dos alumnos a través das diferentes ferramentas estatísticas no estudo de poboacións e variables en xeral, sopesando e valorando as conclusións obtidas. (C7, C8)
- Resolver, calcular e representar problemas relacionados coa estatística utilizando con destreza as novas tecnoloxías, como calculadoras ou programas informáticos. (C2, C4, C8)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Variables unidimensionais tanto discretas como continuas.

- Parámetros estatísticos: medidas de centralización e medidas de dispersión.
- Variables bidimensionais.
- Diagramas de dispersión.
- Covarianza.
- Rectas de regresión lineal.
- Coeficiente de correlación lineal de Pearson.

Procedementos

- Obter distintas variables dunha poboación ou mostra.
- Achar as diferentes táboas de frecuencias.
- Efectuar diferentes representacións gráficas dunha distribución de frecuencias.
- Calcular os parámetros estatísticos dunha variable unidimensional, con e sen calculadora.
- Efectuar diagramas de dispersión de variables bidimensionais.
- Obter por simple observación o tipo de correlación que existe entre dúas variables.
- Calcular o coeficiente de correlación lineal de Pearson.
- Calcular e representar as rectas de regresión dunha variable bidimensional.
- Efectuar estimacións mediante as rectas de regresión.
- Achar e representar as rectas de regresión cando existen valores discordantes ou atípicos.

Actitudes

- Disposición favorable para o estudo de caracteres estatísticos dunha poboación.
- Valoración positiva da estatística no estudo de caracteres cuantitativos dunha poboación ou mostra.
- Elaboración ordenada e clara de táboas de frecuencias e de diagramas.
- Recoñecemento da utilidade dos medios informáticos no estudo da estatística.
- Interese pola busca de situacións e problemas en que aparezan variables bidimensionais.
- Predisposición para aprender conceptos, relacións e técnicas novas para resolver problemas e efectuar estimacións.
- Gusto pola representación gráfica clara e precisa.
- Rigor científico na valoración de resultados e nos prognósticos das estimacións.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Estatística unidimensional

Aconséllase presentar primeiro exemplos de variables estatísticas discretas e, en segundo lugar, uns exemplos de variables estatísticas continuas.

Aínda cando os alumnos deben saber calcular estes parámetros á man con táboas sinxelas, é aconsellable que utilicen as calculadoras científicas, especialmente cando se trate de datos reais que adoitan producir cálculos molestos.

Variables estatísticas bidimensionais

O estudo das distribucións bidimensionais débese comezar coa presentación de distintas variables bidimensionais. Adoitan ser máis interesantes aquelas que teñen que ver co medio dos alumnos, para o cal se aconsella que sexan eles mesmos os que preparen variables bidimensionais e logo se poñan en común na clase.

A representación das nubes de puntos das distribucións bidimensionais non ofrece ningunha dificultade, xa que é a representación de puntos sobre o plano cartesiano.

A presentación de distintos tipos de táboas estatísticas bidimensionais débese facer de forma progresiva, de menor a maior dificultade. Así, por exemplo, pódese comezar cunha táboa bidimensional simple en que as dúas variables son discretas e con frecuencia 1 para cada par; posteriormente pódese seguir con táboas simples coas dúas variables discretas e con frecuencias distintas da unidade etc.

A covarianza ou varianza conxunta é un parámetro novo, por iso suxírese presentalo con certa analogía á varianza de X e á varianza de Y .

Tamén é aconsellable que comprendan que as varianzas, debido á súa definición, son sempre positivas; en cambio, a covarianza pode ser indistintamente positiva ou negativa.

Idea intuitiva de correlación

O concepto de correlación pode aparecer de forma natural se se presentan exemplos o suficientemente claros en que a dependencia sexa moi forte, por exemplo, radio e lonxitude dunha circunferencia, e outros en que a dependencia sexa inexistente, por exemplo, talle dun alumno e número de irmáns. Entre estes dous casos extremos pódense presentar outros exemplos para que vexan cando se espera que entre as variables exista maior ou menor dependencia.

Nesta epígrafe é fundamental que a partir das nubes de puntos os alumnos cheguen a distinguir o maior ou menor grao de dependencia que existe entre as variables, así como se esta é positiva ou negativa.

Coeficiente de correlación linear

Despois de realizar o cálculo de r en varios exemplos, sería moi interesante tratar de identificar as nubes de puntos co coeficiente r calculado.

Suxírese practicar esta idea, pois é moi útil que o alumno coñeza, á vista da nube e previo ao seu cálculo, ese valor aproximado de r . Para iso comezaremos co signo de r ; posteriormente, se se aproxima moito a ± 1 ou non, segundo o ancho ou estreito da nube.

Estudo analítico da regresión linear

A idea de recta de regresión pódese introducir como recta que mellor se axusta á nube de puntos.

Suxírese que a ecuación da recta de regresión se presente na forma punto-pendente, pero non se pode ver con detalle, a este nivel, o método dos mínimos cadrados.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Calculadoras científicas usuais e, se é posible dispoñer delas, as calculadoras programables e gráficas que permiten efectuar cálculos directos con táboas e representar nubes de puntos.
- A folla de cálculo Excel permítenos achar os parámetros estatísticos dunha distribución de frecuencias e realizar distintos tipos de representacións gráficas.
- Libros de calquera outra materia en que aparezan táboas de valores dunha ou dúas variables (economía, xeografía, química...), e incluso xornais.

UNIDADE 12: Probabilidade

Unha vez estudadas as técnicas de reconto, posuímos unha poderosa ferramenta para cuantificar o número de resultados posibles dunha elección baixo determinadas circunstancias.

Nesta unidade desenvólvese a álgebra de sucesos aleatorios, coas súas operacións e propiedades; a definición de probabilidade tanto de forma axiomática como na forma clásica da regra de Laplace. Para simplificar os cálculos nos experimentos compostos introdúcese o concepto de probabilidade condicionada, o que nos permite distinguir cando dous sucesos son dependentes ou independentes, e a partir de aí desenvólvese o teorema da probabilidade total e a obtención de probabilidades a posteriori mediante o teorema de Bayes.

Esta unidade daranos paso á unidade final de “variables aleatorias”, en que é imprescindible manexar o concepto de probabilidade dun suceso e coñecer as técnicas para calcular a devandita probabilidade.

I. OBXECTIVOS

- Dar a coñecer a álgebra de sucesos e mostrar os convenios de notación e cálculo nas operacións con sucesos.
- Dotar os alumnos de conceptos e ferramentas que poidan utilizar para calcular a probabilidade dun suceso relativo a unha experiencia aleatoria.
- Determinar probabilidades de sucesos en experimentos compostos e discernir entre sucesos dependentes e independentes.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

1. Formar o espazo de mostra e calcular o número de puntos de mostras dun suceso.
2. Efectuar operacións con sucesos e aplicar as súas propiedades para efectuar simplificacións.
3. Identificar funcións de probabilidade definidas nun espazo de mostra comprobando o cumprimento dos axiomas e utilízalas para obter a probabilidade de sucesos compostos.
4. Asignar probabilidades mediante a regra de Laplace, empregando técnicas de reconto directo e recursos combinatorios.
5. Formar o sistema completo de sucesos asociado a un experimento aleatorio composto e asignar probabilidades a sucesos mediante o teorema da probabilidade total.
6. Calcular probabilidades a posteriori.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar unha notación adecuada para expresar sucesos en experimentos aleatorios e as operacións que poden efectuarse con eles, relacionándoos coas proposicións na lóxica formal. (C1, C2, C7)
- Analizar a evolución do concepto de *probabilidade* ao longo da historia das matemáticas e apreciar a necesidade dunha formalización na definición de probabilidade. (C2, C5)
- Efectuar comentarios críticos sobre os xogos de azar ou sobre outros sucesos, como catástrofes naturais, baixo o punto de vista da probabilidade. (C2, C7, C8)
- Relacionar a probabilidade con outras disciplinas: Bioloxía (Xenética), Química (Teoría de orbitais). (C2, C3, C8)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Experimentos aleatorios.
- Sucesos: elementais, compostos, compatibles, contrarios, imposibles e seguros.
- Operacións con sucesos.
- Álgebra de sucesos.
- Frecuencias absoluta e relativa dun suceso.
- Definición axiomática de probabilidade. Consecuencias.
- Regra de Laplace.
- Probabilidade condicionada.
- Independencia de sucesos.
- Probabilidade da intersección de sucesos.
- Diagramas de árbore para determinar a probabilidade de sucesos en experimentos compostos.
- Probabilidade total.
- Fórmulas de Bayes para determinar a probabilidade a posteriori.

Procedementos

- Distinguir experimentos aleatorios de experimentos deterministas.
- Obter o espazo de mostra de experimentos aleatorios sinxelos.
- Calcular o $\text{card}(E)$ ou $n.$ de casos posibles.
- Efectuar operacións con sucesos, unión, intersección e contrario.
- Achar experimentalmente táboas de frecuencias.
- Calcular probabilidades de sucesos en experimentos simples aplicando a regra de Laplace e a combinatoria cando sexa aconsellable.
- Achar probabilidades mediante os axiomas e consecuencias.
- Efectuar diagramas de árbore e calcular probabilidades de sucesos coa axuda dos diagramas.
- Obter probabilidades de sucesos, ben directamente ou a través da definición.
- Facer exercicios de diferenciación de sucesos compatibles e incompatibles, así como de sucesos dependentes e independentes.
- Achar a probabilidade total dun suceso a partir das probabilidades condicionadas polos sucesos dun sistema completo de sucesos.
- Achar probabilidades a posteriori.

Actitudes

- Recoñecemento e valoración da utilidade das matemáticas para interpretar e describir situacións relacionadas co azar.
- Curiosidade e interese por coñecer estratexias diferentes das propias para a resolución de problemas de cálculo de probabilidades.
- Valoración crítica das informacións de tipo probabilístico que se transmiten a través dos medios de comunicación.
- Gusto polo cálculo ordenado e a representación gráfica clara e precisa nos diagramas de Venn e de árbore.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Sucesos. Tipos e operacións con sucesos

A partir dun exemplo sinxelo, como pode ser o lanzamento dun dado cúbico ou dunha moeda, preséntanse distintos tipos de sucesos: elementais, compostos, certos, imposibles e contrarios.

É moi importante que os alumnos saiban determinar o espazo de mostra e, sobre todo, recontar ou achar o número de puntos de mostra ou número de casos posibles.

Para as operacións con sucesos suxírese utilizar os diagramas de Venn, xa que permiten visualizalas. As leis de De Morgan débense incluír aínda cando unicamente se realicen comprobacións con exemplos.

Frecuencia e probabilidade. Lei dos grandes números

A forma máis intuitiva de introducir o concepto de probabilidade é a partir do paso ao límite das frecuencias relativas dun suceso cando o experimento se realiza unha infinidade de veces.

É moi útil utilizar a frecuencia relativa para facer que os alumnos comprendan que ao lanzar dúas moedas indistinguibles, o suceso sacar cara-cruz ten dobre probabilidade que o suceso sacar cara-cara.

É moi importante que se demostre que a suma das frecuencias relativas de todos os sucesos elementais é un, como ocorrerá coa probabilidade.

Definicións clásica e axiomática de probabilidade

Quizais sexa moi importante comprender as limitacións da regra de Laplace, xa que para poder aplicala é preciso que os sucesos elementais do experimento sexan equiprobables.

No desenvolvemento desta epígrafe pode resultar moi conveniente facer unha introdución histórica do concepto de probabilidade, para que se vexa que a súa formalización é relativamente recente, se ben a probabilidade sempre estivo asociada ao xogo e desde a Antigüidade tense constancia da realización de todo tipo de xogos.

Convén presentar distintos exemplos de funcións definidas sobre o espazo da mostra, para que poidan distinguir cales cumpren os tres axiomas de probabilidade e cales non.

Aconséllase ver con todo detalle as consecuencias dos axiomas de probabilidade, así como a súa demostración, xa que os alumnos poden comprendelas e ademais resúltalles moi formativo, pois contribúe a desenvolver o rigor lóxico e a capacidade dedutiva.

Probabilidade da unión de sucesos

Débase insistir, de novo, no concepto de sucesos compatibles e incompatibles para achar a probabilidade da unión de dous sucesos nos dous casos.

Probabilidade condicionada. Independencia de sucesos

O concepto de probabilidade condicionada non é fácil, por iso débese iniciar o seu estudo coa presentación dunha táboa de dobre entrada, como figura no texto, para a que se calculen distintas frecuencias relativas, aparecendo por primeira vez a idea de frecuencia relativa dun suceso condicionado a outro.

Posteriormente débese ver co exemplo a relación existente entre $h(B/A)$, $h(B \cap A)$, $h(A)$ para, polo visto na epígrafe 4, pasar da idea de frecuencia relativa condicionada ao concepto de probabilidade condicionada.

Probabilidade composta

Os diagramas de árbore axudan moitísimo para a adquisición deste concepto que intuitivamente poden obter sen necesidade de excesivas formalizacións.

Teorema da probabilidade total

Como na epígrafe anterior, procederemos presentando un exemplo e calculando a probabilidade total. Non resulta nada difícil que comprendan que deben sumar as probabilidades dos camiños para os cales se pide a probabilidade, pois xa viron a probabilidade da unión de sucesos incompatibles.

Suxírese continuar coa utilización de diagramas de árbore, pois é sumamente intuitiva e resúltalles moi sinxela.

Unha vez conseguida a destreza do cálculo de probabilidades totais, non resultará difícil poder formalizar, se o profesor o considera oportuno, a presentación do enunciado do teorema de probabilidade total, así como a súa demostración.

Teorema de Bayes

O teorema de Bayes non forma parte dos currículos de todas as comunidades autónomas, polo que deixamos ao criterio do profesor a súa exposición.

En calquera caso, non resulta difícil se se procede de forma análoga a como fixemos cos dous teoremas anteriores. Presentación dun exemplo suficientemente claro para que vexan que nesta ocasión, ao coñecer unha certa información, o universo queda reducido.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Como noutras moitas unidades, o uso da calculadora científica é fundamental, sobre todo para calcular o número de casos posibles cando utilizemos a combinatoria.
- Xogos de azar como dados (cúbicos ou non), moedas, baralla etc.
- A folla de cálculo Excel permítenos simular experimentos aleatorios coa función ALEATORIO.

UNIDADE 13: Distribucións binomial e normal

Nesta unidade introdúcese o concepto de variable aleatoria, de tipo discreto e continuo, e iníciase o estudo dos modelos teóricos de probabilidade coas distribucións de probabilidade asociadas a variables aleatorias discretas. Faise un tratamento máis detallado da distribución binomial, unha das distribucións discretas de probabilidade máis útiles, dadas as súas aplicacións nos procesos de inspección de calidade, análise de mercado, investigación en ciencias experimentais ou estudos de opinión.

Péchase a unidade co estudo das variables continuas e, como modelo máis xeneralizado, a distribución normal. A través do proceso de tipificación da $N(\mu, \sigma)$ á $N(0, 1)$ explicárase o cálculo de probabilidades con estas variables aleatorias e doutras que en certas circunstancias poidan aproximarse a unha normal.

I. OBXECTIVOS

- Desenvolver os conceptos asociados ás distribucións discretas de probabilidade.
- Desenvolver os conceptos asociados ás distribucións continuas de probabilidade.
- Obter probabilidades a través das funcións de probabilidade ou de distribución das variables aleatorias $B(n, p)$ e $N(\mu, \sigma)$.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

1. Obter a función de probabilidade dunha variable aleatoria discreta (v.a.d.).
2. Calcular os parámetros dunha v.a.d., media ou esperanza matemática, varianza e desviación típica.
3. Obter, a partir da función de densidade, a función de distribución dunha variable aleatoria continua (v.a.c.) e viceversa.
4. Calcular probabilidades de intervalos nunha v.a.c. e determinar os seus parámetros.
5. Resolver problemas de v.a.d. de distribución $B(n, p)$.
6. Resolver problemas de v.a.c. de distribución $N(\mu, \sigma)$.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar unha notación e unha terminoloxía adecuadas para expresar as probabilidades de que certas variables aleatorias cumpran unhas condicións. Por exemplo: a probabilidade de que un neno ao nacer pese entre 3 e 3,5 kg $\rightarrow p[3 \leq X \leq 3,5]$. (C1, C2, C7)
- A busca de variables aleatorias do noso ámbito permítenos dotar os nosos alumnos de habilidades para buscar, obter, procesar e comunicar información, e para transformala en coñecemento. (C2, C3, C4)
- Mediante o manexo das variables aleatorias, tanto a binomial como a normal, podemos facer estudos relacionados con outras ramas da ciencia, como a economía, a bioloxía, a medicina, e incluso para outros campos como a produción e a industria. (C2, C3, C5, C8)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Variables aleatorias discretas e continuas.
- Función de probabilidade e de distribución dunha variable aleatoria discreta.
- Media, varianza e desviación típica dunha v.a. discreta.
- A distribución binomial $B(n, p)$.
- Cálculo de probabilidades nunha v.a. $B(n, p)$.
- Función de densidade dunha v.a. continua. Cálculo da media e da varianza.
- A distribución normal.
- Transformación de $N(\mu, \sigma)$ en $N(0, 1)$. Tipificación.
- Cálculo da $B(n, p)$ mediante a aproximación á $N(np, \sqrt{npq})$.

Procedementos

- Determinar o percorrido dunha v.a. discreta.
- Achar a función de probabilidade dunha v.a.d.
- Calcular a media ou esperanza matemática e a desviación típica dunha v.a.d.
- Identificar v.a. que teñen unha distribución binomial.
- Asignar probabilidades mediante a función de probabilidade da v.a. $B(n, p)$ ou utilizando táboas.
- Comprobar se unha función posúe ou non as características dunha función de densidade.
- Calcular a media e a varianza dunha v.a.c.
- Achar, mediante integración ou graficamente, a probabilidade dun intervalo nunha v.a.c.
- Manexar a táboa da $N(0, 1)$ para obter valores da función de distribución.
- Tipificar unha v.a. $N(\mu, \sigma)$.
- Resolver problemas de variables aleatorias $N(\mu, \sigma)$ e $B(n, p)$.
- Obter os parámetros da distribución normal que se aproxima a unha distribución binomial.
- Resolver problemas por aproximación, mediante unha distribución normal dunha v.a. que segue unha distribución binomial.

Actitudes

- Recoñecemento e valoración da utilidade das matemáticas para interpretar e describir situacións da vida real e de carácter científico.
- Valoración crítica das informacións de tipo probabilístico que se transmiten a través dos medios de comunicación.
- Interese pola investigación de estratexias e de ferramentas que nos permitan abordar problemas de diferentes variables aleatorias que xorden en calquera disciplina do noso ámbito.
- Predisposición para aprender conceptos, relacións e técnicas novas para resolver problemas.

▪Gusto polo cálculo ordenado e a representación gráfica clara e precisa das funcións de probabilidade, distribución e densidade de variables aleatorias.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Variable aleatoria

É importante que o alumno distinga claramente os conceptos de variable estatística e de variable aleatoria.

Deben propoñerse diferentes exemplos de variables aleatorias para diferenciar as discretas das continuas.

Función de probabilidade. Media e varianza

Introdúcese o concepto de función de probabilidade a partir dun exemplo sinxelo, como pode ser o lanzamento dun dado cúbico coas caras numeradas do un ao seis, asociando a cada suceso a súa probabilidade.

Co exemplo anterior pódense introducir os conceptos de media e varianza dunha variable aleatoria discreta.

Suxírese utilizar a analoxía e ver á vez as diferenzas que existen entre unha táboa de frecuencias relativas dunha variable estatística discreta e unha función de probabilidade dunha variable aleatoria discreta, así como os conceptos de media, varianza e desviación típica para ambos os tipos de variables.

Distribución binomial

É moi importante insistir nas características que ten que cumprir unha variable aleatoria para que siga unha distribución binomial. Por iso suxerimos a presentación de distintos exemplos de variables aleatorias, de maneira que unhas sigan a distribución binomial e outras non.

É adecuado formalizar con todo rigor a probabilidade de obter r éxitos en n probas independentes ($r \leq n$).

Pódense propoñer distintos exemplos de distribucións binomiais $B(n, p)$ mantendo fixo n e variando p , para obter as funcións de probabilidade, así como a súa representación gráfica, como se fai cun exemplo na marxe desta epígrafe.

Media e varianza da distribución binomial

Para o cálculo da media, varianza e desviación típica dunha variable que segue unha distribución binomial calquera de parámetros $B(n, p)$, aconséllase estudar en primeiro lugar a variable aleatoria reducida de Bernoulli, calculando os parámetros estatísticos. Posteriormente pásase ao caso de n probas repetidas.

Función de densidade. Media e varianza

Unha forma que parece adecuada para introducir a idea de función de densidade pode ser partir do histograma unha variable aleatoria discreta que se agrupou en intervalos e ir tratando de reducir a amplitude dos intervalos de cada clase, ata chegar a que sexan infinitesimais.

Parece bastante complicado, pero cremos moi necesario insistir na idea de que para as variables aleatorias continuas non ten sentido falar da probabilidade nun punto por ser sempre 0, de aí que para estas variables sempre estudaremos a probabilidade de que tomen valores nun intervalo.

É importante observar que no caso de variable aleatoria discreta trátase de sumar un número finito de sumandos, polo que utilizamos o sumatorio; en cambio, no caso de variable aleatoria continua tratamos de sumar un número infinito de sumandos infinitesimais, polo que temos que utilizar o concepto de integral.

Distribución normal

A función de densidade dunha variable X que segue unha distribución $N(\mu, \sigma)$ é unha función exponencial de aparencia bastante complicada, pero a pesar diso convén tratar de estudala destacando as propiedades máis importantes para comprender mellor a súa gráfica de tipo campaniforme.

O coñecemento de que a área encerrada baixo a curva é igual á unidade, por ser unha función de densidade, e da súa simetría respecto da recta $x = \mu$ vai facilitar moito as cousas á hora de ter que achar probabilidades.

Tipificación da variable. Uso de táboas

Tipificar unha variable X que segue unha $N(\mu, \sigma)$ para obter unha variable Z que segue unha $N(0, 1)$ non é máis ca un simple cambio de variable que podemos ver en dous pasos:

1º Centrar: facer $\mu = 0$.

2º Reducir: facer $\sigma = 1$.

A importancia de tipificar a variable X que segue unha $N(\mu, \sigma)$ estriba en que ao obter a nova variable Z que segue unha $N(0, 1)$, esta atópase tabulada, e é moi sinxelo calcular calquera probabilidade tendo unicamente a precaución de tipificar previamente a variable dada.

Aproximación da binomial pola normal

Ao ser a distribución binomial de variable aleatoria discreta, ten sentido calcular probabilidades puntuais; en cambio, ao aproximar mediante unha normal non ten sentido, polo que se debe insistir na idea de que a probabilidade puntual se reparte para un intervalo. $P[X_B = r] = P[r - 0,5 \leq X_N \leq r + 0,5]$

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Como noutras unidades, o uso da calculadora científica é fundamental. Existen calculadoras que directamente calculan valores da función de distribución da normal.
- As táboas das funcións de probabilidade da binomial e da función de distribución da $N(0, 1)$.
- Derive tamén achega a posibilidade de efectuar cálculos introducindo a función de densidade da $N(\mu, \sigma)$ e utilizando a integral definida con métodos aproximados de integración numérica.

2º BACHARELATO DE CIENCIAS E TECNOLOXÍA. MATEMÁTICAS I I

UNIDADE 1: Matrices

Durante o curso anterior os alumnos tiveron unha primeira aproximación ás matrices á hora de aplicar o método de Gauss na resolución de sistemas de ecuacións lineares. Nesta unidade verán como estas ordenacións de datos numéricos en filas e columnas son unha potente ferramenta alxébrica que favorece a representación, interpretación, e manipulación de grandes cantidades de datos que poden estar relacionados con moi diferentes situacións alxébricas, xeométricas etc.

Unha vez que o alumno coñeza a linguaxe e notación básicos destes novos elementos matemáticos, estudará as operacións alxébricas con eles e as propiedades que verifican, e posteriormente coñecerá algunhas das súas aplicacións: grafos, matrices asociadas aos movementos no plano etc.

Abordarase o problema do cálculo do rango dunha matriz e o cálculo da matriz inversa dunha matriz regular polo método de Gauss, aínda que na seguinte unidade se retomarán estes conceptos e se utilizarán os determinantes para o seu cálculo.

I. OBXECTIVOS

- Utilizar as matrices como forma de representar e transmitir información.
- Coñecer e utilizar eficazmente as matrices, as súas operacións e propiedades.
- Coñecer o significado do rango dunha matriz ou dunha familia de vectores, saber calculalo e aplicalo.
- Saber determinar se unha matriz é invertible e, en caso de que o sexa, saber calcular a súa inversa aplicando definición ou utilizando o método de Gauss-Jordan.
- Utilizar as matrices na resolución de problemas xeométricos.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- A. Utilizar as matrices na representación e interpretación de situacións que implican datos estruturados en forma de táboas ou grafos.
- B. Realizar sumas e produtos de matrices entre si e por números reais.
- C. Realizar operacións combinadas con matrices. Resolver ecuacións matriciais sinxelas.
- D. Entender o concepto de rango dunha matriz e saber calculalo polo método de Gauss.
- E. Calcular o rango dunha matriz que depende dun parámetro.
- F. Determinar se un conxunto de vectores fila ou columna son linearmente dependentes ou independentes.
- G. Determinar se unha matriz cadrada é ou non invertible mediante o cálculo do seu rango.

- H. Calcular a matriz inversa dunha matriz dada a partir da definición ou polo método de Gauss-Jordan.
- I. Calcular o transformado dun punto por un ou varios movementos.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar a linguaxe alxébrica en xeral e a matricial en particular para describir e resolver situacións problemáticas en distintos contextos (C1, C2, C3, C4).
- Desenvolver habilidades para procesar e comunicar información a través de táboas numéricas, grafos e matrices sendo capaces de pasar duns métodos aos outros (C2, C4, C7, C8).
- Utilizar aplicacións informáticas para operar con grandes cantidades de datos estruturados, utilizando para isto os comandos de cálculo matricial que estas aplicacións incorporan (C2, C4, C7, C8).
- Desenvolver a autonomía e iniciativa persoal á hora de buscar novos métodos na resolución de problemas das propias matemáticas ou doutras ciencias (C2, C3, C5, C7, C8).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Matrices. Conceptos básicos.
- Tipos de matrices: fila, columna, rectangular, cadrada, diagonal, triangular, nula, identidade, trasposta, simétrica etc.
- Operacións con matrices: suma e produto por un número. Propiedades.
- Produto de matrices. Propiedades.
- Matrices invertibles. Cálculo da matriz inversa.
- Dependencia linear de filas e columnas. Rango dunha matriz. Método de Gauss no cálculo do rango dunha matriz.
- Grafos e matrices.
- Matrices asociadas aos movementos do plano.

Procedementos

- Utilizar as matrices na representación, interpretación e manipulación de datos numéricos estruturados.
- Coñecer e utilizar a nomenclatura básica das matrices e a súa clasificación.
- Calcular a suma de dúas matrices, do produto dun número por unha matriz e do produto de dúas matrices.
- Determinar a regularidade de matrices cadradas de orde menor ou igual a 3 e calcular a inversa a partir da definición ou polo método de Gauss-Jordan.
- Utilizar o método de Gauss no cálculo do rango dunha matriz.
- Utilizar o cálculo matricial no estudo dos movementos do plano e a teoría de grafos. Aprecio polos métodos de representación tabulada de datos numéricos.

Actitudes

- Valoración positiva das matrices e a álgebra matricial para resolver situacións problemáticas relacionadas coas matemáticas ou con outras ciencias.
- Gusto por facilitar de forma clara e precisa a información mediante a utilización de táboas, grafos e matrices.
- Valoración das novas tecnoloxías pola súa utilidade no tratamento e manipulación de grandes cantidades de información.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Táboas e matrices

Pódese comezar o estudo das matrices coa introdución de cadrados máxicos ou *sudokus*.

É conveniente presentar nesta epígrafe a terminoloxía usual: filas, columnas, dimensión etc.

Convén insistir na distinción entre filas e columnas, para o que se aconsella presentar variados exemplos.

Clasificación das matrices

Clasifícanse as matrices segundo a súa forma e elementos.

É importante enfatizar que matrices deben ser cadradas por definición (simétrica, identidade etc.).

É aconsellable introducir os conceptos de diagonal principal e secundaria, que se utilizarán máis adiante no método de Gauss, os rangos e os determinantes.

Suma de matrices

Os alumnos saben sumar vectores de \mathbf{R}^2 , que son matrices de dimensións 1×2 . Estendendo esta idea, xeneralízase á suma de matrices calquera.

Débense ver as propiedades da suma e comprobalas utilizando as propiedades da suma de números reais.

Mediante a idea de matriz oposta pódese definir a diferenza de matrices $A - B$ como a suma da matriz A coa oposta de B .

Produto dunha matriz por un número real

Os alumnos saben multiplicar un elemento de \mathbf{R}^2 por un número real. Estendendo esta idea, xeneralízase ao produto dunha matriz por un número real.

Débense enunciar as propiedades do produto dun número real por unha matriz. É conveniente que as comprobemos con matrices calquera.

Dependendo do tipo de alumnos, pódese chegar a definir a estrutura de espazo vectorial e concluir que $(M_{m \times n}, +)$ é un espazo vectorial sobre $(\mathbf{R}, +, \cdot)$.

Produto de matrices

O produto de matrices é bastante difícil de entender, polo que se debe proceder de forma gradual; débese comezar polo produto dunha matriz fila por unha matriz columna. Posteriormente, e comezando con casos sinxelos, introdúcese o produto de matrices.

Convén presentar distintos exemplos para que se comprenda cando son multiplicables dúas matrices. Débese insistir na non conmutatividade do produto e as súas consecuencias.

Matriz inversa

Introdúcese o concepto de inversa dunha matriz A , como A^{-1} que cumpre $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$, se existe.

O cálculo da matriz inversa débese facer a partir da definición anterior.

É importante que os alumnos comprendan e comprobemos que non toda matriz ten inversa.

Dependencia linear de filas ou columnas. Rango dunha matriz

Introdúcese o concepto de liñas (vectores filas ou columnas) linearmente dependentes e independentes.

Convén proceder de forma gradual con diversos exemplos, xa que o concepto de dependencia non lles resulta sinxelo aos alumnos.

Unha vez comprendido o concepto de dependencia e independencia linear, é o momento de introducir o concepto de rango dunha matriz.

Cálculo do rango dunha matriz polo método de Gauss

Pártese da idea de que o vector nulo depende linearmente de calquera familia de vectores, e, posteriormente, a través do concepto de matriz en esqueira, introdúcese o método de Gauss.

Convén presentar múltiples exemplos para que vexan como ten que ser unha matriz para que teña rango 0, rango 1 etc.

Cálculo da matriz inversa polo método de Gauss-Jordan

O cálculo da matriz inversa polo método de Gauss-Jordan pode resultar difícil para os alumnos. Dado que na seguinte unidade se expón o cálculo da inversa utilizando determinantes, débese valorar, segundo o tipo de alumnos, se tratar ou non esta epígrafe.

Aplicacións das matrices

Para introducir o concepto de grafo, pode resultar interesante presentar o problema resolto por Euler sobre as pontes de Königsberg.

O segundo paso é asociar unha matriz a un grafo, para o cal se debe proceder inicialmente con exemplos de grafos moi sinxelos.

Parece un tanto incompleto quedar unicamente coa idea de matriz M asociada a un grafo. Pódese avanzar co cálculo da matriz M^2 e sucesivas, e incluso a matriz $M + M^2$, e comprender o significado dos seus elementos.

As matrices e os movementos no plano

É moi posible que non todos os alumnos visen en cursos anteriores os movementos no plano, polo que sería aconsellable un breve resumo destes e a identificación de cada un deles coa súa matriz asociada.

A utilización das matrices facilita considerablemente o cálculo de movementos sucesivos e o estudo de movementos inversos.

O feito de que, en xeral, o produto de matrices non é conmutativo axuda a comprender a razón de que a composición de movementos non é conmutativa en moitos casos.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Aplicacións informáticas como Derive ou Wiris, que inclúen comandos directos para realizar as operacións típicas da álgebra matricial.
- Calculadoras científicas e gráficas que permiten introducir matrices de grandes dimensións e realizar operacións con elas, así como calcular rangos, inversas etc.
- Follas de cálculo, como Excel, que tamén incorporan comandos propios do cálculo matricial.

UNIDADE 2: Determinantes

A noción de determinante dunha matriz cadrada é sen dubida unha ferramenta moi útil en toda a álgebra linear polas súas aplicacións no cálculo da inversa dunha matriz regular, do rango dunha matriz (e, polo tanto, no estudo da dependencia e independencia linear de vectores) e na discusión de sistemas de ecuacións lineares mediante o teorema de Rouché e a súa resolución polo método de Cramer, aplicacións que, sen dúbida, xustifican o estudo desta unidade.

A excesiva complexidade da definición clásica de determinante dunha matriz cadrada de orde n aconsella utilizala só para determinantes de matrices cadradas de orde 2 e 3, e, tras enumerar e demostrar algunhas das propiedades dos determinantes, utilízalas nos métodos de simplificación do cálculo de determinantes de matrices de orde superior.

I. OBXECTIVOS

- Coñecer a definición de determinante dunha matriz cadrada e saber calcular o seu valor para matrices cadradas de orde menor ou igual a 3.
- Coñecer a regra de Sarrus e aplicala no cálculo de determinantes de orde 3.
- Coñecer as propiedades dos determinantes e utilízalas na simplificación do cálculo de determinantes de matrices de orde maior ou igual a 3.
- Utilizar os determinantes no cálculo matricial.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- A. Calcular determinantes de orde 2.
- B. Calcular, mediante a regra de Sarrus, determinantes de orde 3.
- C. Utilizar as propiedades dos determinantes no cálculo de determinantes da orde maior ou igual a 3.
- D. Calcular o rango dunha matriz mediante o uso de determinantes.
- E. Calcular o rango dunha matriz que depende dun parámetro.
- F. Comprobar mediante determinantes se unha matriz cadrada é invertible.
- G. Utilizar os determinantes para calcular a inversa dunha matriz cadrada regular.
- H. Resolver ecuacións matriciais en cuxa formulación interveñen matrices regulares de orde menor ou igual a 3.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar a linguaxe alxébrica en xeral, e a relativa a matrices e determinantes en particular, para describir e resolver situacións problemáticas en distintos contextos (C1, C2, C3, C4).
- Diseñar, a partir da definición e propiedades dos determinantes, novas estratexias que faciliten o seu cálculo e poidan utilizarse na resolución doutras situacións propias da álgebra, a xeometría etc. (C2, C3, C7, C8).
- Utilizar os medios tecnolóxicos para simplificar os longos e tediosos cálculos que en ocasións supoñen a resolución dos problemas de álgebra linear, e, en concreto, o cálculo de determinantes de matrices de ordes elevadas (C2, C4, C7, C8).
- Desenvolver a autonomía e iniciativa persoal á hora de elixir o método máis apropiado na resolución de problemas propios do álgebra linear e do cálculo de determinantes en particular (C3, C5, C7, C8).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Determinantes de segunda e terceira orde.
- Determinantes de matrices de orde superior.
- Propiedades dos determinantes.
- Adxuntos dos elementos dunha matriz cadrada.
- Desenvolvemento dun determinante polos elementos dunha fila ou columna.
- Matriz adxunta.
- Caracterización da regularidade dunha matriz mediante determinantes.
- Cálculo da matriz inversa dunha matriz regular mediante determinantes.
- Cálculo do rango dunha matriz mediante determinantes.
- Ecuacións matriciais.

Procedementos

- Calcular determinantes de orde dous e tres (regra de Sarrus).
- Utilizar as propiedades dos determinantes na simplificación do seu cálculo.
- Calcular determinantes desenvolvendo polos elementos dunha fila ou columna.
- Usar transformacións lineares para facer cero varios elementos dunha fila ou columna dunha matriz.
- Calcular determinantes por triangulación. Método de Gauss.
- Obter a matriz adxunta dunha dada.

- Determinar a regularidade ou singularidade dunha matriz cadrada.
- Obter a inversa dunha matriz regular mediante determinantes.
- Calcular o rango dunha matriz mediante determinantes.
- Determinar o rango dunha matriz dependente dun parámetro.
- Resolver ecuacións matriciais usando matrices inversas.

Actitudes

- Valoración dos determinantes pola súa utilidade na resolución de problemas da álgebra linear e da xeometría.
- Interese polos procedementos que permiten simplificar cálculos laboriosos utilizando as propiedades inherentes a determinados obxectos matemáticos.
- Gusto pola presentación ordenada e explicada das técnicas aplicadas para a obtención do valor dun determinante.
- Interese pola utilización de distintos métodos na resolución dun mesmo problema valorando as vantaxes e inconvenientes de cada un deles.
- Gusto pola investigación de relacións e pautas que poden seguir certos determinantes.
- Valoración das novas tecnoloxías pola súa precisión e rapidez nos cálculos matriciais e de determinantes.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Determinantes de segunda e terceira orde

Comézase co estudo de determinantes de segunda orde, cuxa definición é sinxela; non lle ocorre o mesmo á definición de determinantes de terceira orde, que resulta bastante aparatosa, polo que é aconsellable presentar canto antes a regra de Sarrus.

Determinante dunha matriz cadrada

Introdúcese o concepto de matriz complementaria dun elemento, dentro dunha matriz cadrada, como a matriz que se obtén ao eliminar a fila e a columna que ocupa o elemento. Intencionadamente evítase o termo “menor complementario” por consideralo innecesario.

Introdúcese o concepto de adxunto dun elemento.

Suxírese presentar unha matriz de orde dous e achar os adxuntos de cada elemento, e posteriormente repetilo nunha matriz de orde tres. Co visto anteriormente resulta sinxelo definir o concepto de matriz adxunta.

Para o cálculo dun determinante por recorrencia, propónse comezar por desenvolver un determinante de orde tres por unha fila ou columna. É interesante que varios alumnos desenvolvan o mesmo determinante por distintas liñas e vexan que chegan ao mesmo resultado.

Propiedades dos determinantes

Unha das aplicacións máis importantes das propiedades dos determinantes é facer un maior número de ceros nas filas ou columnas da matriz.

É moi importante pola súa utilización posterior chegar á comprensión do seguinte resultado: “Se as filas ou as columnas dunha matriz cadrada son linearmente dependentes, entón o seu determinante é nulo, e reciprocamente”.

Desenvolvemento dun determinante por un elemento e o seu adxunto

A partir do visto na sección anterior non resultará complicado o cálculo de determinantes de orde superior a tres; é este o momento de xustificar a conveniencia de desenvolver pola liña (fila ou columna) que teña un maior número de ceros.

A aplicación de transformacións lineares que deixen invariable o determinante dunha matriz permitirá transformar un determinante noutro igual en que todos os elementos dunha liña, salvo un, sexan ceros, e, posteriormente, desenvolver polos elementos desa liña.

Método de Gauss para o cálculo de determinantes

Comézase a epígrafe co estudo do determinante dunha matriz triangular.

Como os alumnos xa viron o método de Gauss para o cálculo do rango dunha matriz, aplícalo para o cálculo dun determinante non presenta dificultade.

Cálculo da matriz inversa por determinantes

Os alumnos xa calcularon na unidade anterior matrices inversas, a partir da definición e aplicando o método de Gauss. Nesta epígrafe calcúlase a matriz inversa utilizando o concepto de determinante.

Aconséllase comezar con matrices de orde dous, para ver despois exemplos de matrices de orde tres.

O cálculo da matriz inversa dunha matriz de orde superior a tres non se debe facer aplicando a definición, xa que supoñen sistemas de ecuacións lineares moi grandes. De feito, este cálculo resulta moi laborioso por calquera método, polo que é o momento de que o alumno vexa a utilidade de certas ferramentas informáticas para o cálculo de determinantes.

Cálculo do rango por determinantes

Nesta epígrafe utilízase o concepto de determinante para o cálculo do rango dunha matriz.

Convén insistir en que o rango máximo dunha matriz $m \times n$ é menor ou igual ao mínimo de m e n .

Matrices dependentes de parámetros

Na PAU aparecen con moita frecuencia exercicios en que se pide o estudo do rango dunha matriz cadrada dependente dun parámetro, ou os valores do parámetro para os que a matriz non ten inversa. Tamén se adoita pedir o cálculo da matriz inversa para un valor determinado do parámetro; por iso se incluíu unha epígrafe específica para a resolución deste tipo de exercicios.

Ecuacións matriciais

Preséntanse ecuacións matriciais para despexar a matriz incógnita X . A dificultade principal reside en que os alumnos están acostumados ás operacións conmutativas. Por primeira vez estudan una lei non conmutativa, o produto de matrices, e isto cáusalles algunhas dificultades ao despexar a incógnita, xa que deben prestar atención a se multiplican pola dereita ou pola esquerda.

Aínda que as matrices que interveñen nas ecuacións matriciais adoitan ser cadradas, convén realizar algún exercicio en que non todas o sexan (nin sequera é necesario que sexan da mesma dimensión).

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Aplicacións informáticas como Derive ou Wiris, que inclúen comandos directos para realizar as operacións típicas da álgebra matricial e en concreto calculan determinantes, rangos, matrices, inversas etc.
- Calculadoras científicas e gráficas que teñen implementada a opción de calcular o determinante dunha matriz cadrada.
- Follas de cálculo, como Excel, que tamén incorporan comandos propios do cálculo matricial.

UNIDADE 3: Sistemas de ecuacións lineares

Os sistemas de ecuacións lineares estudáronse en primeiro de Bacharelato utilizando para isto o método de Gauss, ao que se chegaba mediante unha xeneralización do método de redución utilizado en Secundaria para resolver sistemas de dúas ecuacións lineares con dúas incógnitas, e que se repasa de novo nesta unidade.

A expresión matricial dun sistema de ecuacións lineares, xunto aos conceptos de matriz inversa, rango dunha matriz e determinante dunha matriz cadrada, estudados nas unidades anteriores, permitirán chegar a resultados moi importantes non só na resolución de sistemas de ecuacións lineares (regra de Cramer) senón tamén no estudo previo da súa compatibilidade ou incompatibilidade e na determinación do número de solucións (teorema de Rouché). A discusión e resolución de sistemas dependentes dun ou dous parámetros permitirán profundar en todos os conceptos e procedementos que integran estas tres primeiras unidades didácticas.

A interpretación xeométrica dos sistemas de dúas ecuacións lineares con dúas incógnitas servirá para repasar a posición relativa de rectas no plano e preparará o camiño para o estudo do bloque de xeometría do espazo, e, en concreto, da posición relativa de dous ou máis planos no espazo.

I. OBXECTIVOS

- Resolver sistemas de ecuacións lineares polo método de Gauss.
- Coñecer a regra de Cramer e utilizala, cando sexa posible, na resolución de sistemas de ecuacións lineares.
- Coñecer o teorema de Rouché e utilizalo na determinación da compatibilidade dun sistema de ecuacións lineares.
- Comprender a interpretación xeométrica dos sistemas de dúas ecuacións lineares.
- Determinar a compatibilidade de sistemas de ecuacións lineares dependentes dun parámetro e resolvelos nos casos en que sexa compatible.
- Utilizar os sistemas de ecuacións lineares para formular e resolver problemas en diversos contextos.

CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- A. Resolver sistemas de ecuacións lineares polo método de Gauss.
- B. Expresar matricialmente un sistema de ecuacións lineares e, se é posible, resolvelo utilizando a matriz inversa da matriz de coeficientes.
- C. Resolver, mediante a regra de Cramer, sistemas de ecuacións lineares de tres ecuacións con tres incógnitas.
- D. Determinar, tanto por Gauss como aplicando o teorema de Rouché, a compatibilidade de sistemas de ecuacións lineares, e resolvelos no caso de seren compatibles.
- E. Resolver sistemas homoxéneos.
- F. Determinar a posición relativa de dúas rectas no plano.
- G. Discutir e resolver sistemas de ecuacións lineares dependentes dun parámetro.

H. Formular e resolver problemas que dean lugar a sistemas de ecuacións lineares.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar a linguaxe alxébrica para describir e resolver situacións problemáticas en distintos contextos (C1, C2, C3, C4).
- Interpretar e analizar a validez dos resultados obtidos ao resolver os sistemas de ecuacións lineares utilizados para describir problemas en diversas situacións (C2, C3, C8).
- Utilizar os medios tecnolóxicos na resolución de sistemas de ecuacións lineares (C2, C4).
- Coñecer a evolución histórica da álgebra linear e dos distintos métodos de resolución de sistemas de ecuacións (C5, C6).
- Desenvolver a autonomía e iniciativa persoal á hora de buscar novos métodos na resolución de problemas reais en calquera contexto (C3, C5, C7, C8).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Sistemas de ecuacións lineares. Expresión matricial.
- Clasificación dos sistemas de ecuacións lineares.
- Sistemas equivalentes. Criterios de equivalencia.
- Resolución de sistemas de ecuacións lineares. Método de Gauss.
- Sistemas de Cramer. Regra de Cramer.
- Teorema de Rouché.
- Discusión e resolución de sistemas de ecuacións lineares.
- Sistemas lineares homoxéneos.
- Interpretación xeométrica de sistemas lineares con dúas incógnitas.
- Sistemas dependentes dun parámetro. Discusión e resolución.

Procedementos

- Formular matricialmente un sistema de ecuacións lineares dado na súa forma clásica e viceversa.
- Obter sistemas equivalentes a un dado mediante transformacións lineares.
- Resolver sistemas de ecuacións lineares polo método de Gauss.
- Resolver sistemas de ecuacións de Cramer mediante a matriz inversa da matriz de coeficientes.
- Resolver sistemas de ecuacións lineares mediante a regra de Cramer.
- Aplicar o teorema de Rouché na determinación da compatibilidade dun sistema de ecuacións lineares.
- Discutir sistemas que dependen dun parámetro.
- Resolver sistemas homoxéneos.
- Determinar a posición relativa de dúas rectas no plano.

Actitudes

- Interese na busca de novas estratexias de resolución de sistemas de ecuacións lineares.
- Curiosidade polos procesos que conducen á xeneralización de situacións e métodos.
- Confianza na capacidade para describir situacións relacionadas co cotián ou con outras disciplinas a través da linguaxe alxébrica dos sistemas de ecuacións.
- Valoración positiva das técnicas relativas á resolución de sistemas de ecuacións lineares como ferramentas eficaces, que se poden aplicar a numerosos problemas en diversos contextos e relacionados coas ciencias o coa tecnoloxía.
- Valoración das novas tecnoloxías pola súa utilidade na resolución de sistemas de ecuacións lineares cun elevado número de variables e condicións.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Expresión matricial dun sistema de ecuacións lineares

Nesta epígrafe o alumno aprende a expresar un sistema de ecuacións lineares (SEL) en forma ordinaria, en forma matricial e en notación por columnas, e a utilizar indistintamente calquera destas formas.

A notación por columnas emprégase relativamente pouco, pero incluíuse porque é moi útil para a demostración do teorema de Rouché-Fröbenius.

Solucións. Sistemas equivalentes

Xeneralízase nesta epígrafe a terminoloxía vista na páxina de "Para empezar" para sistemas de dúas ecuacións con dúas incógnitas.

Convén insistir en transformar un sistema noutro equivalente aplicando os criterios de equivalencia.

A aplicación dos criterios de equivalencia permite eliminar ecuacións do sistema obtendo outro sistema equivalente ao inicial e máis sinxelo.

Resolución de sistemas lineares polo método de Gauss

Os alumnos xa estudaron o método de Gauss noutros contextos, por exemplo, para o cálculo do rango dunha matriz, para o cálculo dun determinante etc. Por iso resúltalles familiar aplicar o método de Gauss para a resolución dun SEL.

O estudo da compatibilidade e incompatibilidade dun SEL, unha vez aplicado o método de Gauss, é sinxelo.

Desde o punto de vista práctico hai unha proporción de alumnos aos que o método de Gauss lles resulta moi difícil e prefiren aplicar o teorema de Rouché-Fröbenius, aínda que en xeral é moito máis laborioso e comporta un maior risco de equivocarse.

Resolución de sistemas polo método da matriz inversa

O método para resolver un SEL pola matriz inversa é sinxelo, pero moi limitado: é necesario que o determinante da matriz de coeficientes sexa distinto de cero.

En calquera caso, como na unidade 2 xa viron as ecuacións matriciais e despxeron a matriz de incógnitas utilizando o concepto de matriz inversa, este procedemento non lles resulta dificultoso.

Regra de Cramer

A demostración da regra de Cramer resulta moi interesante, xa que pode servir para repasar conceptos vistos nas unidades anteriores.

A aplicación da regra de Cramer resúltalles sinxela aos alumnos xa que é moi mecánica, aínda que en moitas ocasións é máis fácil e rápido o método de Gauss; ademais, a regra de Cramer só se pode aplicar a sistemas de Cramer, e este feito impón bastantes limitacións.

Criterio de compatibilidade. Teorema de Rouché

Suxírese realizar a demostración do teorema de Rouché-Fröbenius, posto que permite repasar conceptos vistos en unidades anteriores e abordar o concepto de dependencia e independencia linear de vectores que se utilizará nas unidades de xeometría. Así mesmo, é unha boa ocasión para iniciar os alumnos na terminoloxía habitualmente utilizada de “condición necesaria” e “condición suficiente”.

Sistemas lineares homoxéneos

Por primeira vez incluíuse unha epígrafe específica para os sistemas homoxéneos, aínda que formalmente son casos particulares de SEL.

A particularidade que presentan os sistemas de ecuacións lineares homoxéneos é que sempre son compatibles e sempre teñen a solución trivial, polo que o seu estudo se realiza para ver se teñen solucións distintas da trivial.

Interpretación xeométrica dos sistemas de dúas ecuacións lineares con dúas incógnitas

Aconséllase iniciar esta epígrafe repasando a expresión alxébrica dunha recta no plano.

Nesta epígrafe faise a primeira aplicación do teorema de Rouché-Fröbenius para estudar as posicións relativas de dúas rectas no plano.

Unha vez desenvolvida completamente esta epígrafe, o alumno deberá ser capaz de saber a posición relativa de dúas rectas simplemente mirando con detalle o sistema de dúas ecuacións con dúas incógnitas e sen necesidade de realizar ningún cálculo.

Sistemas dependentes de parámetros

Suxírese que, antes de entrar en sistemas de ecuacións lineares con parámetros, os alumnos teñan clara a seguinte idea: os SEL ou non teñen solución, ou teñen solución única ou teñen infinitas solucións. É dicir, non é posible que un SEL teña dúas solucións; se teñen máis dunha solución, teñen infinitas.

Os sistemas de ecuacións lineares dependentes dun ou varios parámetros son como familias de sistemas, de forma que para cada valor do parámetro ou parámetros a súa compatibilidade e solución son distintas.

Estes sistemas son un bo exemplo para poñer en práctica todos os coñecementos vistos nas tres unidades de álgebra linear.

Ao revisar as PAU de moitos anos de todas as universidades, obsérvase que a discusión e resolución dun sistema de ecuacións lineares dependentes dun parámetro é o problema que aparece con maior frecuencia. Por isto, propónse e resólvese un gran número de problemas variados deste tipo ao longo da unidade.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Aplicacións informáticas como Derive ou Wiris, que resollen sistemas de ecuacións e teñen a posibilidade de representar (no plano e no espazo) as gráficas correspondentes a cada ecuación e visualizar as súas solucións.
- Calculadoras científicas e gráficas.
- Follas de cálculo, como Excel, que tamén incorporan comandos de resolución de sistemas de ecuacións.

UNIDADES 4: Xeometría no espazo. Vectores no espazo

Como xa se viu no curso anterior, a utilidade e necesidade dos vectores é un feito incuestionable, tanto no estudo das magnitudes vectoriais na Física coma no estudo das Matemáticas e, en particular, da Xeometría.

A través do concepto máis concreto e tanxible de vector fixo, conducirase ao alumno ao concepto abstracto de vector libre e as operacións que poden realizarse con el. Como aplicación inmediata da suma de vectores e o produto por números, introducirase o concepto de combinación linear de vectores e da dependencia linear, e, a partir de aquí, manexaranse as bases do espazo vectorial V^3 e as coordenadas dun vector respecto dunha base, que xeralmente será ortonormal ou canónica.

En canto ás outras operacións en V^3 , verase que o produto escalar definido no curso anterior en V^2 segue tendo sentido en V^3 e verifica as propiedades xa coñecidas. En canto ás súas aplicacións, a máis utilizada será o cálculo de ángulos. Pero en V^3 definiranse operacións adicionais con vectores que non teñen sentido en dimensión dous, como son o produto vectorial e o mixto. As súas propiedades e aplicacións non soamente serán útiles no estudo dos problemas métricos da Xeometría; tamén no estudo dos campos gravitacional, eléctrico e magnético constituirán unha ferramenta imprescindible en Física.

I. OBXECTIVOS

- Comprender e manexar adecuadamente os conceptos de combinación linear e de independencia linear para poder expresar un vector en función dos vectores dunha base e determinar as súas coordenadas.
- Efectuar correctamente o produto escalar de vectores e aplicar esta operación para resolver problemas de ortogonalidade, e para calcular o módulo dun vector e o ángulo que determinan dous vectores.
- Efectuar correctamente o produto vectorial e o mixto con vectores de V^3 e comprender a súa interpretación xeométrica para aplicarlos á resolución de problemas métricos.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- A. Expresar un vector como combinación linear doutros vectores dados.
- B. Determinar a dependencia ou independencia linear dun conxunto de vectores.
- C. Multiplicar escalarmente dous vectores tanto na forma xeométrica coma na analítica.
- D. Determinar condicións de ortogonalidade de dous vectores dependentes dun parámetro.
- E. Saber achar o ángulo de dous vectores e determinar vectores ortogonais a un dado.
- F. Calcular correctamente produtos vectoriais e produtos mixtos cuns vectores coñecidos.
- G. Aplicar o produto vectorial para determinar unha dirección ortogonal ao plano vectorial V^2 determinado por dous vectores.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar os vectores para expresar magnitudes físicas vectoriais do mundo cotián, como a forza, a aceleración ou a velocidade (C1, C2, C3).
- Recoñecer a utilidade das representacións vectoriais e saber interpretalas en múltiples aspectos da vida diaria: sinais de tráfico, mapas meteorolóxicos, diagramas de fluxo etc. (C1, C2, C3, C4, C5).
- Resolver de maneira clara, rigorosa e exacta, utilizando vectores e representacións gráficas, problemas próximos tanto de Xeometría coma de Física (C2, C3, C5, C6, C8).
- Utilizar as novas tecnoloxías para efectuar representacións precisas de puntos e vectores (C2, C4, C8).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Os conxuntos R^2 e R^3 .
- Vectores fixos e libres no espazo. Equipolencia.
- Operacións con vectores libres. Propiedades.
- Combinación linear de vectores e dependencia linear.
- Base de V^3 . Coordenadas dun vector.
- Produto escalar de vectores. Expresión analítica.
- Vectores ortogonais.
- Ángulo de dous vectores.

- Produto vectorial.
- Produto mixto de tres vectores.

Procedementos

- Efectuar operacións en \mathbb{R}^2 e en \mathbb{R}^3 .
- Determinar os elementos dun vector fixo (orixe, extremo, dirección, sentido e módulo).
- Resolver problemas de paralelogramos coa equipolencia de vectores.
- Efectuar operacións con vectores, tanto analítica coma graficamente.
- Expresar un vector como combinación linear doutros dous.
- Determinar se dous vectores son linearmente dependentes ou independentes.
- Achar coordenadas de vectores respecto da base canónica e respecto doutras bases.
- Multiplicar escalarmente dous vectores.
- Achar o ángulo que determinan dous vectores.
- Determinar vectores ortogonais e unitarios.
- Efectuar produtos vectoriais de dous ou máis vectores.
- Achar o produto mixto de tres vectores a partir do produto vectorial.
- Realizar o produto mixto en forma analítica e comparalo co outro procedemento.

Actitudes

- Disposición favorable para o estudo e coñecemento do cálculo vectorial e recoñecer a necesidade e a utilidade dos vectores e as súas operacións.
- Interese pola busca de situacións e problemas en que aparezan os vectores ou sexan imprescindibles para a súa resolución ou representación.
- Predisposición para aprender conceptos, relacións, e técnicas novas para resolver problemas.
- Gusto pola representación gráfica clara e precisa de vectores e puntos no espazo.
- Valoración positiva do uso dos produtos de vectores para a resolución de problemas de xeometría, como determinación de ángulos e de ortogonalidade, e cálculo de distancias, áreas e volumes.
- Valoración das novas tecnoloxías pola súa utilidade no cálculo vectorial e a súa representación gráfica.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Vectores fixos e libres no espazo

Convén que os alumnos comprendan o concepto de equipolencia de vectores, que lles permitirá clasificar os vectores fixos do plano.

Pódese introducir o concepto de coordenadas dun vector nunha base ortonormal como a terna de \mathbb{R}^3 , que indica cara a onde apunta o vector (adiante-atrás, dereita-esquerda, arriba-abaxo).

Operacións con vectores libres. O espazo vectorial V^3

É conveniente empezar efectuando en \mathbb{R}^3 a suma e o produto por números reais con varios exemplos. A representación gráfica da suma de dous vectores libres e o produto por números reais axudaralles a comprender mellor o concepto de combinación linear.

Dependencia linear. Bases de V^3 e coordenadas de un vector

É recomendable efectuar exercicios de expresar un vector como combinación linear doutros nos tres casos posibles: expresión única, infinitas expresións e cando non é posible. Son unha boa aplicación dos sistemas de ecuacións lineares da unidade anterior.

Para a determinación da dependencia linear débese facer uso dos determinantes, e tamén é moi útil o método de Gauss que se aplicou para calcular o rango dunha matriz.

Convén poñer exemplos de bases non ortonormais e determinar coordenadas doutros vectores nelas. No caso de bases non ortonormais, é moi ilustrativo determinar as coordenadas dos vectores da base, referidos á propia base, para ver que sempre son (1, 0, 0), (0, 1, 0) e (0, 0, 1), e en cambio o seu módulo non ten por que ser igual a 1.

Produto escalar de dous vectores

Ao principio hai que insistir bastante en que o produto escalar de vectores se chama así porque o resultado é un escalar (un número) e non un vector.

É importante que a expresión analítica do produto escalar se obteña a partir da definición, pero que non constitúa a súa definición.

Hai que prestarlles especial atención ás expresións analíticas do produto escalar cando os vectores non están referidos a bases ortonormais.

Módulo dun vector

O módulo é un concepto sinxelo que os alumnos xa viron en V^2 . Convén estendelo a V^3 a partir do produto escalar.

É importante facerlle ver ao alumno que, nunha base non ortonormal, o teorema de Pitágoras non é útil para achar módulos.

Ángulo de dous vectores

Ao achar o ángulo de dous vectores, hai que ter coidado de relacionar o signo do produto escalar co tipo de ángulo: agudo, recto ou obtuso.

Posto que no espazo hai infinitas direccións ortogonais a unha dada, non é tan fácil coma no plano determinar unha dirección concreta que sexa ortogonal a outra dada. A representación gráfica é fundamental para que o alumno comprenda este punto.

Produto vectorial de dous vectores

Para evitar a confusión dos alumnos, é moi importante aclarar que aínda que para achar un produto vectorial se utilice unha expresión en forma de determinante, tal expresión non é un determinante posto que o resultado é un vector e non un número real.

Ao facer o desenvolvemento da expresión en forma de determinante, é boa idea utilizar o desenvolvemento por menores complementarios da fila ou columna que teñen os vectores da base, pois estes menores si son determinantes.

Débense remarcar a non conmutatividade e a non asociatividade do produto vectorial, que adoitan causarlles bastantes dificultades aos alumnos.

Tamén é conveniente utilizar o produto vectorial para achar o ángulo de dous vectores, para comprender que este método non determina de maneira unívoca o ángulo, mentres que o produto escalar si o fai.

Produto mixto de tres vectores

Hai que indicar claramente que, pola súa definición, nin o produto vectorial nin o mixto teñen sentido en V^2 .

Débese acostumar ao alumno a efectuar este produto de ambas as formas: a partir dos produtos vectorial e escalar, e, analiticamente, mediante un determinante.

Por último, débese relacionar o caso do produto mixto nulo co de vectores linearmente dependentes.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Calculadora científica ou gráfica, en especial para determinar o ángulo de dous vectores.
- Instrumentos e materiais de debuxo como regra, escuadro e cartabón, compás e papel con tramas ortonormais (cuadrículado corrente) e tramas non ortonormais.
- Libros doutras materias científicas, como os de Física, para ver a importancia do uso de vectores e o cálculo vectorial.
- Aplicacións informáticas como Derive ou Wiris, onde se poden representar facilmente puntos e vectores tanto no plano coma no espazo, e incluso utilizar a retícula para apreciar mellor as coordenadas

UNIDADE 5: Planos e rectas no espazo

No curso anterior estudáronse os elementos xeométricos elementais do plano afín: punto, recta e curva (cónicas). Neste curso e ao longo das seguintes unidades procederáse a facer un estudo dos elementos xeométricos elementais do espazo afín tridimensional: punto, recta, curva, plano e superficie. A recta e o plano son casos particulares de curva e superficie.

O espazo afín tridimensional, como conxunto de puntos, está asociado ao espazo vectorial V^3 ; por conseguinte, serán os puntos e os vectores libres de V^3 , coas súas operacións, os elementos necesarios para determinar as ecuacións das curvas e superficies no espazo. Mediante un sistema de referencia determinaránse as coordenadas de cada punto do espazo como as coordenadas do seu vector de posición, e serán as relacións de dependencia entre vectores as que determinarán as condicións ou ecuacións que deben cumprir os puntos de cada curva ou superficie.

Tras expresar de distintas formas a ecuación da recta e do plano, procederáse a efectuar un estudo referente á súa posición relativa, e analizaránse os problemas de incidencia, paralelismo e intersección. Para este estudo utilizaránse tanto as relacións vectoriais de dependencia linear coma o estudo e a discusión dos sistemas de ecuacións lineares visto nas unidades anteriores.

I. OBXECTIVOS

- Determinar as coordenadas do punto que verifica certas condicións segundo a súa posición no espazo.
- Aprender a determinar de distintas formas a ecuación da recta e o plano e, reciprocamente, a recoñecer os puntos e as direccións das rectas e os planos mediante a súa ecuación.

- Coñecer e comprender a determinación normal do plano e as súas aplicacións aos problemas de perpendicularidade e proxeccións ortogonais.
- Recoñecer a posición relativa de rectas e planos no espazo e manexar correctamente os conceptos de incidencia, paralelismo e intersección.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- A. Dividir un segmento en partes iguais.
- B. Achar as coordenadas do baricentro dun triángulo.
- C. Coñecer e saber achar as distintas ecuacións dunha recta, pasar dunhas a outras e determinar con elas puntos da recta e o seu vector director.
- D. Saber determinar un plano de distintas formas e saber achar en cada caso a súa ecuación.
- F. Saber achar proxeccións de puntos sobre rectas e de puntos e rectas sobre planos.
- E. Achar a ecuación dun plano do que se coñece un punto e a dirección do vector normal.
- G. Resolver problemas de paralelismo, perpendicularidade e intersección de rectas e planos.
- H. Efectuar o estudo da posición relativa entre dúas rectas, entre unha recta e un plano, e entre dous ou tres planos.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Expresar de forma rigorosa e en linguaxe matemática (alxébrica), de diferentes formas, a relación que verifican os puntos dunha recta ou dun plano (C1, C2, C7).
- Recoñecer a utilidade das distintas expresións da ecuación dunha recta ou dun plano, e usar en cada caso a máis adecuada (C1, C2, C3, C8).
- Potenciar a creatividade dos alumnos permitíndolles e suxeríndolles distintos métodos para afrontar e resolver un problema xeométrico (C7, C8).
- Resolver de maneira clara, precisa e exacta, utilizando elementos xeométricos e representacións gráficas adecuadas, problemas xeométricos no plano e no espazo mediante as novas tecnoloxías (C2, C4, C8).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Sistemas de referencia.
- Punto medio dun segmento.
- Elementos xeométricos, dimensión e graos de liberdade.
- Ecuacións da recta. Vector director.
- Ecuacións do plano.
- Planos coordenados.
- Plano que pasa por tres puntos.
- Vector normal a un plano e ecuación normal.
- Posicións relativas dunha recta e un plano.
- Posicións relativas de dous e de tres planos.
- Posicións relativas de dúas rectas.
- Feixes de planos.
- Problemas de incidencia e paralelismo.

Procedementos

- Determinar as coordenadas dun punto nun sistema de referencia dado.
- Achar as coordenadas do punto medio dun segmento.
- Dividir un segmento en partes iguais ou en partes proporcionais a certas cantidades.
- Determinar de distintas formas a ecuación dunha recta cando se coñece un punto e o vector director ou dous puntos.
- Obter puntos dunha recta e o seu vector director cando se coñece a súa ecuación.
- Achar a ecuación do plano nas súas distintas expresións.
- Calcular en forma paramétrica a ecuación da recta definida por dous planos.
- Estudar a posición relativa de dúas rectas, de dous planos, e de recta e plano.
- Achar a proxección dun punto sobre unha recta e sobre un plano.
- Achar interseccións de rectas, de planos e de recta e plano.
- Resolver problemas de incidencia mediante feixes de planos.

Actitudes

- Disposición favorable para o estudo e coñecemento da xeometría analítica.
- Recoñecemento da necesidade e a utilidade de coñecer e poder determinar a ecuación da recta e o plano.

- Interese pola busca de situacións e problemas en que sexan precisas as condicións de paralelismo e perpendicularidade.
- Predisposición para aprender conceptos, relacións e técnicas novas para resolver problemas.
- Gusto pola representación gráfica clara e precisa de puntos, rectas e planos no espazo.
- Valoración positiva do uso da xeometría analítica para a resolución de problemas de simetría e de lugares xeométricos.
- Valoración das novas tecnoloxías pola súa utilidade na Xeometría, especialmente a representación gráfica.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Sistemas de referencia no espazo

Convén que os alumnos asuman que as referencias no espazo xeométrico non deben ser obrigatoriamente ortonormais. Porén, cando efectivamente o son, os cálculos facilitáanse de forma notable e, ademais, pódese adoptar unha definición sinxela de produto escalar de vectores que determinará, á súa vez, unha definición sinxela de distancia.

Vector definido por dous puntos. Punto medio

A obtención das coordenadas do punto medio de dous vectores e do baricentro dun triángulo son dous bos motivos para que os alumnos se internen no mundo das demostracións matemáticas e vaian asumindo a necesidade de contar cun certo nivel de rigor no seu desenvolvemento.

Elementos xeométricos, dimensión e graos de liberdade

É moi importante que os alumnos saiban clasificar os elementos xeométricos en rectas, curvas, planos ou superficies mediante a simple observación das súas ecuacións paramétricas e o seu número ou tipo de parámetros ou, no seu caso, do número e tipo de ecuacións implícitas que os determinan.

Ecuación vectorial e ecuacións paramétricas da recta no espazo

É conveniente insistir na idea de que dous grupos de ecuacións paramétricas, en aparencia diferentes, poden representar a mesma recta.

Outras ecuacións da recta

En ocasións, para expresar as ecuacións continuas dunha recta é necesario escribir nalgún dos denominadores un 0. Os alumnos están acostumados a oír que a división por 0 non está definida.

Deben ter presente, non obstante, que, neste caso, os ceros unicamente indican que a correspondente coordenada do vector de dirección é nula, e non representan unha verdadeira operación aritmética.

Ecuación do plano

É importante que os alumnos comprendan que, no espazo de tres dimensións, un plano sempre queda determinado por unha única ecuación linear. Unha recta, polo contrario, queda determinada por dúas ecuacións lineares que poden entenderse como a intersección dos dous planos que definen.

Planos coordenados e plano que pasa por tres puntos

Os alumnos deben distinguir de forma automática as ecuacións dos planos coordenados e os seus paralelos, e dos eixes coordenados e as súas rectas paralelas.

Un plano pode quedar determinado por un punto e dous vectores de dirección. Neste caso, para calcular a súa ecuación débese utilizar o correspondente determinante ou o da súa matriz trasposta.

Vector normal a un plano. Ecuación normal do plano

É moi importante que os alumnos distingan entre vector de dirección e vector normal dun plano. Tamén deben asumir que para determinar un plano son precisos, ademais dun punto, dous vectores de dirección independentes ou, alternativamente, un único vector normal.

Posicións relativas dunha recta e un plano

Para estudar a posición relativa dunha recta e un plano poderíanse estudar os rangos das correspondentes matrices que determinan. Porén, neste caso recoméndase estudar, simplemente, a intersección dos dous obxectos resolvendo o correspondente sistema de ecuacións lineares.

Posicións relativas de dous planos

Como forma alternativa para estudar a posición relativa de dous planos, pódese facer notar aos alumnos que dous planos con vectores normais proporcionais son paralelos ou coincidentes. Noutro caso, os planos córtanse nunha recta.

Posicións relativas de tres planos

O problema que se trata nesta sección é unha boa ocasión para mostrarlles aos alumnos a relación existente entre a álgebra e a xeometría.

Posicións relativas de dúas rectas

Pódeselles propoñer aos alumnos unha forma alternativa de estudar a posición relativa de dúas rectas no espazo: observar a existencia ou non dun punto de intersección resolvendo o sistema linear e observando se os vectores de dirección son ou non proporcionais.

Feixes de planos

A utilización dos feixes de planos constitúe un método alternativo para resolver numerosas situacións relacionadas coa incidencia e o paralelismo entre estes obxectos.

Problemas de incidencia e paralelismo

Para facilitar a resolución de problemas de tipo xeométrico recoméndase a elaboración previa dun debuxo esquemático que poña de manifesto os datos, as incógnitas da situación, e as relacións entre elas.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Calculadora científica programable, que resulta moi útil para calcular rapidamente determinantes.
- Instrumentos e materiais de debuxo como regra, escuadro e cartabón, compás e papel con tramas ortonormais (cuadrículado corrente) e tramas non ortonormais.
- Cabri, o programa interactivo de Xeometría, que resulta moi útil e que se recomenda para efectuar representacións gráficas no plano e no espazo e interactuar con elas.
- Outras aplicacións informáticas, como Wiris ou Derive, non dedicadas en exclusiva á Xeometría, pero coas que resulta fácil e didáctico representar rectas no plano, e planos no espazo.

UNIDADE 6: Propiedades métricas

Para completar o estudo dos puntos, rectas e planos no espazo, e aproveitando o cálculo vectorial e as súas aplicacións, nesta unidade estudaranse as relacións métricas entre eles: ángulos, distancias, proxeccións, áreas e volumes.

Comézase recordando as propiedades métricas no plano, coñecidas desde o curso anterior, e avánzase facendo un estudo similar pero no espazo tridimensional.

En primeiro lugar estúdase os ángulos introducindo os conceptos novos de ángulo diedro e ángulo que definen dúas rectas que se cruzan. A continuación, e aproveitando as condicións de ortogonalidade entre recta e plano, estúdase as proxeccións do punto e da recta sobre o plano. Para determinar as distancias entre os distintos elementos xeométricos do espazo, redúcese cada caso ao estudo da distancia entre dous puntos; non obstante, aproveitando as propiedades dos produtos con vectores obtéñense expresións de cálculo máis sinxelas.

A unidade conclúe co cálculo de áreas de paralelogramos e triángulos e o volume de paralelepípedos e tetraedros.

I. OBXECTIVOS

- Aprender a calcular ángulos entre dúas rectas, dous planos ou unha recta e un plano.
- Determinar condicións de perpendicularidade para obter as proxeccións ortogonais de rectas e puntos sobre un plano, ou de puntos sobre unha recta.
- Saber calcular a distancia entre os diferentes elementos xeométricos (puntos, rectas e planos).
- Saber calcular a área e o volume das figuras máis elementais (triángulo, paralelogramo, tetraedro e paralelepípedo).

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- A. Achar o ángulo que determinan dous vectores e o ángulo entre dúas rectas.
- B. Achar o ángulo que determinan dous planos secantes e o ángulo entre recta e plano.
- C. Efectuar proxeccións de puntos sobre rectas e planos.
- D. Calcular a proxección dunha recta dada sobre un plano determinado.
- E. Achar a distancia entre dous puntos, entre punto e recta, punto e plano, rectas e planos paralelos, e rectas que se cruzan.
- F. Calcular a área dun triángulo e o volume dun tetraedro cando se coñecen as coordenadas dos seus vértices.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Expresar de forma rigorosa e en linguaxe matemática (alxébrica), de diferentes formas, as fórmulas que permiten calcular ángulos, distancias e condicións de perpendicularidade no espazo (C1, C2, C7).
- Efectuar representacións gráficas precisas, utilizando o material adecuado, de cada un dos elementos xeométricos no espazo tridimensional (C2, C3, C6, C8).

- Potenciar a creatividade dos alumnos, permitiéndolles e suxeríndolles distintos métodos para afrontar e resolver problemas métricos de xeometría no espazo (C7, C8).
- Resolver os problemas de maneira clara, precisa e exacta, utilizando elementos xeométricos e representacións gráficas adecuadas, mediante as novas tecnoloxías (C2, C4, C8).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Ángulo entre dúas rectas.
- Ángulo entre dous planos.
- Ángulo entre recta e plano.
- Proxeccións ortogonais sobre recta e plano.
- Distancia entre dous puntos.
- Distancia dun punto a un plano.
- Distancia entre planos paralelos.
- Distancia dun punto a unha recta.
- Distancia entre rectas paralelas.
- Distancia entre rectas que se cruzan. Perpendicular común.
- Áreas de paralelogramos e de triángulos.
- Volumenes de paralelepípedos e tetraedros.

Procedementos

- Determinar os vectores directores de rectas e normais de planos.
- Calcular o ángulo de dúas rectas.
- Calcular o ángulo entre recta e plano utilizando a recta proxectada sobre o plano.
- Calcular directamente o ángulo entre recta e plano.
- Determinar a distancia entre dous puntos.
- Calcular a distancia entre un punto e un plano mediante a proxección ortogonal do punto.
- Achar a distancia entre rectas paralelas, entre planos paralelos e entre recta e plano paralelos.
- Calcular a distancia entre dúas rectas que se cruzan e a ecuación da recta que corta perpendicularmente ambas.
- Calcular produtos vectoriais, achar os seus módulos e interpretar o resultado.
- Calcular as áreas de paralelogramos e triángulos, coñecidas as coordenadas dos seus vértices.
- Obter o volume dun tetraedro en función das coordenadas dos seus vértices.
- Contrastar o resultado obtido no cálculo do volume do tetraedro, mediante o produto mixto, co cálculo clásico do volume dunha pirámide. Disposición favorable para o estudo e coñecemento da xeometría analítica e das ferramentas vectoriais na resolución de problemas métricos.

Actitudes

- Interese pola busca de distintos métodos para afrontar a resolución de problemas en Xeometría.
- Predisposición para aprender conceptos, relacións e técnicas novas para resolver problemas xeométricos.
- Gusto pola representación gráfica clara e precisa dos elementos no espazo.
- Valoración positiva do rigor científico na obtención de resultados e na resolución de problemas xeométricos.
- Valoración das novas tecnoloxías pola súa utilidade en facilitar os cálculos métricos e representar graficamente os resultados.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Ángulo entre dúas rectas

Nesta epígrafe é preciso insistirlles aos alumnos na idea de que o ángulo entre dúas rectas non sempre é o ángulo que definen os seus vectores directores, e que dúas rectas que se cruzan tamén determinan un ángulo, aínda que non exista o seu vértice.

Ángulo entre dous planos

Débase definir claramente o ángulo rectilíneo dun diedro, que entraña certa dificultade para os alumnos, e convén calcular, nalgún caso, o ángulo que forman dous planos mediante o ángulo que compoñen as rectas de intersección dos planos dados con outro plano calquera perpendicular a ambos.

Ángulo entre recta e plano

Este concepto resúltalles máis complexo aos alumnos, porque, a diferenza dos anteriores, involucra o seno e non o coseno. É necesario facerlles comprender que o ángulo que determina unha recta coa súa proxección ortogonal sobre o plano é o complementario do ángulo que forma a devandita recta

con outra perpendicular ao plano. Ao interiorizar este concepto, resúltalles bastante máis fácil determinar o seu vector director.

Proxección ortogonal dun punto e unha recta sobre un plano

Ao proxectar un punto sobre un plano, débese expresar en forma paramétrica a ecuación da recta que contén o punto e é perpendicular ao plano. En canto ao método de proxección dunha recta sobre o plano, adoita ser máis rápido e intuitivo para os alumnos efectuar a intersección do plano con outro perpendicular que contén a recta.

Distancia entre dous puntos

É conveniente aproveitar este punto para comprobar a desigualdade triangular e confirmar que a igualdade soamente é certa cando os tres puntos están aliñados.

Distancias dun punto a un plano e entre planos paralelos

Recoméndase efectuar o cálculo mediante as tres formas: entre o punto e a súa proxección, utilizando a expresión vectorial, e mediante a expresión analítica.

Unha forma útil de explicar a distancia entre dous planos paralelos é utilizar as distancias da orixe de coordenadas a cada un dos planos.

Distancias dun punto a unha recta e entre rectas paralelas

O método recomendado para determinar a distancia dun punto a unha recta é construír o triángulo de vértices, o punto dado e dous puntos arbitrarios da recta. Se se toma como base o lado contido na recta, a altura será precisamente a distancia buscada.

Un método curioso que chama a atención dos alumnos e resulta ilustrativo é obter a devandita distancia como un problema de optimización, expresando a distancia do punto a un punto xenérico da recta, e achando mediante a derivada o mínimo absoluto da devandita función.

Recoméndase reducir o cálculo da distancia entre rectas paralelas ao da distancia dun punto a unha recta.

Distancia entre rectas que se cruzan

Dado que hai varias construcións posibles para obter esta distancia, é interesante comezar propoñéndolles aos alumnos que intenten calculala por si mesmos, coas ferramentas das que dispoñen neste punto.

A expresión vectorial desta distancia serve tamén para estudar a posición relativa das dúas rectas.

Perpendicular común a dúas rectas

O problema da perpendicular común que corta ambas as rectas ten bastante dificultade para os alumnos, e convén explicar varios métodos diferentes. Dar a ecuación da perpendicular común como intersección de planos é un método que adoita gustarlles aos alumnos.

É conveniente comparar este problema co de achar a recta que pasa por un punto e que se apoia en dúas rectas que se cruzan.

Áreas de paralelogramos e triángulos

Débese insistir moito en tomar o valor absoluto, dado que todas as áreas deben ser positivas.

É interesante complementar o método coa observación de que calquera polígono pode descompoñerse en triángulos, e que sabendo achar a área do triángulo, sábese calcular a área dun polígono.

Volumes de paralelepípedos e tetraedros

Igual que no plano o triángulo é o polígono máis elemental, no espazo o corpo máis elemental é o tetraedro. Igual que na epígrafe anterior, recoméndase insistir no valor absoluto e acompañar o cálculo cunha intuición xeométrica.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Calculadora científica programable, en especial para o cálculo dos determinantes involucrados nos problemas métricos.
- Instrumentos e materiais de debuxo como regra, escuadro e cartabón, compás e papel cuadriculado.
- Cabri, o programa interactivo de Xeometría, que resulta moi útil e se recomenda para efectuar representacións gráficas no plano e no espazo e interactuar con elas.
- Outras aplicacións informáticas, como Wiris ou Derive, non dedicadas en exclusiva á Xeometría pero coas que resulta fácil e didáctico calcular determinantes e facer representacións xeométricas no espazo.

UNIDADE 7.1: Límites de funcións

Desde o último curso da Educación Secundaria Obrigatoria, os alumnos foron familiarizándose coas tendencias que pode presentar unha función cando os valores da variable independente se achegan a unha certa cantidade finita ou infinita. Neste curso e nesta unidade desenvólvese dunha forma rigorosa e precisa o concepto de límite.

Para aproximar o alumno ao concepto abstracto de límite dunha función nun punto, sobre todo cando non está definida nese punto, comézase recordando as sucesións, que, ao cabo, son funcións de variable enteira, estudando o seu crecemento e o seu acoutamento, e determinando, no seu caso, o seu límite. Manexaranse xa os termos topolóxicos de veciñanza, distancia, punto de acumulación etc. e calcularanse límites de sucesións utilizando os métodos xa vistos no curso anterior.

Tras recordar brevemente o concepto de función real de variable real e o de dominio dunha función, introducirase de forma intuitiva o concepto de límite dunha función nun punto $x = a$, deixando para a última epígrafe da unidade a súa definición formal.

Estudaranse e resolveranse as indeterminacións máis elementais utilizando métodos alxébricos sinxelos e concluirase co estudo dalgúns infinitésimos e da equivalencia entre eles para facilitar o cálculo de indeterminacións sen a axuda da regra de L'Hôpital, que se verá en unidades posteriores. Cerrarase a unidade cunha definición formal e rigorosa do concepto de límite e de límites laterais dunha función nun punto e coa condición necesaria e suficiente para que o exista devandito límite.

I. OBXECTIVOS

- Adquirir de forma intuitiva e definir de maneira formal os conceptos de límites laterais e límite dunha función nun punto.
- Resolver indeterminacións no cálculo de límites de funcións, tanto por métodos alxébricos coma por equivalencias de infinitésimos.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

A. Obter os límites laterais dunha función nun punto e determinar a existencia ou non existencia do límite.

B. Demostrar en casos sinxelos, mediante a definición métrica de límite, que o límite achado por métodos alxébricos verifica a definición.

C. Resolver indeterminacións do tipo $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, $\infty - \infty$, $0 \cdot \infty$, 1^∞ utilizando métodos alxébricos.

D. Resolver indeterminacións por infinitésimos equivalentes.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Relacionar o cálculo de límites con outras ciencias, como a Física ou a Economía, para comprender e expresar mellor certos conceptos, como a velocidade instantánea ou as tendencias a longo prazo (C1, C2, C5, C7).
- Coñecer a aritmética do infinito, as indeterminacións e os procesos para resolvelas (C2, C7, C8).
- A través do cálculo de límites, aprender, entender e investigar outros conceptos matemáticos máis complexos (C2, C7).
- Reforzar o uso da calculadora e dos programas informáticos, ao obter expresións decimais para estimar o valor dun límite e para estudar as discontinuidades e as asíntotas dunha función (C2, C4, C8).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Límite dunha función nun punto. Límites laterais.
- Límites infinitos e límites no infinito.
- Cálculo de límites.
- Indeterminacións.
- Infinitésimos equivalentes.
- Definición formal de límite.

Procedementos

- Estudiar a monotonía dunha sucesión.
- Determinar se ten ou non cotas e achalas no seu caso.
- Calcular límites de sucesións, incluíndo a indeterminación 1^∞ .
- Tomar sucesións adecuadas e achar con elas, de maneira intuitiva, o límite dunha función nun punto.
- Calcular límites laterais en funcións definidas a anacos.
- Calcular límites nun punto e no infinito en que haxa distintas indeterminacións.

- Resolver indeterminacións do tipo 1^∞ a partir da sucesión (ou función) que serve para definir o número e .
- Achar límites con infinitésimos equivalentes.

Actitudes

- Disposición favorable para buscar e recoñecer a tendencia dos termos dunha sucesión.
- Interese pola busca de solucións en casos de indeterminación.
- Valoración positiva das técnicas para calcular límites e resolver indeterminacións.
- Predisposición para aprender conceptos, relacións e técnicas novas para resolver problemas.
- Gusto pola utilización de técnicas rigorosas no cálculo de límites.
- Valoración positiva polo uso das novas tecnoloxías para a determinación de límites.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Funcións reais de variable real

É importante resaltar a utilidade do concepto de función no estudo de fenómenos de natureza non estritamente matemática e relacionados, por exemplo, coas ciencias da natureza ou a tecnoloxía.

Hai que insistir no cálculo de dominios, propoñendo exemplos de funcións dos diferentes tipos que se estudarán en detalle nas seguintes unidades.

É importante que os alumnos comprendan que unha sucesión é un tipo especial de función.

Límite dunha función nun punto

Para mellorar a comprensión do concepto de límite é bo propoñerlles aos estudantes o cálculo de diferentes límites coa axuda da calculadora. Tamén deben saber obter o valor dun límite a partir da gráfica da función.

En funcións definidas a anacos, o alumno debe saber calcular o límite nun punto cando este exista, sen necesidade de debuxar a gráfica da función.

Límites infinitos

Nas funcións racionais, con asíntotas verticais, o estudante debe saber obter, sen axuda da calculadora, $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$, tanto pola dereita coma pola esquerda, se $x = a$ é unha asíntota vertical.

Límites no infinito

É recomendable que previamente a definir o concepto no infinito, se estime o valor de funcións racionais para valores grandes en valor absoluto da variable.

Ilustrar con exemplos que, aínda que ás veces coincidan, os límites en máis infinito e en menos infinito non teñen que ter o mesmo valor.

Insistir na interpretación gráfica da igualdade $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l$. Os exemplos gráficos desta e da anterior sección poderán axudar a clarificar os posibles erros de concepto e a posible confusión entre os límites infinitos e no infinito.

Propiedades dos límites de funcións

Propoñer outros exemplos parecidos ao exercicio 18 en que se practiquen a álgebra de límites e do infinito.

Indeterminacións

Sinalar que só hai unhas poucas indeterminacións no cálculo de límites, posto que coñecendo a aritmética do infinito, na maioría dos casos non hai tal indeterminación, como por exemplo: $(0^+)^{\pm\infty}$ ou

$$\frac{0}{\infty}.$$

Infinitésimos

Como unha alternativa á regra de L'Hôpital, que se estuda máis adiante, é moi importante coñecer a equivalencia dalgúns infinitésimos como $x \sim \sin x \sim \arcsin x \sim tx \sim \arctan x \sim \ln(1+x)$, $\ln(1-x) \sim -x$;

$$\cos x \sim 1 - \frac{x^2}{2}, \text{ cando } x \rightarrow 0.$$

Definicións formais de límite

Aos alumnos que estudan Matemáticas II en Bacharelato e que o próximo curso estarán na Universidade, hai que esixirlles que se expresen con rigor científico e dean unhas definicións precisas do concepto de límite e de límites laterais. Por outra banda, ese mesmo rigor será preciso na definición de continuidade e nas demostracións dos teoremas das funcións continuas.

Pódense utilizar representacións gráficas a grande escala para facilitar a comprensión destas difíciles definicións.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

Calculadoras científicas e gráficas que permiten achar de forma precisa o valor dunha función nun punto ou nas súas proximidades así como analizar a tendencia desta e poder “acercarse ao límite”. Aplicacións informáticas con cálculo simbólico como Wiris ou Derive que permiten introducir funcións mediante as súas expresións alxébricas, operar con elas e calcular límites, tanto nun punto coma no infinito, así como realizar a representación gráfica dela.

UNIDADE 7.2: Continuidade

En cursos anteriores fíxose unha primeira aproximación ao concepto de función continua. Nesta unidade farase un estudo máis profundo deste concepto que está intimamente ligado ao de límite dunha función nun punto. Tamén se analizarán as propiedades que verifican as funcións continuas, sobre todo cando o son nun intervalo cerrado.

Comezase estudando e analizando as gráficas dunhas funcións definidas a anacos para apreciar que, cando os límites laterais dunha función nun punto non coinciden, a gráfica da función mostra unha descontinuidade. Despois de expor unha definición práctica de continuidade, formalízase de maneira análoga ao concepto de límite que se viu na unidade anterior.

A extensión do concepto de continuidade nun punto a continuidade nun intervalo xorde dunha forma natural, aínda que se fará fincapé na continuidade nos intervalos cerrados.

As propiedades das funcións continuas nun intervalo cerrado, co enunciado, demostración aplicacións dos teoremas de Bolzano, valores intermedios e Weierstrass, serán o obxectivo principal desta unidade.

I. OBXECTIVOS

- Adquirir o concepto intuitivo e formal da continuidade dunha función nun punto e nun intervalo, tanto aberto coma cerrado.
- Identificar as funcións continuas e as descontinuas, clasificando nestas as descontinuidades que presenten e determinando os intervalos en que son continuas.
- Aprender a distinguir as ecuacións que non poden ter solución das que seguro que teñen polo menos unha solución por simple aplicación do teorema de Bolzano, determinando intervalos onde se atopan as solucións.
- Adquirir os conceptos de acoutamento, cotas, supremo, ínfimo e extremos absolutos.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- A. Estudiar a continuidade dunha función nun punto.
- B. Saber achar o dominio de continuidade dunha función e a súa relación co dominio desta.
- C. Achar os valores de certos parámetros nas funcións definidas a anacos para que sexan continuas nun punto concreto ou nun intervalo.
- D. Clasificar as descontinuidades dunha función descontinua en varios puntos e efectuar unha representación aproximada da función nunha veciñanza deses puntos.
- E. Analizar se unha función cumpre, ou non, as hipóteses do teorema de Bolzano.
- F. Determinar intervalos da amplitude desexada en que se encontren as solucións dunha ecuación.
- G. Determinar se unha función definida nun intervalo está acoutada e, en caso afirmativo, encontrar o supremo e o ínfimo.
- H. Aplicar e interpretar os teoremas dos valores intermedios e de Weierstrass.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar táboas, a linguaxe alxébrica e a linguaxe gráfica para transmitir informacións referentes á dependencia, evolución e tendencia dunha magnitude física ou social respecto doutra (C1, C2, C3, C5).
- Interpretar de maneira racional a información difundida polos medios de comunicación relativa a funcións de carácter social ou económico que poden presentar descontinuidades en función do tempo, como o pagamento de parquímetros, chamadas telefónicas, ou doutros parámetros, como os tramos de cotización a Facenda dependendo dos ingresos (C1, C2, C5, C8).
- Trasladar a outras materias os conceptos de continuidade e descontinuidade, como por exemplo no mundo da Física onde as descontinuidades aparecen de forma natural, como ocorre na cuantificación da enerxía (C2, C3, C6, C8).
- Utilizar as novas tecnoloxías para obter, analizar e difundir informacións, relativas a temas científicos ou sociais que conteñan táboas de datos relacionados, ou representacións gráficas deles (C4, C5, C6, C7, C8).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Funcións definidas a anacos.
- Continuidade dunha función nun punto.
- Continuidade dunha función nun intervalo.
- Propiedades das funcións continuas nun punto.
- Clasificación dos diferentes tipos de descontinuidade.
- Continuidade das funcións elementais e das operacións con funcións.
- Continuidade da función composta.
- Teorema de Bolzano. Aplicacións.
- Teoremas dos valores intermedios.
- Teorema de Weierstrass.

Procedementos

- Achar dominios de funcións.
- Representar funcións polinómicas de ata segundo grao definidas a anacos.
- Calcular parámetros para que unha función, dependendo dun ou dous parámetros e definida a anacos, sexa continua.
- Determinar os intervalos de continuidade dunha función.
- Clasificar as descontinuidades e efectuar representacións aproximadas das funcións nas proximidades dos puntos de descontinuidade.
- Interpretar a gráfica dunha función indicando os intervalos de continuidade e clasificando as descontinuidades.
- Buscar funcións que presenten un tipo concreto de descontinuidade.
- Aplicar o teorema de Bolzano para resolver de forma aproximada algunha ecuación en que non se poida despxear x por métodos alxébricos.
- Comprobar graficamente o teorema dos valores intermedios.
- Buscar cotas superiores e inferiores así como os máximos e mínimos absolutos de funcións continuas en intervalos cerrados.

Actitudes

- Interese polo coñecemento de funcións elementais e da súa representación.
- Valoración do coñecemento das funcións elementais e das súas gráficas como medio de estudar o comportamento de moitos fenómenos sociais e naturais.
- Valoración das aplicacións do teorema de Bolzano na resolución de ecuacións.
- Gusto pola precisión, a limpeza e a orde á hora de representar a gráfica dunha función para observar a súa continuidade ou tipos de descontinuidade.
- Interese na busca de problemas da vida ordinaria en que aparezan funcións descontinuas.
- Curiosidade por coñecer a evolución dos diferentes conceptos matemáticos e da forma de resolución de ecuacións ao longo da historia das Matemáticas.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Continuidade nun punto e nun intervalo

Insistir na estreita relación que hai entre límite e continuidade.

Facer notar que os exemplos de funcións descontinuas que aparezan neste curso hai que buscalos case sempre en funcións definidas a anacos. Propoñer exemplos de funcións definidas a anacos que sexan continuas e outras descontinuas. Nestas funcións non hai que deixar de estudar a continuidade nos intervalos de definición de cada anaco, ademais de nos extremos dos devanditos intervalos.

Todos os cálculos deberán estar acompañados da súa correspondente interpretación gráfica.

Tipos de descontinuidades

Interpretar a continuidade dunha función sobre a súa gráfica xa construída axuda aos alumnos a consolidar os conceptos e a que realicen conxecturas que, despois, han de comprobar.

Nas descontinuidades esenciais, tamén coñecidas como descontinuidades de segunda especie, hai que poñerlles exemplos de funcións que non teñen algún dos límites laterais e non precisamente

porque teñan límite infinito. Por exemplo: $f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen} \frac{3}{x-1} & \text{se } x < 1 \\ 0 & \text{se } x = 1 \\ \frac{x}{x-1} & \text{se } x > 1 \end{cases}$

Continuidade das funcións elementais

A idea de continuidade está intimamente relacionada coa de límite dunha función nun punto; por ese motivo a continuidade das operacións con funcións dedúcese directamente das propiedades dos límites.

Non obstante, é preciso que ao chegar a este curso os alumnos teñan un coñecemento exacto do dominio e da continuidade das chamadas funcións elementais, engadindo algunha outra de grande interese como o valor absoluto, a parte enteira ou a parte decimal.

Tamén resulta moi instrutivo para os alumnos coñecer funcións con dominio $(-\infty, +\infty)$ que non son continuas en ningún punto ou que son soamente continuas nun ou dous puntos. Por exemplo,

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x \in I \\ x+2 & \text{se } x \in Q \end{cases} \text{ soamente é continua para } x = -1 \text{ e para } x = 2.$$

Teorema de Bolzano

Facer notar que as hipóteses dos teoremas son condicións suficientes para que se verifique a tese. Nese sentido, propoñer exemplos de situacións en que se verifiquen as teses dos teoremas estudados sen que se verifiquen as hipóteses. E ao contrario, exemplos en que non se verifiquen as hipóteses e como consecuencia tampouco a tese.

Propoñer situacións en que se inste aos estudantes a buscar contraexemplos para resultados manifestamente falsos. Por exemplo, se f é continua nun intervalo aberto, entón f é acoutada.

Insistir en que o teorema de Bolzano é unha ferramenta que se utiliza principalmente para aproximar solucións de ecuacións.

O cálculo de raíces aproximadas dunha ecuación, polo método da bisección do intervalo, débese apoiar coa utilización de medios informáticos (Excel, Derive etc.) ou, no seu defecto, mediante o uso de calculadoras científicas ou gráficas.

Teorema dos valores intermedios

Os alumnos deben comprender que o teorema de Bolzano é un caso particular do teorema dos valores intermedios aínda que, realmente, a demostración que supón maiores dificultades é a do primeiro.

Teorema de Weierstrass

Considérase moi importante que os alumnos saiban calcular, se existen, cotas superiores e inferiores, supremos e ínfimos e máximos e mínimos absolutos de funcións que estean definidas nun intervalo $[a, b]$.

Tamén é importante que os alumnos comprendan que a continuidade dunha función nun intervalo cerrado é unha condición suficiente pero non necesaria para que unha función estea acoutada. Por

exemplo $f(x) = \begin{cases} \arctg \frac{1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$ que está acoutada no intervalo $(-\infty, +\infty)$, sendo $-\frac{\pi}{2}$ e $\frac{\pi}{2}$ o ínfimo e o supremo respectivamente, e en cambio non é continua en $x = 0$.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Calculadoras científicas e gráficas que permiten calcular de forma precisa o valor dunha función nun punto ou nas súas proximidades así como analizar a tendencia desta e poder “acercarse ao límite”.
- Aplicacións informáticas como Wiris ou Derive dotadas de cálculo simbólico que permiten introducir funcións mediante as súas expresións alxébricas, operar con elas (operacións alxébricas, composición, inversa etc.), calcular límites, analizar descontinuidades e, por último, representar a gráfica da función.
- Follas de cálculo, como Excel, que permiten elaborar táboas de valores dunha función e utilizando a posibilidade de escribir os números negativos en vermello detectar os cambios de signos, en funcións continuas, que permiten mediante a aplicación do teorema de Bolzano acercarse ao valor das raíces da función.

UNIDADE 8: Derivada dunha función

Os conceptos de derivada dunha función nun punto e función derivada foron abordados o curso anterior, pero a dificultade intrínseca aos devanditos conceptos e a importancia destes aconsellan volver incluílos neste curso en que se conta coa vantaxe de que os alumnos teñen un ano máis de madurez e aínda que non captasen completamente o significado do concepto de derivada, polo menos coñecen as técnicas para calcular as derivadas dalgunhas funcións elementais.

Introducido o concepto de derivada dunha función nun punto e a súa interpretación xeométrica, pásase ao de función derivada para dedicar o resto da unidade a repasar as técnicas de derivación xa

coñecidas e a introducir outras novas. A unidade péchase cunha introdución ao concepto de diferencial.

Pódese observar que, a diferenza do curso anterior, en que moitos conceptos se explicaban dunha forma bastante intuitiva, neste curso préstase moita atención ao rigor e ao formalismo tanto nas definicións coma nos procesos para obter a función derivada de todas as funcións.

I. OBXECTIVOS

- Coñecer a interpretación xeométrica do concepto de derivada dunha función nun punto e saber calcular a ecuación da recta tanxente e a recta normal a unha curva nun punto.
- Saber calcular a función derivada das funcións elementais e das obtidas mediante operacións alxébricas das elementais.
- Saber aplicar correctamente a regra da cadea para calcular a función derivada de funcións obtidas por composición de funcións elementais.
- Aprender a calcular diferenciais, comprender o seu significado xeométrico e saber facer uso desta ferramenta matemática para realizar certos cálculos numéricos de forma aproximada.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Calcular a derivada dunha función nun punto mediante a súa definición como límite.
- Determinar a pendente da tanxente a unha curva nun punto e calcular a súa ecuación e a da recta normal á función no devandito punto.
- Determinar, mediante a aplicación das regras de derivar, a derivada de funcións que se obteñen operando con funcións elementais.
- Derivar funcións que sexan composición de varias funcións elementais mediante a regra da cadea.
- Aplicar a regra da cadea para obter a derivada da función inversa.
- Aplicar a derivación logarítmica e a implícita.
- Achar o valor da diferencial dunha función nun punto para un incremento coñecido da variable.
- Obter diferenciais de funcións e en especial de funcións que expresen magnitudes físicas.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar a linguaxe alxébrica e gráfica para describir a relación que existe entre as variacións que se producen nunha magnitude e as variacións que, como consecuencia destas, aparecen noutra (C1, C2, C3, C5).
- Coñecer o desenvolvemento histórico dos conceptos de diferencial e de derivada e valorar a achega dalgúns científicos a este tema e a súa posterior influencia no desenvolvemento científico e tecnolóxico (C5, C6, C7, C8).
- Utilizar as novas tecnoloxías para obter funcións derivadas e efectuar representacións gráficas de funcións definidas mediante unha expresión alxébrica e da súa derivada (C2, C4, C7, C8).
- Recoñecer como historicamente as matemáticas e as súas aplicacións tecnolóxicas lle permitiron progresar á humanidade no coñecemento das distintas ciencias para conseguir unha mellora nas súas condicións de vida (C5).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Derivada dunha función nun punto.
- Interpretación xeométrica da derivada.
- Ecuación da recta tanxente a unha curva nun punto.
- Función derivada. Derivadas sucesivas.
- Derivadas laterais.
- Derivada das operacións con funcións.
- Derivada da función composta.
- Derivada da función inversa.
- Derivada das funcións exponencial e logarítmica.
- Derivada das funcións trigonométricas e as súas inversas.
- Derivación logarítmica e implícita.
- Aproximación linear dunha función nun punto.
- Diferencial dunha función.

Procedementos

- Determinar a derivada dunha función sinxela nun punto utilizando a definición.
- Determinar a ecuación das rectas tanxente e normal á gráfica da función nun punto dado.

- Obter puntos de tanxencia.
- Obter derivadas laterais en puntos “conflitivos”.
- Obter a derivada da función suma-resta, produto-cociente e composición doutras funcións con derivadas coñecidas.
- Aplicar a regra da cadea.
- Obter a derivada da función inversa nun punto, cando non exista unha expresión alxébrica da devandita función.
- Achar a derivada de funcións exponenciais e logarítmicas.
- Obter mediante derivación logarítmica a derivada de funcións como cocientes, radicais, potencial-exponencial etc.
- Derivar en xeral calquera función.
- Achar a diferencial dunha función e facer uso dela para determinar valores aproximados da función dada en puntos próximos a un coñecido.

Actitudes

- Recoñecemento da utilidade das distintas linguaxes (verbal, gráfica e simbólica) para representar e resolver problemas da vida cotiá e doutras ciencias.
- Valoración positiva da utilidade e eficacia dos procedementos que permiten o cálculo de derivadas de funcións elementais para resolver situacións relacionadas coas propias matemáticas ou coas outras ciencias.
- Valoración da linguaxe simbólica como instrumento útil para describir a variación dunha magnitude, respecto doutra, nun punto ou nun intervalo.
- Valoración das regras de derivación e a regra da cadea pola súa utilidade á hora de calcular derivadas de funcións complexas.
- Sensibilidade e gusto pola precisión, a orde e a claridade que proporciona a linguaxe matemática de funcións no tratamento da información.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Derivada dunha función nun punto

Insistir no cálculo da derivada nun punto utilizando a definición, posto que aínda non se dispón de teoremas sobre cálculo de derivadas. Este cálculo faise especialmente necesario se a función está definida a anacos.

Interpretación xeométrica: rectas tanxente e normal

Insistir na idea de que a existencia de derivada e a de recta tanxente son conceptos que se identifican cando a tanxente non é vertical. Propoñer algún exemplo de función non derivable con tanxente vertical.

Función derivada. Derivadas sucesivas

Resaltar como a definición de derivada nun punto, tomando un punto xenérico, permite calcular a expresión da función derivada.

Derivadas laterais

Non hai que confundir $f'(a^-)$ con $\lim_{x \rightarrow a^-} f'(x)$, porque non é o mesmo. Propoñer exemplos de funcións en que os límites laterais de $f'(x)$ coinciden e a función non é continua e, polo tanto, non derivable. Por

$$\text{exemplo: } f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1 & \text{se } x \leq 0 \\ x^3 + x - 2 & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

Derivadas das operacións con funcións

Insistir en que os teoremas dan condicións suficientes pero podería ocorrer que unha función, produto de dous, fose derivable nun punto sen que ningunha delas o fose. Por exemplo, $f(x) = \sqrt[3]{x}$ non é derivable en $x = 0$ (ten tanxente vertical), pero $g(x) = x\sqrt[3]{x}$ si é derivable en $x = 0$.

Derivada da función composta

Propoñer exercicios de cálculo da derivada dunha función composta nun punto non dando como datos a expresión xeral das dúas funcións, como, por exemplo, sucede no exercicio 14, así como a obtención da derivada de $f \circ g$ dando como datos $f'(x)$ e $g(x)$.

Hai un caso particular moi elemental en que a demostración da regra da cadea do texto non é válida, pero onde obviamente o teorema se verifica: se $g(x)$ é constante. Neste caso, $f \circ g$ é constante e, polo tanto, a igualdade verificase porque ambos os termos da igualdade son cero.

Derivada da función inversa

É interesante que, para obter a derivada da inversa dunha función, os alumnos escriban previamente a composición da devandita función coa súa inversa e, aplicando a regra da cadea, deduzan a derivada da inversa. Isto aforralles lembrar fórmulas caóticas que inducen a erro.

Insistir no cálculo da derivada da inversa sen necesidade de obter a expresión da inversa. Por exemplo, calcular $(f^{-1})'(11)$ sendo $f(x) = x^3 + x + 1$.

Derivadas da función exponencial e logarítmica

Explicar con detalle que a derivada da función $g(x) = \ln|x|$ é $g'(x) = \frac{1}{x}$ se $x \neq 0$, e en xeral a derivada

de $g(x) = \ln|f(x)|$ é $g'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)}$ se $f(x) \neq 0$.

Derivadas das funcións trigonométricas e as súas inversas

Insistir en que se $f(x) = \sin x$, entón $f'(x) = \cos x$ se x está medido en radiáns, pois ao obter $f'(x)$ hai

que calcular $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$, que só vale 1 se x está medido en radiáns. Facerlles obter aos estudantes o devandito límite coa calculadora en graos e radiáns.

A obtención das derivadas das funcións trigonométricas inversas é un claro exemplo das vantaxes da regra da cadea.

Derivación logarítmica e implícita

Na derivación logarítmica, se non se quere complicar os cálculos tomando valores absolutos, á hora de propoñer exemplos de aplicación desta estratexia, hai que asegurarse de que as funcións das que se toman logaritmos son estritamente positivas.

Hai moitas curvas (non definidas por unha función) en que o cálculo da tanxente nun punto é posible unicamente usando a derivación implícita.

Aproximación linear dunha función nun punto. Diferencial dunha función

Facer notar que unha utilidade importante desta ferramenta é a estimación do valor dunha función nun punto.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Ademais das calculadoras científicas ordinarias, que sempre son dunha grande utilidade para axilizar os cálculos, as calculadoras con posibilidade de efectuar representacións gráficas de funcións e a resolución de ecuacións son unha grande axuda nesta unidade.
- Os programas informáticos dotados de ferramentas matemáticas en xeral, tales como a aplicación Derive, Wiris etc. favorecen o cálculo e facilitan a obtención da derivada dunha función e poden ser un instrumento fundamental para a comprobación dos resultados obtidos no cálculo de derivadas e para visualizar a relación entre as gráficas dunha función e das súas derivadas.

UNIDADE 9: Aplicacións da derivada

Na unidade anterior estudáronse os conceptos de derivada dunha función nun punto e o de función derivada dunha función así como o cálculo de derivadas; polo tanto, os alumnos xa saben derivar. Pero cabe preguntarse: Para que serven as derivadas?

Na unidade estúdanse algunhas propiedades das funcións derivables así como as aplicacións das derivadas.

Para determinar unha condición necesaria e suficiente que garanta a existencia da derivada dunha función nun punto, emprégase o concepto das derivadas laterais, que tamén proporciona un argumento para a demostración do teorema de Rolle.

Do teorema do valor medio dedúcanse consecuencias que permiten determinar o crecemento ou decrecemento dunha función nun punto e da regra de L'Hôpital a determinación dalgúns límites indeterminados.

A unidade conclúe coa resolución de problemas de optimización e a aplicación da derivada a outras ciencias experimentais.

I. OBXECTIVOS

- Comprender e saber determinar as derivadas laterais dunha función nun punto.
- Aprender a resolver límites indeterminados por aplicación da regra de L'Hôpital.
- Utilizar as derivadas primeira e segunda dunha función para determinar con elas os intervalos de monotonía, de curvatura e os extremos relativos.

- Presentar e resolver problemas de optimización coa ferramenta da función derivada e a determinación dos intervalos de monotonía.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- A. Obter correctamente as derivadas laterais dunha función nun punto, en especial nas funcións con valor absoluto ou definidas a anacos.
- B. Determinar o valor de certos parámetros para que se verifiquen as condicións de continuidade e derivabilidade dunha función nun punto.
- C. Coñecer os teoremas de Rolle e do valor medio e aplicarlos a exemplos concretos de funcións.
- D. Resolver límites de funcións en que apareza calquera das indeterminacións.
- E. Determinar os extremos relativos dunha función e os intervalos de monotonía.
- F. Determinar os puntos de inflexión dunha función e os intervalos de curvatura.
- G. Resolver problemas de optimización relacionados coa xeometría.
- H. Propoñer e resolver problemas de optimización relacionados coas ciencias experimentais e sociais.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar as funcións e en especial as súas gráficas para describir, analizar e determinar o comportamento dun fenómeno dado por unha expresión alxébrica (C1, C2, C3, C5).
- Interpretar de maneira racional a información gráfica difundida polos medios de comunicación ou científicos relativa á evolución, en función do tempo, dalgunhas variables de carácter social ou económico (C1, C2, C5, C8).
- Acometer, utilizando a terminoloxía adecuada, a resolución de problemas de optimización de carácter científico e incluso funcional ou laboral (C2, C3, C5, C6, C8).
- Utilizar as novas tecnoloxías para obter límites e funcións derivadas que nos permitan a resolución de problemas sacados do mundo que nos rodea e cooperar coas ciencias que estudan estes fenómenos (C2, C4, C7, C8).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Derivadas laterais.
- Continuidade das funcións derivables.
 - Teorema de Rolle.
 - Teorema do valor medio de Lagrange.
- A regra de L'Hôpital e a súa aplicación ao cálculo de límites.
- Indeterminacións.
- Extremos relativos. Crecemento e decrecemento.
- Problemas de optimización.
- Curvatura e puntos de inflexión.
- Aplicacións da derivada a outras ciencias.

Procedementos

- Obter as derivadas laterais dunha función continua nun punto para determinar se é derivable ou non o é.
- Derivar funcións a anacos ou con valores absolutos nos puntos de conflitividade.
- Analizar en cada caso as hipóteses do teorema de Rolle e calcular, cando sexa posible, o punto ou puntos en que se verifica a tese do problema.
- Aplicar o teorema de Rolle para separar as raíces dunha función.
- Aplicar o teorema do valor medio para determinar a pendente da tanxente a un arco de curva que sexa paralela á corda que une os extremos do arco.
- Resolver indeterminacións do tipo $\frac{0}{0}$ por aplicación directa da regra de L'Hôpital.
- Resolver outras indeterminacións despois de transformalas en cocientes do tipo $\frac{0}{0}$ o $\frac{\infty}{\infty}$.
- Determinar os extremos relativos dunha función e os intervalos de monotonía.
- Determinar os puntos de inflexión e os intervalos de curvatura dunha función.
- Resolver problemas de optimización.
- Presentar e resolver problemas doutras disciplinas en que sexa preciso determinar taxas de variación instantánea ou optimizar algunha magnitude. Recoñecemento da utilidade das distintas linguaxes (verbal, gráfica e simbólica) para representar e resolver problemas da vida cotiá e doutras ciencias.

Actitudes

- Valoración positiva da utilidade e eficacia dos procedementos de cálculo de derivadas de funcións elementais para resolver situacións relacionadas coas propias matemáticas ou coas outras ciencias.
- Valoración das aplicacións informáticas á hora de representar de maneira precisa a gráfica dunha función dada pola súa expresión alxébrica.
- Sensibilidade e gusto pola precisión, a orde e a claridade que proporciona a linguaxe matemática de funcións no tratamento da información.
- Curiosidade por buscar casos que manifesten como actúa a natureza para optimizar certas magnitudes: cantidade de luz, resistencia ao vento etc.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS**As derivadas laterais e os límites laterais de $f'(x)$**

Insistir en que as derivadas laterais e os límites laterais de $f'(x)$ non son o mesmo concepto pero que, no caso, de que f sexa continua en $x = a$, ambos coinciden ($f'(a^+)$ e $\lim_{x \rightarrow a^+} f'(x)$, por exemplo). Este resultado é unha ferramenta moi útil para o cálculo de parámetros en funcións definidas a anacos.

Teorema de Rolle

Demostrar con rigor o teorema de Rolle e propoñer exemplos elementais para facer notar que as tres hipóteses do teorema son necesarias, así como insistir en que o teorema de Rolle dá condicións suficientes (como calquera teorema) para que se verifique a tese, propoñendo algún exemplo dalgunha función que nun intervalo non sexa nin continua, nin derivable, nin valla igual nos extremos e que, porén, teña puntos con tanxente horizontal.

Teorema do valor medio

Facer notar que a única forma de xustificar con rigor a relación entre o signo da derivada e o crecemento dunha función nun intervalo, é o teorema do valor medio. Introducilo previamente con argumentos físicos e xeométricos.

A regra de L'Hopital e aplicacións

Sinalar que a aplicación reiterada da regra de L'Hopital pode complicar, sen necesidade, os cálculos. Máis adiante estudárase outra ferramenta (infinitésimos equivalentes) que facilitará os cálculos sen utilizar L'Hopital.

Extremos relativos. Crecemento e decrecemento

Para estudar o crecemento dunha función débense calcular previamente os puntos con tanxente horizontal así como os puntos en que non existe a derivada da función.

Os estudantes deben adquirir fluidez na representación de gráficas, unha vez coñecidos os extremos relativos e os cortes cos eixes.

Problemas de optimización

Un erro moi común entre os estudantes é que os extremos absolutos se deciden tamén coa segunda derivada. Para sacalos deste erro hailles que propoñer exemplos en que os máximos ou mínimos absolutos se alcanzan nos extremos do intervalo de definición da función.

Curvatura e puntos de inflexión

Comezar a epígrafe, facéndolles ver aos alumnos que o simple coñecemento dos intervalos de crecemento e os puntos con tanxente horizontal non é suficiente para esbozar a gráfica dunha función, xa que a gráfica podería ser "tremante", é dicir, con moitos cambios de curvatura.

É moi importante facerlles notar con varios exemplos que o feito de que a derivada segunda se anule nun punto non implica que sexa de inflexión, pero que se pode confirmar se o é, sen máis ca estudar o signo de f'' á dereita e esquerda deste.

No texto ofrécese unha demostración rigorosa da relación entre o signo de $f''(a)$ e a posición da curva respecto á tanxente.

Aplicacións da derivada nas ciencias experimentais

Naquelas situacións en que queremos estudar a variación dunha magnitude respecto doutra, a derivada é unha ferramenta básica, xa que proporciona a taxa de variación instantánea.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Calculadoras científicas ordinarias, que sempre son dunha grande utilidade para axilizar os cálculos. Calculadoras con posibilidade de efectuar representacións gráficas de funcións.
- Os programas informáticos dotados de ferramentas matemáticas en xeral, tales como a aplicación Derive, Wiris etc.
- Programa Funcións para Windows que, igual ca os anteriormente citados, permite ver simultaneamente a gráfica dunha función e a das súas derivadas, o que fai posible apreciar

graficamente a relación que existe entre o signo de $f'(x)$ e o crecemento da función e o signo de $f''(x)$ e a curvatura de $f(x)$.

UNIDADE 10: Representación de funcións

O alumno xa debe ser consciente da utilidade das funcións á hora de describir moitos fenómenos da realidade. Entre as diversas formas de expresar unha relación funcional entre dúas magnitudes mediante táboas, expresións alxébricas ou gráficas, é quizais esta última a que permite analizar e visualizar de forma máis sinxela o seu comportamento, e é especialmente útil á hora de estudar o seu crecemento e a súa tendencia a longo prazo ou para transmitir información a persoas non expertas.

Nesta unidade faise uso de gran parte dos conceptos e procedementos que o alumno adquiriu nas unidades de álgebra e análise matemática xa que construír a gráfica dunha función implica a súa utilización, nunha orde determinada, para calcular dominios, puntos de corte cos eixes, periodicidade e simetrías (resolución de ecuacións e inecuacións e coñecemento do dominio das funcións elementais), asíntotas (cálculo de límites) intervalos de crecemento e decrecemento e extremos relativos (primeira derivada), intervalos de curvatura e puntos de inflexión (segunda derivada e, en ocasións, derivadas sucesivas).

Vólvense revisar familias de funcións xa estudadas polo alumno en cursos anteriores para descubrir as similitudes e diferenzas existentes entre funcións do mesmo tipo e afondar na identificación das expresións alxébricas destas e as súas gráficas.

OBJETIVOS DIDÁCTICOS

- Coñecer e utilizar o procedemento xeral para estudar e representar graficamente funcións.
- Deducir a forma da gráfica dunha función cando á función se lle aplican transformacións de diferentes tipos: translacións, contraccións, dilatacións, cambio de signo etc.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

A. Calcular o dominio dunha función dada pola súa expresión alxébrica, a súa gráfica ou mediante un enunciado, así como a súa continuidade.

B. Calcular os puntos de corte cos eixes e o signo dunha función.

C. Estudar as simetrías e a posible periodicidade dunha función.

D. Calcular a tendencia dunha función no infinito e nas proximidades de puntos illados en que non está definida.

E. Calcular as asíntotas dunha función.

F. Determinar a monotonía e extremos relativos dunha función.

G. Determinar a curvatura e os puntos de inflexión.

H. Representar graficamente funcións polinómicas, racionais, con radicais, exponenciais, logarítmicas e trigonométricas, tras facer un estudo completo das súas características.

I. Representar as gráficas das funcións: $-f(x)$, $f(x) + k$, $f(x+c)$, $a \cdot f(x)$, $f(k \cdot x)$, $|f(x)|$, $f(|x|)$ cando se coñece a gráfica da función $f(x)$.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar as funcións e en especial as súas gráficas para describir, analizar e determinar o comportamento dun fenómeno dado por unha expresión alxébrica (C1, C2, C3, C5).
- Interpretar de maneira racional e crítica a información gráfica difundida polos medios de comunicación relativa á evolución, en función do tempo, dalgunhas variables de carácter social ou económico (C1, C2, C5, C8).
- Utilizar as novas tecnoloxías para representar e analizar o comportamento local e global das funcións (C2, C4, C7, C8).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Dominio e percorrido dunha función.
- Puntos de discontinuidade. Puntos singulares. Puntos críticos.
- Puntos de corte cos eixes. Signo da función.
- Simetrías e periodicidade.
- Ramas infinitas. Comportamento asíntótico. Asíntotas.
- Esquema xeral para o estudo dunha función.
- Estudo xeral e representación gráfica de funcións e familias de funcións polinómicas e racionais.
- Construción de funcións por translación e por dilatación.

Procedementos

- Determinar o dominio e percorrido de funcións dadas pola súa expresión alxébrica ou pola súa gráfica.
- Determinar os puntos de corte cos eixes coordenados e os intervalos en que a función é positiva ou negativa.
- Determinar a paridade dunha función e o seu período, en caso de ser periódica.
- Estudar a tendencia dunha función no infinito e nas proximidades de puntos en que non está definida, e calcular as súas asíntotas.
- Calcular e estudar o signo das derivadas primeira e segunda da función.
- Realizar un estudo completo de diferentes tipos de funcións, en especial polinómicas e racionais, e trazar a súa gráfica.
- Esbozar a gráfica dunha función da que se coñecen suficientes características.
- Dada a gráfica dunha función $f(x)$ representar as das funcións: $f(x) + k$, $-f(x)$, $f(x+c)$, $a \cdot f(x)$, $f(k \cdot x)$, $|f(x)|$, $f(|x|)$.

Actitudes

- Gusto polo rigor e a orde á hora de estudar e representar funcións dadas polas súas expresións alxébricas.
- Valoración da representación gráfica dunha función á hora de interpretar o comportamento do fenómeno ao que a devandita gráfica está asociada.
- Valoración crítica da información recibida en forma gráfica.
- Valoración da calculadora e os recursos informáticos á hora de representar de maneira precisa a gráfica dunha función dada pola súa expresión alxébrica.
- Interese polas novas tecnoloxías para aplicarlas ao estudo e representación gráfica de funcións.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS**Puntos de descontinuidade. Puntos singulares. Puntos críticos**

É importante que os alumnos comprendan que pode haber dúas funcións en aparencia moi diferentes pero que realmente se parezan moito. Por exemplo, as funcións $f(x) = x+1$ e $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$ só se diferencian no punto en que a segunda non está definida.

Tamén deben entender que os conceptos de punto crítico e punto singular non son exactamente iguais. De feito, todos os puntos singulares son críticos pero existen puntos críticos que non son singulares.

Puntos de corte cos eixes. Signo dunha función

O estudo de signo dunha función pode axudar ao estudo da súa gráfica, sobre todo en casos en que sexa difícil determinar outras das súas características ou ben se poidan presentar dúbidas.

Simetrías. Periodicidade

É habitual que algúns alumnos se pregunten por que non se estuda a posibilidade da simetría respecto do eixe X. É un bo momento para lembrar a definición de función e a esixencia de que para cada número real non pode haber máis dunha imaxe.

É interesante introducir a idea de función periódica asociada a diferentes fenómenos reais.

Ramas infinitas. Comportamento asíntotico

É básico que os alumnos comprendan que unha función pode ter unha ou varias ramas infinitas. Para separalas, pódese realizar o estudo previo das asíntotas verticais.

Asíntotas

É importante que os alumnos saiban que, para as funcións racionais, a existencia en $+\infty$ dunha asíntota horizontal ou oblicua implica a existencia desta en $-\infty$. Isto non ocorre, porén, noutros tipos de funcións tales como as irracionais, exponenciais e logarítmicas.

Un erro común é o de considerar que a gráfica dunha función non pode cortar unha das súas asíntotas.

Esquema xeral para o estudo e representación de funcións

É conveniente que os alumnos se acostumen a aplicar de forma sistemática os conceptos, técnicas e procedementos que xa posúen e que comprendan que existen unha serie de estratexias comúns ao estudo de calquera función.

Considérase importante que os alumnos adquiren a capacidade de decidir que aspectos interesa máis estudar á hora de trazar a gráfica dunha función. Neste sentido, é interesante que tras realizar a gráfica dunha función se analice que aspectos axudaron máis á súa elaboración.

Estudo de funcións polinómicas

En xeral, para obter a gráfica dunha función polinómica de forma bastante aproximada, é suficiente con calcular os puntos de corte cos eixes e os extremos relativos.

Estudo de funcións racionais

En xeral, para obter a gráfica dunha función racional de forma bastante aproximada, é suficiente con calcular as asíntotas, os puntos de corte cos eixes e os extremos relativos.

Construción de funcións partindo doutras coñecidas

Entre outras situacións, os procedementos establecidos neste punto pódense utilizar cando é difícil obter os puntos de corte cos eixes. En particular, para estudar $f(x)$ pódese estudar, de forma previa, $f(x) - k$ sendo k o termo independente da inicial.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Aplicacións informáticas como Wiris ou Derive que permiten representar funcións dadas pola súa expresión alxébrica e no caso de Wiris sinalar e dar as coordenadas dos seus puntos de corte cos eixes, máximos e mínimos; e debuxar e dar as ecuacións das asíntotas.
- Calculadoras científicas e gráficas.

UNIDADE 11: Integrais indefinidas

Nalgunhas ocasións coñécese a derivada dunha función e interesa atopar a función. Neste tema expóñense os conceptos e as técnicas básicas para atopar a devandita función, que, evidentemente, non será única senón un conxunto infinito de funcións que recibe o nome de integral indefinida.

Comézase definindo os conceptos de primitiva dunha función e de primitiva xeral así como as propiedades destas. Tras analizar o método de integración por partes; como consecuencia da regra da derivada dun produto, expónse unha técnica moi práctica, en forma de táboa, para integrar por partes cando sexa preciso reiterar o proceso.

A integración das funcións racionais, baseada no teorema de descomposición en fraccións simples, ocupa gran parte da unidade e vén acompañada cunha ampla colección de exercicios en que se explican as técnicas de descomposición e a resolución das integrais resultantes. Finalízase a unidade coa integración por cambio de variable cunha aplicación especial á integración dalgunhas funcións trigonométricas.

O teorema de Liouville, que pecha a unidade, é esencial para estudar as integrais “non elementais”.

I. OBXECTIVOS

- Calcular primitivas de funcións elementais que cumpran unhas determinadas condicións.
- Aplicar correctamente e nos casos apropiados o método de integración por partes.
- Descompoñer as funcións racionais da forma $\frac{P(x)}{Q(x)}$ en fraccións simples para despois achar unha primitiva destas.
- Atopar as transformacións necesarias, e os cambios de variable oportunos para converter unha integral en inmediata e poder así resolvela.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

A. Achar unha función da que se coñece a súa derivada e un punto da súa gráfica.

B. Resolver problemas elementais de cinemática pola aplicación do cálculo integral.

C. Resolver por partes as integrais de funcións do tipo: $\ln x$, $\arcsen x$, $\arctg x$, $P(x) \cdot e^x$, $P(x) \cdot \sen x$ etc.

D. Resolver, por reiteración do método de integración por partes, integrais de funcións como $\sen(ax) \cdot e^{bx}$.

E. Calcular integrais de funcións racionais con raíces reais, simples e múltiples, no denominador.

F. Efectuar transformacións sinxelas na función integrando para transformar as integrais en inmediatas.

H. Resolver integrais, especialmente trigonométricas, por cambio de variable.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Expresar de forma rigorosa e en linguaxe matemática adecuada, a relación que existe entre primitiva e derivada dunha función, e incluso relacionando a primitiva coa área do recinto que limita a función (C1, C2).
- Cálculo integral está intimamente relacionado con outras ciencias, como a Física, o que permitirá comprender e expresar mellor certos conceptos, como, por exemplo, o traballo realizado por unha forza variable ao longo dunha traxectoria (C1, C2, C3, C8).
- Potenciar a creatividade dos alumnos suxeríndolles distintos métodos para afrontar e resolver o problema do cálculo de primitivas dunha función (C7, C8).

- Utilizar as novas tecnoloxías para atopar de maneira rápida unha primitiva dunha función cando para iso sexa preciso facer cálculos longos e tediosos (C2, C4, C8).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Primitivas dunha función.
- Relación entre todas as primitivas dunha función.
- A integral indefinida.
- Propiedades da integral indefinida.
- Integrais inmediatas.
- Integración por partes.
- Integración de funcións racionais.
- Integración por cambio de variable.
- Integración dalgunhas funcións trigonométricas.

Procedementos

- Buscar primitivas dunha función cunha condición dada.
- Aplicarles aos problemas de cinemática os conceptos de primitiva dunha función e determinar as constantes de integración mediante as condicións iniciais.
- Calcular primitivas de funcións polinómicas.
- Buscar funcións primitivas doutras que precisen dunha sinxela transformación para que se perciban como inmediatas.
- Aplicarles a distintas funcións o método de integración por partes para distinguir cando o método é conveniente.
- Descompoñer funcións racionais en fraccións simples.
- Integrar funcións racionais con raíces reais, simples e múltiples.
- Integrar funcións racionais da forma $\int \frac{dx}{ax^2 + c}$, $\int \frac{dx}{ax^2 + bx + c}$ con $b^2 - 4ac < 0$.
- Resolver integrais “case inmediatas” tratando de evitar o cambio de variable.
- Aplicar o cambio de variable para resolver algunhas integrais de funcións trigonométricas ou radicais.

Actitudes

- Valoración positiva da utilidade e eficacia dos procedementos que permiten o cálculo de primitivas de funcións sinxelas, para resolver situacións relacionadas coas propias matemáticas ou coas outras ciencias.
- Disposición favorable para o estudo e coñecemento da integración e as súas aplicacións.
- Interese pola busca de situacións e problemas en que sexa preciso o cálculo integral.
- Gusto pola aplicación clara, precisa e ordenada do método, ás veces moi longo, da descomposición en fraccións simples.
- Curiosidade por coñecer como foi evolucionando o problema do cálculo diferencial e integral.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Concepto de primitiva dunha función

Insistir en que os métodos de cálculo de primitivas proporcionan estratexias para obter primitivas de só algunhas funcións.

Recoméndase empezar por exemplos sinxelos en que a función primitiva se vexa de maneira inmediata.

Pódense poñer exemplos de cinemática para que os alumnos comprendan a importancia da constante de integración.

A integral indefinida. Propiedades. Primitivas inmediatas

Convén poñer exemplos de funcións como $f(x) = \sin^2 x$, $g(x) = -\cos^2 x$ que sendo diferentes posúen a mesma derivada, para que os estudantes comprendan que unha mesma función posúe infinitas primitivas pero que todas elas se diferencian nunha constante. Se ademais se efectúa unha representación gráfica destas, verase a constante que as diferencia.

Outras primitivas inmediatas máis xerais

É importante poñer bastantes exemplos en que se pida buscar primitivas de funcións que non aparecen na lista directamente pero si tras unha simple multiplicación por unha constante adecuada. O máis importante e, con moito, o máis difícil para os estudantes é identificar a función con algunha das da lista.

É interesante facerlles notar aos alumnos que os métodos de cálculo de primitivas son bastante limitados. Ao contrario que o cálculo de derivadas, hai moitísimas funcións sinxelas que non admiten primitiva en termos de funcións elementais.

Integración por partes

Analizar a derivada do produto para decatarse de que ao derivar un produto de dúas funcións se obteñen outros produtos, característica que se pode aproveitar para buscar primitivas de certos produtos.

Animalos a utilizar o método que se mostra ao final da epígrafe para integrar funcións en que hai que usar reiteradas veces a integración por partes xa que facilita moito os cálculos.

Integración de funcións racionais

Mostrarlles aos alumnos con algúns exemplos que, no caso de raíces reais múltiples de multiplicidade k , deben aparecer k fraccións e que, se só se pon a de maior grao, obtense, en xeral, un sistema incompatible.

O alumno debe saber descompoñer correctamente en fraccións simples calquera función racional dada, aínda que o cálculo efectivo deste tipo de primitivas debe limitarse a cocientes de polinomios con raíces reais de calquera multiplicidade e complexas simples.

Integración por cambio de variable

O alumno debe comprender que este método está baseado na derivada da función composta $f(g(x))$ por aplicación da regra da cadea e que moitas veces a función $g'(x)$ non aparece porque sufriu algunha transformación ou simplificación.

Antes de acudir abusivamente ao cambio de variable, é mellor utilizar a lista da epígrafe 3 ou realizar transformacións sinxelas no integrando para atopar a función $g'(x)$.

Integrais dalgunhas funcións trigonométricas

É moi importante que os estudantes observen a paridade das funcións seno e coseno e que aprecien que as funcións impares, sobre todo se estas se deben ao numerador, son máis fáciles de resolver.

Insistir na integración de produtos de potencias enteiras de senos e cosenos.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Os programas informáticos como Derive, dotados de diversos tipos de ferramentas matemáticas, non só realizan integrais definidas mediante métodos numéricos, senón que ademais admiten o cálculo simbólico e determinan primitivas dunha función.
- Con Wiris tamén se dispón de cálculo simbólico e da posibilidade de facer integrais indefinidas e definidas.

UNIDADE 12: Integrais definidas

Comézase lembrando certas ferramentas matemáticas que farán falta no desenvolvemento desta unidade, como a suma das progresións xeométricas, o valor absoluto ou o sumatorio.

A continuación, e partindo de funcións non lineares e dun método aproximado mediante sumas inferiores ou superiores, chégase ao cálculo exacto da área do recinto limitado por unha función sen máis ca pasar ao límite na suma dunha serie.

Formálizanse estes cálculos realizados definindo as sumas de Riemann e o criterio de integrabilidade en sentido Riemann dunha función non necesariamente continua nun intervalo $[a, b]$. Tras estudar as súas propiedades, demostrárase o teorema da media do cálculo integral para chegar, finalmente, ao teorema fundamental e á práctica regra de Barrow.

Finalízase a unidade coas aplicacións da integral definida ao cálculo de áreas de recintos planos, do volume dos corpos de revolución, lonxitude dun arco de curva e a outras ciencias.

I. OBXECTIVOS

- Obter sumas de Riemann dunha función continua calquera nun intervalo $[a, b]$. Aplicar a regra de Barrow para obter o resultado de integrais definidas de funcións continuas das que se coñece unha primitiva.
- Derivar funcións dadas baixo o signo integral por aplicación do teorema fundamental do cálculo.
- Aplicar o concepto de integral definida á resolución de problemas xeométricos ou doutras ciencias.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

A. Achar a suma de Riemann nun intervalo $[a, b]$ dunha función linear.

B. Obter sumas de Riemann doutras funcións e calcular o seu límite cando $n \rightarrow \infty$.

C. Resolver integrais definidas de funcións das que se obteña unha primitiva de forma inmediata.

- D. Resolver integrais definidas en que haxa que utilizar a propiedade de aditividade do intervalo.
- E. Derivar funcións integrais da forma $g(x) = \int_{u(x)}^{v(x)} f(t) dt$
- F. Calcular a área do recinto limitado por unha curva e o eixe de abscisas, ou por dúas curvas.
- G. Achar o volume dun corpo de revolución.
- H. Calcular lonxitudes de arcos.
- I. Resolver mediante integral definida problemas relacionados con outras ciencias e en especial coa Física.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Expresar de forma rigorosa e en linguaxe matemática adecuada a relación que existe entre unha función e a área do recinto que limita (C1, C2).
- Cálculo integral está intimamente relacionado con outras ciencias, como a Física, o que permitirá comprender mellor e expresar mellor certos conceptos, como por exemplo o traballo realizado por unha forza variable ao longo dunha traxectoria (C1, C2, C3, C8).
- Potenciar a creatividade dos alumnos suxeríndolles distintos métodos para afrontar e resolver o problema do cálculo de área limitada por unha curva (C7, C8).
- Utilizar as novas tecnoloxías para representar de maneira precisa e resolver problemas de áreas de recintos limitados por funcións coñecidas (C2, C4, C8).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Área baixo unha curva.
- Sumas de Riemann.
- A integral definida. Propiedades.
- Teorema do valor medio do cálculo integral.
- A regra de Barrow.
- A función integral.
- Teorema fundamental do cálculo.
- Áreas de recintos planos.

Procedementos

- Calcular áreas baixo funcións rectilíneas.
- Calcular áreas mediante particións do intervalo.
- Calcular sumas de Riemann.
- Aplicar a regra de Barrow a integrais definidas polinómicas.
- Aplicar a regra de Barrow a funcións definidas a anacos ou con valores absolutos.
- Determinar o valor medio, cando sexa posible, cuxa existencia asegura o teorema do valor medio do cálculo integral.
- Derivar funcións integrais e calcular os extremos relativos destas.
- Achar a área do recinto limitado por unha función e o eixe de abscisas e o limitado por dúas funcións.

Actitudes

- Valoración positiva da utilidade e eficacia dos procedementos que permiten o cálculo de primitivas de funcións sinxelas, para resolver situacións relacionadas coas propias matemáticas ou coas outras ciencias.
- Disposición favorable para o estudo e coñecemento da integración e as súas aplicacións.
- Interese pola busca de situacións e problemas en que sexa preciso o cálculo integral.
- Gusto pola representación gráfica clara e precisa das curvas que limitan os recintos cuxas áreas se pretende calcular.
- Curiosidade por coñecer como foi evolucionando o problema do cálculo de áreas ao longo da historia das matemáticas e como se resolveu co teorema fundamental do cálculo.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Área baixo unha curva

Facer notar que a introdución do concepto de área mediante límite de sumas prepara o camiño para estender o cálculo integral á obtención doutras magnitudes (volumes de corpos, traballo realizado por unha forza non constante, masa dunha vara coñecida a densidade linear, distancia percorrida por un móbil con velocidade non constante e moitas outras máis).

Sumas de Riemann. Integral definida. Propiedades

Facer fincapé en que as sumas de Riemann se utilizarán posteriormente á hora de aplicar o cálculo integral á obtención doutras magnitudes distintas das áreas.

Calcular as sumas de Riemann utilizando o extremo inferior do intervalo, o extremo superior e o punto medio, e comparar os resultados obtidos.

Teorema do valor medio do cálculo integral

Mostrarlles aos estudantes a ampla diversidade de aplicacións deste resultado, que é similar a sacar a media en variables continuas.

Tamén convén que vexan unha interpretación xeométrica deste.

A regra de Barrow

Observar que a demostración que se dá no texto da regra de Barrow non fai alusión ao concepto de área e, polo tanto, deixa clara a aplicación desta ao cálculo doutras magnitudes.

Mostrar a sinxeleza de aplicación desta regra para resolver o problema da integral definida e como consecuencia o problema da suma de infinitos sumandos infinitesimais.

Función integral. Teorema fundamental do cálculo

Á hora de calcular a derivada dunha función definida por unha integral, é importante comezar con exemplos en que o estudante obteña previamente a función calculando a integral e despois derivando.

Posteriormente, facerlles notar que se pode obter a derivada para funcións dadas por unha integral en que resulta molesto ou imposible calcular previamente unha primitiva.

Áreas de recintos planos

Débase insistir en áreas definidas en certos intervalos onde as curvas se corten noutros puntos ademais dos extremos do intervalo e aplicar en cada un dos subintervalos o método desenvolvido.

É fundamental que os estudantes esbocen a rexión distinguindo que función vai por enriba e cal vai por debaixo.

Os estudantes deben ter moi clara a diferenza que hai entre integral definida e área da rexión limitada por unha curva e o eixe X e comprender que se lles pide en cada caso.

É importante que os alumnos esbocen a gráfica das funcións e observen en que intervalos vai por enriba do eixe X e en que intervalo vai por debaixo.

É bo calcular integrais definidas que dean cero e en cambio a área non sexa cero. Por exemplo, a integral do seno de x entre 0 e 2π , que é 0 ; e a área, que é 2 . Ou exemplos como a integral entre 0 e 4 de $3x - x^2$, en que, aínda que a área pechada é moi grande, a integral definida é un número pequeno.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Uso de calculadoras con posibilidades gráficas é unha grande axuda para “ver” rapidamente os recintos limitados polas funcións que queremos integrar.
- Os programas informáticos como Derive, dotados de diversos tipos de ferramentas matemáticas, non só realizan integrais definidas mediante métodos numéricos, senón que ademais admiten o cálculo simbólico e determinan primitivas dunha función.
- Con Wiris tamén se dispón de cálculo simbólico e da posibilidade de facer integrais indefinidas e definidas.

BACHARELATO DE HUMANIDADES E CC.SS.

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CC.SS. I E II

OBXECTIVOS

- 1.- Aplicar os seus coñecementos matemáticos a situacións diversas, utilizándoos, en particular, na interpretación de fenómenos e procesos das ciencias sociais e humanas e nas actividades cotiás.
- 2.- Utilizar e contrastar estratexias diversas para a resolución de problemas, de forma que lles permita afrontarse a situacións novas, con autonomía, eficacia e creatividade.
- 3.- Elaborar xuízos e formar criterios propios sobre os fenómenos sociais e económicos, utilizando tratamentos matemáticos e expresar criticamente opinións, argumentando con precisión e rigor e aceptando a discrepancia dos puntos de vista diferentes.
- 4.- Mostrar *Actitudes* propias da actividade matemática como a visión crítica, a necesidade de verificación, a valoración da precisión, o cuestionamento das apreciacións intuitivas e a apertura a novas ideas.
- 5.- Utilizar os coñecementos matemáticos adquiridos para interpretar criticamente as mensaxes, datos e informacións que aparecen nos medios de comunicación e outros ámbitos sobre cuestións económicas e sociais da actualidade.
- 6.- Utilizar o discurso racional para enfocar acertadamente os problemas, xustificar *Procedementos*, adquirir certo rigor no pensamento científico, encadear coherentemente os argumentos e detectar incorreccións lóxicas.
- 7.- Expresarse oral, escrita e graficamente en situacións susceptibles de ser tratadas matematicamente, mediante a adquisición e o manexo dun vocabulario específico de termos e notacións matemáticas.
- 8.- Establecer relacións entre as Matemáticas e o entorno social, cultural e económico, apreciando o seu lugar como parte da nosa cultura.

CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Transcribir problemas reais a unha linguaxe alxebraica, utilizando técnicas matemáticas apropiadas en cada caso para resolvelos.(1º-2º).
- Utilizar os números racionais e irracionais para presentar e intercambiar información e resolver problemas e situacións extraídos da realidade social, da natureza e da vida cotiá. (1º-2º).
- Aplicar diversas técnicas e estratexias para resolver ecuacións, inecuacións e sistemas de ecuacións utilizando varios métodos. (1º-2º).
- Organizar e codificar correctamente a información utilizando as matrices.(2º).
- Realizar operacións con matrices e interpretar as matrices obtidas no tratamento de diversas situacións.(2º).
- Seleccionar e aplicar as ferramentas alxebraicas adecuadas para resolver problemas de programación lineal e realizar unha interpretación correcta dos resultados obtidos.(2º).
- Recoñecer as familias de funcións máis frecuentes nos fenómenos que se axusten a elas, interpretar situacións presentadas mediante relacións funcionais expresadas en forma de táboas numéricas, gráficas ou expresións alxebraicas. (1º-2º).
- Representar graficamente distintos tipos de funcións.(1º).
- Utilizar táboas e gráficas como instrumento para o estudo de situacións empíricas relacionadas cos fenómenos sociais e analizar funcións que non se axusten a ningunha fórmula alxebraica e que propicien a utilización de métodos numéricos para a obtención de valores non coñecidos. (1º-2º).
- Aplicar con soltura diversos *Procedementos* e estratexias na resolución numérica e gráfica de funcións reais, periódicas, logarítmicas e exponenciais.(1º).
- Calcular límites das funcións máis características.(1º).

- Utilizar os límites para calcular as asíntotas dunha función.(1º).
- Analizar cualitativa e cuantitativamente as propiedades locais dunha función que describa unha situación real, extraída de fenómenos habituais nas ciencias sociais. (1º-2º).
- Realizar a interpretación xeométrica da derivada dunha función nun punto determinado.(2º).
- Aplicar os coñecementos adquiridos para calcular a taxa de variación media nun determinado intervalo e a taxa de variación instantánea nun punto.(2º).
- Utilizar o cálculo de derivadas como ferramenta para resolver problemas de optimización extraídos de situacións reais de carácter económico e sociolóxico.(2º).
- Aplicar a integración para o cálculo de áreas e a obtención de primitivas.(2º).
- Analizar o tipo de correlación existente entre dúas variables.(1º).
- Asignar un coeficiente de correlación a un determinado diagrama de puntos.(1º).
- Interpretar os parámetros dunha distribución binomial.(1º).
- Relacionar a media e a varianza cos parámetros da distribución binomial.(1º).
- Asignar e interpretar probabilidades a sucesos aleatorios simples e compostos (dependentes e independentes), utilizando técnicas de conteo directo, diagramas de árbore ou cálculos simples.(2º).
- Analizar de forma crítica informes estatísticos presentes nos medios de comunicación e outros ámbitos, detectando posibles erros e manipulacións na presentación de determinados datos.(1º-2º).

1º BACHARELATO DE HUMANIDADES E CC.SS. MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CC.SS. I

UNIDADE 1: Números reais

Tras un breve repaso aos números naturais e enteiros e á construción dos números racionais a partir das fraccións semellantes, pásase a identificar estes números coas expresións decimais exactas ou periódicas. A posibilidade de construír expresións decimais infinitas non periódicas ou a comprobación de que a lonxitude da diagonal dun cadrado de lado unidade non pode ser expresada en forma fraccionaria, levaranos á necesidade de introducir un novo conxunto de números: os irracionais; para pasar posteriormente a construír os reais como a unión dos racionais e os irracionais. Tras coñecer a ordenación en \mathbf{R} e a recta real, prestarase especial atención ao desenvolvemento de técnicas de traballo con fraccións, radicais e potencias, aínda que desde un punto de vista máis instrumental que formal.

Introdúcese a notación científica e as operacións con números expresados nesta notación tanto á man como utilizando a calculadora científica.

O valor absoluto e os conceptos topolóxicos de contorno, intervalo e semirrecta permitiranos describir certos subconxuntos dos números reais e identificalos coas correspondentes parcelas da recta real.

I. OBXECTIVOS

- Coñecer os conxuntos numéricos Q e I e saber que o conxunto dos números reais R é a unión destes dous: $R = Q \cup I$.
- Identificar os números racionais cos que admiten expresións fraccionarias ou decimais exactas ou periódicas, e os irracionais cos que non as admiten.
- Operar con fluidez con números reais expresando os resultados de forma exacta ou aproximada dependendo da situación a resolver e acoutando neste último caso o erro cometido.
- Coñecer as propiedades das potencias e das raíces, e aplicarlas no cálculo con números reais.
- Expresar números moi grandes ou moi pequenos usando a notación científica.
- Coñecer os conceptos básicos da topoloxía da recta real e empregalos na definición e representación de conxuntos de números reais.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

1. Encontrar a fracción xeratriz dunha expresión decimal exacta ou periódica.
2. Saber distinguir números racionais de números irracionais utilizando as caracterizacións decimais.
3. Ordenar un conxunto de números reais e dominar os distintos métodos de representalos na recta real.
4. Obter aproximacións decimais por exceso e por defecto. Operar con elas e determinar os erros cometidos.
5. Manexar con fluidez e simplificar expresións formuladas a base de radicais e potencias. Usar indistintamente expresións radicais e os seus equivalentes en forma potencial.
6. Realizar operacións con cantidades dadas en notación científica.
7. Coñecer o significado do valor absoluto e empregalo na descrición dalgúns subconxuntos da recta real (contornos, intervalos, semirrectas).
8. Utilizar os números reais para representar e intercambiar información e para resolver problemas cotiás ou que teñan relación con outras disciplinas.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar a linguaxe simbólica á hora de describir conxuntos numéricos. (C1, C2, C3, C4)
- Recoñecer a utilidade das aproximacións decimais e da notación científica e acoutar os erros que se cometen ao operar con elas, para interpretar e valorar adecuadamente os resultados que se obteñan. (C1, C2, C5, C7)
- Utilizar os números, coa precisión requirida en cada situación, para cuantificar e comparar o valor de certas magnitudes e tomar as decisións pertinentes. (C3, C4, C8)
- Coñecer a evolución histórica do concepto de número, así como os sistemas de numeración das civilizacións que máis influiron no desenvolvemento do mundo occidental. (C1, C5, C6)
- Utilizar a calculadora ou programas informáticos para operar e obter expresións decimais cando queiramos traballar con números decimais e unha gran precisión. (C2, C4, C8)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Números racionais.
- Expresión decimal dun número racional; expresións decimais exactas e periódicas.
- Expresións decimais non periódicas. Números irracionais.
- Aproximación dun número real. Erros.
- Suma e produto de números reais. Propiedades.
- Potencias de números reais. Propiedades.
- Radicais. Operacións con radicais. Racionalización.
- Notación científica.
- Ordenación en \mathbb{R} . A recta real.
- Valor absoluto dun número real. Propiedades.
- Intervalos, contornos, semirectas.
- Os números reais na resolución de problemas doutras disciplinas.

Procedementos

- Realización de operacións combinadas con números reais utilizando a xerarquía das operacións e as súas propiedades.
- Determinación da fracción xeratriz dun número racional dado en forma decimal.
- Determinación de números irracionais.
- Aproximación a un número real acoutando o erro cometido.
- Ordenación de números reais. Representación na recta real.
- Realización de operacións con potencias.
- Realización de operacións con radicais expresándoos previamente como potencias de expoñente fraccionario.
- Utilización da notación científica.
- Descrición de subconxuntos da recta real por medio de intervalos ou desigualdades.
- Utilización da calculadora científica para operar con fraccións, expresións decimais e en notación científica.

Actitudes

- Valoración dos números reais como elementos útiles á hora de cuantificar magnitudes e operar con elas.
- Valoración da posibilidade de dar resultados exactos ou coa aproximación requirida pola natureza do problema.
- Gusto polo rigor e a precisión á hora de operar con números reais.
- Recoñecemento e valoración crítica da calculadora como ferramenta que facilita o cálculo numérico e as aproximacións.
- Confianza nas capacidades propias para afrontar e resolver problemas relacionados con situacións cotiás mediante a utilización de números reais e os conceptos de medida.
- Interese pola precisión no desenvolvemento e presentación dos traballos realizados.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS**Números racionais**

Unha pequena introdución histórica aos sistemas de numeración utilizados polas distintas civilizacións e á necesidade de ir ampliando os conxuntos numéricos para dar solución aos novos problemas presentados pode resultar motivadora nas primeiras clases dun novo curso escolar.

A través dalgúns exemplos comprobarase que toda fracción admite unha expresión decimal exacta ou periódica e, reciprocamente, que a cada expresión deste tipo lle corresponde de maneira única unha fracción irredutible. Así identificaremos de forma biunívoca os números racionais con este tipo de expresións decimais.

O proceso exposto na unidade para o cálculo da fracción xeratriz dun número decimal periódico é, ademais de sinxelo de aplicar, de tipo dedutivo. Desta forma fuximos das coñecidas regras e fórmulas que permiten o seu cálculo directo pero que pecan dunha excesiva complexidade, sobre todo á hora de memorizalas e recordalas.

Números irracionais. Números reais

A posibilidade de escribir expresións decimais nin exactas nin periódicas levaranos á existencia de números que non son racionais.

É necesario que os alumnos consigan diferenciar claramente entre os números racionais e os irracionais.

Representación de números reais

A representación na recta real de fraccións e algúns radicais supón unha oportunidade para repasar o teorema de Tales e o de Pitágoras.

Debe insistirse na identificación biunívoca de cada número real cun punto da recta ata conseguir unha identificación plena entre ambos os conxuntos.

Aproximación dun número real. Erros

Os alumnos deben asumir a imposibilidade de traballar con infinitas cifras decimais, polo que será preciso utilizar estimacións e aproximacións, o que levará asociado un erro; erro que haberá que acoutar en función da natureza do problema que teñamos que resolver.

As aproximacións decimais dos números irracionais son un instrumento necesario á hora de resolver situacións concretas en que aparecen números reais e que están relacionadas coas ciencias sociais ou as propias matemáticas. É conveniente que o profesor estableza as pautas a seguir para que os alumnos avalíen o nivel de rigor con que se debe medir e aproximar.

Suma e produto de números reais

É conveniente insistir en que, para obter coa aproximación que se desexe o valor dunha operación con números reais, é necesario ordenar os resultados achados na calculadora mediante unha táboa.

Unha das dificultades que adoitan manifestar os alumnos é a de aplicar correctamente a xerarquía das operacións e utilizar, cando sexa necesario, parénteses e corchetes;

or iso, haberá que insistir na realización de exercicios de operacións combinadas con números reais.

Potencias de números reais

A experiencia demostra a dificultade que teñen bastantes alumnos que cursan esta modalidade do bacharelato á hora de aplicar as propiedades das potencias. Non parece esaxerado volver repasar estas propiedades e realizar numerosos exercicios que teñan como único obxectivo o adestramento no cálculo con estes elementos matemáticos.

Radicais

Os alumnos deben asumir que $a^{\frac{n}{m}}$ e $\sqrt[m]{a^n}$ son dúas formas de expresar a mesma cantidade. Non se trata dunha igualdade que se verifique grazas a unha propiedade; é só cuestión de notación.

Igual que ocorría coas potencias, a experiencia demostra a dificultade que moitos alumnos teñen á hora de aplicar as propiedades dos radicais. É conveniente realizar, por tanto, numerosos exercicios que teñan como único obxectivo o adestramento na simplificación e operación con expresións deste tipo.

Como ampliación de contidos, pódense propoñer exercicios en que se solicite a racionalización de denominadores con expresións radicais.

Intervalos e contornos

É conveniente realizar varios exercicios en que haxa que describir un mesmo subconxunto de números reais na linguaxe natural, como unha desigualdade (con ou sen valores absolutos) ou en función de intervalos e posteriormente representalo na recta real.

Pode ser conveniente informar de que existe outra forma habitual de indicar que o extremo dun intervalo non pertence ao propio intervalo: $(a, b) =]a, b[$.

Aplicacións dos números reais

É conveniente informar os alumnos de que a notación científica é usada para expresar cantidades moi grandes ou moi pequenas.

Algúns alumnos descoñecen a posibilidade que teñen as calculadoras científicas de utilizar a notación científica. Se a planificación da clase llo permite e o profesor o considera adecuado, tal vez sería interesante dedicar algún tempo a expoñer os procedementos para a súa utilización.

As ciencias sociais, sobre todo a economía, utilizan cantidades aproximadas. É necesario que o alumno utilice as cantidades e os resultados co número adecuado de cifras decimais.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Como noutras moitas das unidades que veremos, o uso da calculadora científica é fundamental, pero os alumnos deben aprender a manexala correctamente facendo uso da notación científica, as parénteses, a memoria, o Mode FIX etc.

- Instrumentos de debuxo e, fundamentalmente, o compás, para a representación de números na recta real.

- Libros doutras materias relacionadas co mundo da ciencia, como os de física e química, para ver a importancia da notación científica.

- A folla de cálculo Excel permite obter os primeiros termos das sucesións que definen un número real mediante intervalos encaixados.

UNIDADE 2: Ecuacións e sistemas de ecuacións

Durante a etapa do Ensino Secundario Obrigatorio, os alumnos resolveron ecuacións de primeiro e segundo grao e sistemas de dúas ecuacións lineais con dúas incógnitas utilizando os métodos de substitución, igualación e redución, así como o método gráfico; tamén se habituaron a formular e resolver, utilizando ecuacións e sistemas de ecuacións, problemas sinxelos extraídos de distintos contextos. Nesta unidade preténdese consolidar os conceptos e procedementos adquiridos na ESO ampliándoos na resolución doutras ecuacións (polinómicas, racionais, radicais) que pola súa maior complexidade requiren o dominio dos conceptos e procedementos da unidade 3, “expresións alxébricas”.

En canto aos sistemas de ecuacións lineais, introdúcese o método de Gauss como unha xeneralización do método de redución e empregárase tanto na discusión como na resolución de sistemas de dúas ou tres ecuacións con dúas ou tres incógnitas.

I. OBXECTIVOS

- Resolver ecuacións polinómicas de segundo grao e nalgúns casos de grao superior a dous (bicadradas, facilmente factorizables etc.).
- Resolver ecuacións racionais e radicais.
- Resolver sistemas de ata tres ecuacións lineais con tres incógnitas. Coñecer e aplicar o método de Gauss na resolución destes sistemas.
- Utilizar as ecuacións e sistemas de ecuacións na formulación e resolución de problemas de diversos contextos.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

1. Resolver ecuacións de segundo grao e bicadradas.
2. Determinar, sen resolvela, o número de solucións dunha ecuación de segundo grao.
3. Resolver ecuacións de grao superior a dous mediante a súa factorización.
4. Resolver ecuacións racionais e comprobar a validez das solucións obtidas.
5. Resolver ecuacións radicais e comprobar a validez das solucións obtidas.
6. Resolver sistemas lineais de dúas ecuacións con dúas incógnitas de forma gráfica.
7. Resolver sistemas lineais de tres ecuacións con tres incógnitas polo método de Gauss.
8. Formular e resolver problemas que dean lugar a ecuacións ou sistemas de ecuacións dos estudados nesta unidade.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar a linguaxe alxébrica para describir e resolver situacións problemáticas en distintos contextos. (C1, C2, C3, C4)
- Coñecer a evolución histórica da álgebra e a súa influencia no desenvolvemento científico das distintas culturas. (C5, C6)
- Utilizar aplicacións informáticas para resolver ecuacións e sistemas de ecuacións representando graficamente o conxunto de solucións. (C2, C4, C7, C8)
- Desenvolver a autonomía e iniciativa persoal á hora de buscar novos métodos na resolución de problemas reais en calquera contexto. (C3, C5, C7, C8)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Igualdades e identidades. Ecuacións.
- Ecuacións cunha soa incógnita: lineais, polinómicas, racionais, radicais.
- Ecuacións equivalentes. Transformación dunha ecuación noutra equivalente.
- Solución dunha ecuación. Ecuacións compatibles e incompatibles.
- Ecuacións de segundo grao. Ecuacións incompletas; método xeral de resolución. Ecuacións bicadradas.
- Ecuacións polinómicas de grao superior a dous. Factorización.
- Ecuacións racionais.
- Ecuacións radicais.
- Sistemas de dúas ecuacións lineais con dúas incógnitas. Métodos de resolución. Resolución gráfica.
- Sistemas de tres ecuacións lineais con tres incógnitas. Método de Gauss.

Procedementos

- Distinción entre igualdade, identidade e ecuación.
- Transformación de ecuacións noutras equivalentes.
- Resolución de ecuacións lineais cunha incógnita.

- Determinación da compatibilidade ou incompatibilidade dunha ecuación.
- Determinación do número de solucións dunha ecuación de segundo grao polo valor do seu discriminante.
- Resolución de ecuacións de segundo grao por aplicación da fórmula xeral.
- Resolución de ecuacións bicadradas mediante un cambio de variable que as converta en cadradas.
- Resolución de ecuacións polinómicas de grao superior mediante factorización.
- Resolución de ecuacións racionais e radicais. Comprobación da validez das solucións obtidas.
- Resolución de sistemas de dúas ecuacións lineais con dúas incógnitas. Representación gráfica.
- Discusión e resolución de sistemas de tres ecuacións lineais con tres incógnitas polo método de Gauss.
- Formulación e resolución de problemas de contextos diversos que dean lugar a ecuacións ou sistemas de ecuacións dos tratados nesta unidade.

Actitudes

- Valoración da álgebra para formular e resolver, traducindo á linguaxe simbólica, situacións problemáticas de distintos contextos.
- Valoración das ecuacións e sistemas de ecuacións lineais como ferramenta indispensable no desenvolvemento doutras disciplinas.
- Valoración dos procedementos gráficos na resolución de distintos problemas.
- Gusto pola álgebra, que permite transformar expresións complexas noutras equivalentes e máis sinxelas.
- Análise crítica das diferentes solucións obtidas na resolución dunha ecuación rexeitando aquelas non válidas ben pola natureza do problema ou por ser introducidas nalguna das transformacións realizadas.
- Interese pola realización de abstraccións partindo de situacións concretas.
- Confianza nas capacidades propias para enfrontarse á resolución de problemas.
- Curiosidade polos procesos que conducen á xeneralización de situacións e métodos.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Ecuacións de segundo grao

Os alumnos, na etapa anterior, viron as diferenzas entre os conceptos de igualdade e identidade (igualdade literal que se verifica para calquera valor das incógnitas) e identificaron as ecuacións con igualdades condicionadas que se verifican para certos valores das incógnitas (solucións). Haberá que recordar a terminoloxía básica das ecuacións, vista nesta etapa e a clasificación das ecuacións.

Os alumnos xa coñecen a fórmula xeral para resolver ecuacións de segundo grao, que será a que habitualmente empreguen, aínda que pode utilizarse tamén a técnica de completar cadrados, xa que a mesma a empregaremos en unidades posteriores.

$$ax^2 + bx + c = a \cdot (x + m)^2 + n \Rightarrow$$

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow (x + m)^2 = \frac{-n}{a} \Rightarrow$$

$$(x + m) = \pm \sqrt{\frac{-n}{a}} \Rightarrow x = -m \pm \sqrt{\frac{-n}{a}}$$

Convén insistir en que o valor do discriminante dunha ecuación de segundo grao determina o número de solucións desta.

Ecuacións polinómicas de grao superior a dous

Para resolver este tipo de ecuacións utilizaremos a factorización de polinomios vista na unidade anterior. É importante que os alumnos asuman que non teñen ferramentas suficientes para realizar esta factorización en todos os casos, polo que non poderán resolver calquera ecuación polinómica (sen que iso implique que sexa incompatible).

Wiris e a aplicación informática Derive inclúen comandos que resolven de maneira automática ecuacións (como se observa na imaxe seguinte), polo que pode ser aconsellable algunha sesión con estas aplicacións.

`resolver(4x^3-8x^2+3=0) → {{x=-0.54307},{x=0.786},{x=1.7571}}`

As ecuacións bicadradas e, en xeral as do tipo

$ax^{2n} + bx^n + c = 0$, poden resolverse con facilidade sen máis que utilizar o cambio de variable $z = x^n$.

Ecuacións racionais

Os alumnos deben saber que, nalgunha ocasión, o método utilizado para resolver unha ecuación racional pode facer introducir algunha solución falsa. Por tanto, as solucións deben ser comprobadas ao final do proceso. Ningunha solución pode anular ningún denominador da ecuación inicial.

Ecuacións con radicais

método empregado para resolver ecuacións con radicais introduce en ocasións algunha solución falsa (dous números opostos teñen o mesmo cadrado). Porén, os alumnos deben saber que ao aplicar este método calcúlanse todas as solucións válidas e que posteriormente haberá que probalas para eliminar as falsas.

Sistemas de ecuacións. Solucións

É de suma importancia que os alumnos comprendan, por unha parte, que é unha solución dun sistema de ecuacións e, pola outra, que unha posible solución sempre está formada por un conxunto de tantos números reais como incógnitas ten o sistema.

Sistemas de dúas ecuacións

É necesario o adestramento suficiente na resolución de ecuacións e sistemas de ecuacións. O dominio destes procedementos vai determinar, nalgunha medida, a maior ou menor facilidade na asimilación dos contidos de moitas das seguintes unidades.

A representación gráfica da recta solución dunha ecuación linear con dúas incógnitas e a resolución gráfica de sistemas de dúas ecuacións lineais con dúas incógnitas son procedementos moi importantes que utilizaremos en unidades posteriores.

Sistemas de tres ecuacións. Método de Gauss

método de Gauss para resolver sistemas de ecuacións lineais constitúese nun dos aspectos máis novidosos para os alumnos e introdúcese só para o caso de tres ecuacións con tres incógnitas. Se o profesor o considera adecuado ao nivel dos seus alumnos, os sistemas non compatibles ou indeterminados poden ser considerados como vías de ampliación dos contidos, xa que serán extensamente tratados no programa do segundo curso deste bacharelato.

Aplicacións das ecuacións

Ademais de problemas clásicos, tales como os de mesturas, de movemento ou relacionados coa xeometría, os sistemas de ecuacións poden ser utilizados tamén para resolver situacións relacionadas coa economía e co resto de ciencias sociais como, por exemplo, o cálculo do punto de equilibrio dun mercado do que se coñecen as súas funcións de oferta e demanda. O profesor pode valorar que outras situacións económicas, que os alumnos estudan durante este curso, poden motivar a valoración positiva da utilidade destas técnicas matemáticas.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- A calculadora Wiris e a aplicación informática Derive poden ser boas ferramentas didácticas no desenvolvemento desta unidade polos comandos directos de resolución de ecuacións e sistemas que incorporan e pola posibilidade de representar (tanto no plano como no espazo) as gráficas correspondentes a cada ecuación e visualizar as interseccións (solucións) destas.
- Unha táboa de valores construída con Excel e a posibilidade de escribir os números negativos en vermello e os positivos en negro poden axudar a localizar solucións de ecuacións polinómicas (non factorizables).

UNIDADE 3: Matemática financeira

A través dos contidos desenvolvidos nesta unidade, os alumnos van formarse unha idea da importancia da matemática á hora de interpretar e resolver problemas financeiros da vida ordinaria. Comezaremos coa introdución aos logaritmos, o estudo das súas propiedades e as súas aplicacións na resolución de ecuacións exponenciais, pola frecuencia destas ecuacións na resolución de problemas de evolución, no tempo, de poboacións ou cantidades suxeitas a aumentos ou diminucións porcentuais.

Cálculo dun termo determinado dunha progresión xeométrica ou a suma de varios termos da mesma son procedementos necesarios á hora de determinar capitais finais dunha imposición suxeita a un xuro composto ou estipular anualidades de amortización ou capitalización.

Sen dúbida, poderemos facer uso de múltiples situacións da vida ordinaria cuxo estudo leva implícito o coñecemento dos conceptos e procedementos propios desta unidade.

I. OBXECTIVOS

- Coñecer a definición e propiedades dos logaritmos e saber operar con eles.
- Aplicar os incrementos porcentuais no cálculo de cantidades finais.
- Coñecer e calcular o xuro simple e o xuro composto.

- Calcular anualidades de amortización e capitalización, así como taxas e número índice.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

1. Aplicar as propiedades dos logaritmos na resolución de problemas de cálculo aritmético.
2. Determinar o termo xeral dunha progresión xeométrica.
3. Calcular a suma de n termos dunha progresión xeométrica.
4. Calcular en canto se transforma unha cantidade sometida a un incremento porcentual.
5. Calcular en canto se transforma unha cantidade sometida a sucesivos incrementos ou diminucións porcentuais.
6. Determinación de capitais finais, iniciais, xuros ou tempos de imposición en problemas de xuro simple e composto.
7. Determinación de anualidades de amortización e capitalización.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar a linguaxe simbólica á hora de describir e analizar procesos finitos ou infinitos que seguen unha tendencia determinada ou son recursivos. (C1, C2, C4)
- Recoñecer a utilidade da matemática financeira á hora de analizar a tendencia e o previsible comportamento futuro de certas variables de carácter económico, natural ou social, o que nos permitirá tomar as medidas correctoras necesarias. (C3, C5, C7, C8)
- Utilizar os números coa precisión requirida en cada situación para cuantificar e comparar o valor de certas magnitudes e tomar as decisións pertinentes. (C3, C4, C8)
- Aprender a tomar decisións persoais tras analizar as distintas posibilidades que brindan as ofertas de tipo económico. (C7, C8)
- Aprender a analizar con carácter crítico e formarse unha idea propia arredor das informacións e noticias que utilizan as porcentaxes. (C1, C4, C5, C8)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Logaritmo en base a dun número positivo. Logaritmos decimais e logaritmos neperianos.
- Propiedades dos logaritmos.
- Operacións con logaritmos.
- Aumentos e diminucións porcentuais. Índice de variación.
- Xuros bancarios. Xuro simple e xuro composto.
- Anualidades de amortización.
- Anualidades de capitalización.
- Taxas e números índice.

Procedementos

- Aplicación das propiedades dos logaritmos ao cálculo de expresións numéricas.
- Utilización da calculadora científica no cálculo de logaritmos.
- Cálculo da cantidade final en que se transforma unha cantidade inicial sometida a un ou varios incrementos ou decrementos porcentuais.
- Utilización do xuro simple e composto para o cálculo de capitais finais, iniciais, xuros e períodos de imposición.
- Determinación de anualidades de amortización.
- Determinación de anualidades de capitalización.
- Resolución de problemas financeiros.

Actitudes

- Valoración dos logaritmos na simplificación do cálculo con expresións numéricas.
- Recoñecer a presenza de progresións xeométricas en contextos reais.
- Valoración do coñecemento das porcentaxes á hora de analizar con rigor e de forma crítica as mensaxes, informes e noticias que os inclúen no seu contido.
- Aprecio pola utilidade da matemática financeira no desenvolvemento doutras disciplinas e no estudo do comportamento de diversos fenómenos de carácter económico e social.
- Confianza nas propias capacidades para interpretar e analizar a información financeira utilizando a linguaxe matemática.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Logaritmos

Poden facerse referencias históricas ao importante papel que xogaron os logaritmos no cálculo numérico e á utilización de táboas de logaritmos ata épocas ben recentes en que foron substituídas

polas calculadoras. É moi importante que os alumnos utilicen a calculadora no cálculo logarítmico e con porcentaxes.

Tamén convén que se familiaricen cos logaritmos e as súas propiedades mediante a realización de múltiples exercicios. Como ampliación, pódense expoñer as demostracións das propiedades dos logaritmos que non ofrecen excesiva dificultade e que, por outra parte, achegan certa carga de rigor asumible e, en todo caso, conveniente

Porcentaxes. Aumentos e diminucións

dominio da utilización de porcentaxes e o seu manexo en diferentes situacións considérase de suma importancia para o desenvolvemento de posteriores contidos desta unidade, desta materia e dalgunhas do resto de materias que compoñen o currículo que cursan os alumnos da modalidade de humanidades e ciencias sociais. É imprescindible, pois, que os alumnos adestren suficientemente a aplicación destes procedementos.

Son numerosas as referencias ás porcentaxes nas informacións e noticias ás que diariamente accedemos (crecemento do PIB, inflación, enquisas de opinión, ofertas etc.), polo que convén incidir nunha análise crítica e rigorosa destas mensaxes.

En xeral, para resolver moitas situacións relacionadas coas porcentaxes, os alumnos poden formular unha sinxela ecuación da forma $C_F = C_I \cdot i$ en que tal vez teñan que despexar a incógnita.

Xuro simple

Aínda que o xuro simple practicamente non se utiliza en ningunha operación financeira, pode ser unha boa maneira de iniciar o estudo deste tipo de problemas.

A fórmula do xuro simple obtense por unha simple aplicación da proporcionalidade directa entre magnitudes (capital, rédito e tempo), polo que pode ser o momento adecuado de recordar este concepto.

Xuro composto

Os alumnos deben saber que o xuro composto é o habitualmente aplicado nas operacións financeiras de imposición e préstamo. É tamén importante que comprendan que o feito de facer moi curto o período de capitalización non leva consigo o aumento en medida considerable dos xuros producidos. Isto pódese comprobar propoñendo actividades en que se solicite en canto se converte un capital, a xuro composto, se o período de capitalización é anual, semestral, mensual, diario etc., comparando os resultados obtidos.

Anualidades de capitalización

Quizais sexan menos frecuentes na sociedade actual as operacións de capitalización e as máis usuais estean relacionadas con plans de pensións (en fondos de renda fixa), os cales están un pouco afastados, pola idade, dos intereses dos nosos alumnos.

A pesar do anterior e dadas as similitudes e diferenzas coas anualidades de amortización, parece conveniente introducilas.

A dedución das fórmulas dunhas e outras, a través da suma de termos dunha progresión xeométrica, pode ser moi instrutiva polo menos para grupos de alumnos con bo nivel académico.

A utilización e, mellor aínda a construción, dalgunha folla de cálculo pode resultar moi instrutiva á hora de asimilar estes conceptos. Na sección “Matemáquinas” ofrécense algunhas suxestións.

Anualidades de amortización

Na sociedade actual é frecuente o pago aprazado dun artigo, polo que a motivación e os exemplos para este epígrafe poden obterse dos problemas cotiás. Dado que é máis frecuente o pago de mensualidades que de anualidades, farase especial mención a este tipo de pago aprazado.

Parámetros económicos e sociais

Considérase de suma importancia que os alumnos adquiran coñecementos básicos sobre os parámetros máis importantes que habitualmente utilizan a economía e o resto de ciencias sociais. O profesor pode completar os expostos neste epígrafe con aqueles que considere adecuados. Os alumnos, pola súa parte, tamén poden completalos mediante a consulta da información que ofrece a rede sobre eles.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

▪ Como noutras moitas unidades, o uso da calculadora científica é fundamental e os alumnos deben aprender a manexar con soltura as funcións potenciais, exponenciais e logarítmicas pola súa frecuencia nos cálculos de aritmética mercantil.

▪ A folla de cálculo Excel pode axudar a entender este tipo de problemas ao permitir simular e responder de maneira inmediata a preguntas do tipo a canto ascendería a mensualidade se aumentamos o número de anos ou variamos o xuro?

▪Non podemos obviar a realización de varios exercicios que permitan ao alumno profundar nas súas destrezas de cálculo, polo que se recorrerá constantemente ás actividades propostas no libro de texto.

UNIDADE 4: Funcións reais. Propiedades globais

Con esta unidade comezamos o estudo da análise, que constitúe o núcleo central do curso. As funcións son utilizadas para interpretar, analizar ou predicir o comportamento de procesos das ciencias sociais e humanas, que ata hai pouco tempo eran estudadas á marxe do rigor que proporciona o método científico.

eixe central desta unidade é o concepto de función, concepto ao que foron accedendo os alumnos, de maneira gradual e dunha forma un tanto intuitiva, ao longo da etapa do Ensino Secundario Obrigatorio. Durante esta etapa estudaron a proporcionalidade directa e inversa e representaron graficamente estas relacións; tamén estudaron e analizaron as gráficas das funcións cuadráticas, exponenciais, logarítmicas e trigonométricas. É o momento dunha maior formalización destes conceptos, unha ampliación nos contidos e procedementos que serán necesarios no desenvolvemento das unidades posteriores.

I. OBXECTIVOS

- Formalizar o concepto de función. Manexar as distintas formas de expresar unha función.
- Operar con funcións que veñan dadas polas súas expresións analíticas.
- Coñecer a gráfica das funcións elementais, de funcións obtidas mediante translacións ou dilatacións das elementais e de funcións elementais definidas a anacos.
- Compoñer funcións dadas pola súa expresión analítica. Encontrar a función inversa doutra que sexa invertible.
- Analizar as características dunha función (dominio, percorrido, simetrías etc.) a partir da súa gráfica.
- Asociar funcións a fenómenos concretos e interpretar relacións funcionais expresadas mediante táboas, gráficas ou expresións alxébricas.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

1. Traducir á linguaxe alxébrica relacións funcionais entre dúas magnitudes enunciadas na linguaxe natural mediante unha gráfica ou unha táboa de valores.
2. Calcular o dominio dunha función dada pola súa expresión alxébrica.
3. Operar aritmeticamente con funcións e calcular o dominio da función resultante.
4. Representar funcións elementais que veñan dadas pola súa expresión alxébrica.
5. Encontrar a expresión alxébrica dunha función da que coñecemos a súa gráfica.
6. Encontrar a función composta de dúas ou máis funcións e estudar o seu dominio de definición.
7. Calcular a expresión alxébrica e a representación gráfica da función inversa dunha dada (que sexa invertible).
8. Estudar as características globais dunha función da que coñecemos a súa gráfica.
9. Transcribir situacións ou fenómenos de tipo social á súa expresión funcional e extraer conclusións a partir da análise matemática da mesma.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar a linguaxe alxébrica e gráfica para describir as relacións funcionais entre dúas magnitudes físicas ou relacionadas con problemas económicos ou sociais. (C1, C2, C3, C5)
- Coñecer o desenvolvemento histórico do concepto de función e valorar a achega dalgúns científicos a este tema e a súa posterior influencia no desenvolvemento científico e tecnolóxico. (C5, C6, C7, C8)
- Utilizar as novas tecnoloxías para efectuar representacións gráficas de funcións definidas mediante unha expresión alxébrica. (C2, C4, C7, C8)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Función real de variable real. Expresión analítica.
- Dominio e percorrido dunha función.
- Gráfica dunha función. Gráfica das funcións elementais.
- Translacións e dilatacións da gráfica dunha función.
- Propiedades globais dunha función: monotonía, cota periodicidade, simetrías etc.
- Operacións aritméticas con funcións.
- Composición de funcións.

- Funcións invertibles. Funcións inversa e recíproca.

Procedementos

- Recoñecemento das variables, o dominio e o percorrido dunha función á vista da súa gráfica.
- Cálculo do valor dunha función nun punto e elaboración de táboas de valores a partir da expresión alxébrica dunha función.
- Cálculo do dominio dunha función.
- Representación gráfica de funcións elementais, incluídas as definidas a anacos e as que están en valor absoluto.
- Obtención da gráfica das funcións
- $a + f(x)$, $f(x + b)$, $c \cdot f(x)$ e $f(d \cdot x)$ a partir da gráfica de $f(x)$.
- Análise das propiedades de funcións habituais a partir das súas representacións gráficas.
- Realización de operacións con funcións expresadas analiticamente.
- Cálculo da función composta de dúas funcións dadas.
- Cálculo da función inversa dunha función invertible.
- Aplicación da teoría de funcións á resolución de problemas relacionados con outras disciplinas do currículo.

Actitudes

- Valoración do concepto de función pola súa utilidade á hora de matematizar e posteriormente analizar as relacións observables entre dúas magnitudes físicas ou correspondentes a outros fenómenos sociais.
- Recoñecemento da linguaxe alxébrica na formulación e resolución de problemas non especificamente matemáticos.
- Valoración da utilidade da linguaxe gráfica como ferramenta para o estudo de fenómenos funcionais.
- Valoración da utilidade do concepto de familia de funcións para estudar e comparar funcións con igual tipo de comportamento.
- Gusto pola precisión na elaboración e presentación de gráficas.
- Valoración dos recursos informáticos pola súa utilidade á hora de representar graficamente funcións.
- Curiosidade por afrontar matematicamente o estudo de situacións ou fenómenos sociais e económicos.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Concepto de función. Dominio e percorrido

Unha introdución histórica ao nacemento e desenvolvemento da análise pode resultar motivadora para os alumnos.

Os alumnos deben interiorizar que para que unha correspondencia entre números reais sexa unha función, cada elemento do dominio debe ter unha soa imaxe.

Facer notar que o dominio dunha función depende de varias cuestións: expresión da función, arbitrariedade do que a define e contexto do problema e que este debe terse moi en conta no estudo de problemas que teñan que ver con contextos naturais e sociais.

percorrido en xeral é complicado de calcular e, salvo en casos moi particulares ou que se mostre a gráfica da función, cremos que non debería presentarse neste nivel o cálculo de percorridos.

Operacións con funcións

É conveniente facer exercicios en que se pida calcular o dominio de f , de g e das funcións obtidas a partir delas mediante as catro operacións estudadas. Por exemplo: que ocorre cos dominios de

$$f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}, \quad g(x) = \frac{x - 2}{x} \quad \text{e} \quad (f \cdot g)(x) ?$$

No cociente de funcións hai que ter moito coidado cos valores que anulan o denominador, xa que para eles non está definida a función cociente.

Composición de funcións

Os alumnos, mediante exemplos, poden observar que a composición de funcións non é unha operación conmutativa.

Ao igual que co cociente, convén facer varios exercicios de determinación do dominio da función composta de dúas funcións.

Función inversa

Convén definir os conceptos de función inxectiva, sobrexectiva e bixectiva para poder analizar cando unha función ten inversa. Con varios exemplos ben elixidos pode chegarse a fixar que só as funcións inxectivas teñen inversa.

Debemos facer notar que hai funcións que non teñen inversa globalmente, pero si nun subconxunto do seu dominio (Por exemplo, x^2).

A representación conxunta dalgunhas funcións e as súas inversas (exponenciais e logarítmicas etc.) poden axudarnos a concluír que na gráfica de dúas funcións inversas, estas son simétricas respecto da bisectriz do primeiro-terceiro cuadrante, e de aí será fácil debuxar a inversa de funcións cuxa gráfica coñecemos.

É conveniente facer algúns exercicios sobre o cálculo alxébrico da función inversa dunha dada que sexa invertible.

Propiedades globais das funcións

A descrición das propiedades globais das funcións debe realizarse apoiándose en gráficas de funcións coñecidas.

Os exercicios inversos: dadas certas características dunha función, debuxar a súa gráfica adoita resultar moi instrutivo.

Funcións definidas a anacos

As funcións definidas a anacos son especialmente importantes, xa que aparecen con frecuencia no mundo real (pensar en facturación por tramos en varios servizos medidos por contador). Funcións definidas mediante valores absolutos poden tamén estudarse descompoñendoas en anacos.

Nas funcións definidas a anacos convén facer fincapé no punto en que presentan o salto e de forma intuitiva pódese ir preparando o camiño para cando se introduzan os conceptos de límite, límites laterais e continuidade.

Construción de funcións por translación e dilatación

A análise detallada das transformacións que se orixinan na gráfica dunha función coñecida $f(x)$ cando a sometemos a unha translación vertical $a + f(x)$, horizontal $f(b + x)$ ou unha dilatación $c \cdot f(x)$ ou $f(d \cdot x)$ pode levarnos a xeneralizar este resultado e aplicalo a calquera función.

A función de proporcionalidade inversa pode ser un bo modelo para analizar as translacións, mentres que a función $\text{sen}(x)$ pode ser interesante no estudo das dilatacións.

A técnica de completar cadrados nas funcións de segundo grao pode resultar moi interesante para debuxar a parábola correspondente a partir da gráfica de $y = x^2$

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Wiris ou Derive representan uns magníficos recursos didácticos no estudo de funcións pola posibilidade que ofrecen de representar graficamente unha ou varias funcións á vez, permitindo desta maneira comparar as diferenzas e similitudes nas súas gráficas e obter conclusións.
- As calculadoras gráficas ofrecen a posibilidade de calcular táboas de valores dunha función e representar a gráfica desta, polo que a súa utilización na aula pode resultar moi proveitosa.
- A utilización de papel cuadrado e os instrumentos típicos do debuxo serán tamén un recurso de primeira magnitude no estudo das funcións.
- cálculo do valor dunha función nun ou varios puntos pode axilizarse coa utilización dunha calculadora científica.
- A folla de cálculo Excel tamén pode ser de grande utilidade no estudo de táboas de valores e representación gráfica de funcións.

UNIDADE 5: Funcións polinómicas. Interpolación e extrapolación

Os alumnos que cursan a opción de bacharelato de ciencias sociais, en gran medida, orientarán o seu futuro cara a áreas en que a lectura e interpretación de táboas e gráficas será algo cotiá no seu quefacer profesional. A busca de características comúns que axuden a determinar con precisión o comportamento e as propiedades de determinadas funcións é de grande utilidade para encontrar criterios de formación de secuencias, para determinar valores intermedios dunha serie de medicións ou para predicir futuras tendencias dentro dun mesmo fenómeno, aínda que este non se axuste a unha fórmula matemática coñecida

I. OBXECTIVOS

- Dada unha táboa de valores correspondentes a unha función, representalos graficamente e determinar a ecuación das rectas que determinan os segmentos que unen, dous a dous, os puntos contiguos da táboa
- Coñecer o significado da interpolación.
- Distinguir en que condicións é aplicable a interpolación linear.
- Saber interpolar unha recta para un conxunto de dous puntos.
- Saber interpolar unha parábola para un conxunto de tres puntos.
- Distinguir entre interpolación e extrapolación.
- Aprender a resolver problemas de enunciado en que se poida aplicar a interpolación linear.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

1. Achar a ecuación dos segmentos de rectas que unen dous puntos contiguos dunha táboa de valores.
2. Achar distintos puntos polos que pasa unha recta da que coñecemos dous puntos.
3. Interpretar características básicas dunha función á vista da súa gráfica ou dunha táboa de valores.
4. Encontrar a ecuación dunha recta coñecidos dous puntos polos que pasa.
5. Utilizar a función de interpolación linear para calcular valores desta.
6. Obter a ecuación da función de segundo grao que pasa por tres puntos determinados.
7. Utilizar a función de interpolación de segundo grao para calcular outros valores desta.
8. Determinar a idoneidade da interpolación linear ou cuadrática.
9. Aplicar a interpolación e extrapolación á resolución de problemas en diversos contextos.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar as táboas de valores e a determinación dunha expresión alxébrica que se axuste ben aos puntos contidos nelas, como método para analizar e expresar o valor, en estadios dificilmente alcanzables, de fenómenos suxeitos a unha pauta coñecida. (C1, C2, C3, C7)
- Fomentar a capacidade de abstracción e dedución ao encontrar expresións matemáticas capaces de describir fenómenos, en distintos contextos, dos que coñecemos o seu comportamento nuns poucos puntos. (C2, C7, C8)
- Utilizar as técnicas de interpolación e extrapolación para tratar de coñecer o comportamento dun determinado fenómeno natural ou social, do que coñecemos algúns datos, en instantes previos ou no futuro. (C2, C3, C5, C7, C8)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Funcións definidas por táboas.
- Interpolación.
- Interpolación linear.
- Extrapolación.
- Aplicacións da interpolación.

Procedementos

- Representación gráfica dos puntos dunha táboa de valores correspondentes a unha función
- Determinación dun valor intermedio entre outros dous, correspondentes a unha táboa, mediante a interpolación linear.
- Determinación da ecuación dunha recta da que coñecemos dous puntos polos que pasa.
- Determinación de valores de funcións non alxébricas mediante interpolación e extrapolación.
- Aplicación da interpolación e a extrapolación na resolución de problemas e situacións reais.

Actitudes

- Valoración das táboas de valores dunha función, obtidos de forma empírica, como ferramenta na determinación dos posibles valores da función noutros puntos.
- Disposición ao rigor e á orde na análise dos valores dunha función, contidos nunha táboa e na busca dunha expresión alxébrica mediante a cal poder axustar a función.
- Seguridade no manexo e interpretación de táboas de valores dados.
- Rigor no proceso de interpolación.
- Valoración da utilidade da interpolación e a extrapolación na resolución de problemas.
- Valoración dos medios informáticos na determinación da función linear, cuadrática ou doutro tipo que mellor se axusta aos valores dunha táboa.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Funcións definidas por táboas

Insistir en que cando se debuxa a gráfica dunha función coa información obtida nunha táboa, debemos unir os puntos cun trazo suave, sen picos nin extravagancias.

Facer notar aos estudantes que o cambiar a escala na representación gráfica pode inducir a distintas interpretacións e manipulacións da información.

Interpolación e extrapolación

Facer notar aos estudantes que tanto a interpolación como a extrapolación son dúas ferramentas moi útiles e de uso habitual en diversas ramas das ciencias. Son múltiples os exemplos, tomados de calquera outra disciplina, que podemos utilizar para destacar a utilidade destes procedementos

Interpolación linear

Á hora de abordar un problema de contexto real, os estudantes poden ter dificultades coa elección das variables e, por tanto, débese insistir niso, asignando previamente cada variable á magnitude considerada.

Identificaremos este procedemento co de calcular a ecuación da única recta que pasa por dous puntos coñecidos e posteriormente calcular outros puntos desa recta.

Aplicacións da interpolación

En moitos problemas da vida real non está claro que tipo de interpolación é a máis adecuada. Nestes casos, o mellor é acudir á interpolación linear por segmentos, é dicir, obter unha función linear a anacos.

A representación gráfica dos puntos coñecidos pode suxerirnos outro tipo de interpolación.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

▪Wiris ten comandos directos que permiten determinar a ecuación dunha recta da que coñecemos dous puntos polos que pasa, representar os puntos e a recta e calcular o valor da devandita recta en

$$\begin{cases} r = \text{recta}(\text{punto}(1,3), \text{punto}(2,5)) \rightarrow y = 2 \cdot x + 1 \\ f(x) = 2x + 1 \rightarrow x \mapsto 2 \cdot x + 1 \\ f(1.5) \rightarrow 4. \end{cases}$$

puntos intermedios aos coñecidos

▪A interpolación cuadrática leva asociada a resolución de sistemas lineais de tres ecuacións con tres incógnitas; procedemento que contemplan de maneira directa tanto Wiris como Derive, o cal os converte en ferramentas adecuadas no estudo da interpolación cuadrática.

▪A prensa pode servirnos para encontrar e analizar funcións dadas por táboas e analizar de maneira crítica as previsións que, fundadas nos datos que se coñecen, fanse sobre o comportamento futuro da variable obxecto da información.

▪A utilización de papel cuadrulado e os instrumentos típicos do debuxo, así como da calculadora científica, será indispensable na resolución de exercicios de interpolación e extrapolación.

▪A folla de cálculo Excel tamén pode ser de grande utilidade no estudo da interpolación.

UNIDADES 6 e 7: Funcións elementais (racionais sinxelas, exponenciais e logarítmicas)

Nas unidades anteriores, os alumnos familiarizáronse co concepto de función, as súas operacións e aprenderon a determinar as propiedades globais destas: dominio, simetrías, tendencias, asíntotas etc.; nesta unidade utilizarán os procedementos aprendidos para debuxar as gráficas das funcións elementais e das obtidas destas mediante translacións, dilatacións ou simetrías.

Procurarase identificar cada familia de funcións con algún fenómeno natural ou social.

I. OBXECTIVOS

- Deducir as propiedades globais dunha función a través da súa gráfica.
- Identificar as funcións polinómicas e saber debuxar de maneira aproximada as súas gráficas cando podemos calcular as súas raíces.
- Identificar as funcións de proporcionalidade inversa e saber debuxar as súas gráficas. Saber debuxar as gráficas dalgunhas funcións racionais sinxelas.
- Identificar e saber debuxar as gráficas das funcións exponenciais e logarítmicas.
- Identificar o comportamento dalgúns fenómenos sociais ou naturais con funcións elementais.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

1. Estudar dominio, simetrías e signo dunha función dada pola súa expresión alxébrica ou pola súa gráfica.

2. Debuxar, de maneira aproximada, a gráfica dunha función polinómica facilmente factorizable e encontrar a expresión alxébrica dunha función polinómica da que coñecemos un número suficiente de datos.

3. Debuxar a gráfica dunha función do tipo $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ e, reciprocamente, a partir da gráfica dunha función dese tipo, determinar a súa ecuación alxébrica.

4. Estudar e representar graficamente sinxelas funcións racionais.

5. Resolver sinxelas ecuacións e sistemas de ecuacións exponenciais e logarítmicos.

6. Obter a gráfica de funcións exponenciais e logarítmicas e coñecer as relacións entre estas.

7. Analizar e representar graficamente a relación de dependencia entre dúas magnitudes físicas ou sociais dada por unha expresión alxébrica do tipo das estudadas nesta unidade.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar as linguaxes alxébricas e gráficas para transmitir informacións referentes á dependencia e evolución dunha magnitude física ou social respecto doutra. (C1, C2, C3, C5)
- Interpretar de maneira racional a información difundida polos medios de comunicación relativa á evolución, en función do tempo, dalgunhas variables de carácter social ou económico. (C1, C2, C5, C8)
- Utilizar as novas tecnoloxías para obter, analizar e difundir informacións, relativas a temas científicos ou sociais, que conteñan táboas de datos relacionados ou representacións gráficas destes. (C4, C5, C6, C7, C8)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Gráfica dunha función. Propiedades globais.
- Funcións cuadráticas.
- Funcións polinómicas.
- Funcións de proporcionalidade inversa.
- Funcións racionais.
- Funcións exponenciais.
- Funcións logarítmicas.
- Funcións valor absoluto e parte enteira.
- Aplicacións das funcións á vida cotiá.

Procedementos

- Análise das simetrías e o signo dunha función.
- Representación gráfica de funcións cuadráticas.
- Representación gráfica de funcións polinómicas.
- Representación gráfica da función de proporcionalidade inversa e as obtidas mediante translacións e dilatacións.
- Representación gráfica de sinxelas funcións racionais.
- Representación gráfica de funcións exponenciais e logarítmicas. Resolución de ecuacións e sistemas de ecuacións exponenciais e logarítmicas.
- Representación gráfica da función valor absoluto e parte enteira e de funcións afectadas por valores absolutos.
- Análise das propiedades das funcións anteriores a partir das súas gráficas.
- Asociación de funcións elementais a situacións reais e viceversa.

Actitudes

- Valoración da linguaxe alxébrica e gráfica á hora de describir, analizar e resolver situacións reais en distintos contextos.
- Valoración do concepto de familia de funcións para comparar aquelas cun tipo de comportamento e unha gráfica similares.
- Valoración das funcións e transformacións elementais (translacións e dilatacións) para debuxar as gráficas de funcións máis complexas.
- Valoración das funcións elementais e das súas gráficas como medio de estudar o comportamento de moitos fenómenos sociais e naturais.
- Valoración das aplicacións informáticas á hora de representar de maneira precisa a gráfica dunha función dada pola súa expresión alxébrica.
- Gusto pola precisión, a limpeza e a orde á hora de debuxar a gráfica dunha función.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Gráfica dunha función. Signo e simetría

A determinación dos puntos de corte cos eixes, así como dos intervalos en que a función é positiva ou negativa, axuda a esbozar a gráfica dunha función. Propiedades como a simetría ou a periodicidade simplifican tamén o estudo gráfico das funcións.

Funcións cuadráticas

As funcións polinómicas de grao 0, 1 e 2 foron amplamente estudadas en cursos anteriores; non obstante, convén recordar como determinar a curvatura, os puntos de corte cos eixes e o vértice da parábola.

Na representación gráfica das cuadráticas pode utilizarse a técnica de completar cadrados e posteriormente aplicar a translación e dilatación correspondente á gráfica da función $y = x^2$.

Funcións polinómicas de grao maior que dous

Para as funcións polinómicas de grao maior que dous, facilmente factorizables, o coñecemento das súas raíces (incluída a multiplicidade), a tendencia en $-\infty$ e $+\infty$, o signo, así como algún punto concreto polo que pase, poden ser suficientes para esbozar a súa gráfica.

Convén que o alumno coñeza a gráfica das funcións do tipo $f(x) = x^n$, observando as diferenzas cando n é par ou impar.

Funcións de proporcionalidade inversa

Insistir en que concepto de proporcionalidade inversa non é “a maior x , menor y ” e propoñer ao alumno que busque exemplos de proporcionalidade inversa e doutras que non o sexan, aínda que se verifique que “a maior x , menor y ”.

As gráficas das funcións do tipo $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ poden obterse, de maneira fácil, a partir da de

$$f(x) = \frac{1}{x}.$$

Funcións racionais

Insistir en que as asíntotas, se existen, constitúen a ferramenta máis potente para debuxar as gráficas das funcións racionais.

Antes de calcular as asíntotas horizontais, o estudante debe estimar o valor da función para valores de x afastados da orixe e, posteriormente, comprobar que a súa estimación é boa calculando as asíntotas horizontais.

Un erro moi frecuente é pensar que a gráfica da función non pode cortar as súas asíntotas, ou que unha función que posúe unha asíntota horizontal non pode ter unha asíntota oblicua; estas aclaracións poden facerse utilizando contraexemplos.

A función exponencial

No estudo das funcións exponenciais convén ter en conta que $a^x > 0 \forall x$; $a^0 = 1$.

Analizar o distinto comportamento destas funcións dependendo de que $0 < a < 1$ ó $1 < a$.

Convén facer notar que as gráficas de a^x e de $\left(\frac{1}{a}\right)^x$ son simétricas respecto do eixe Oy .

Insistir en que as funcións exponenciais constitúen o exemplo típico de funcións que poden ter diferente comportamento cando se estudan os seus límites en máis e en menos infinito.

A función logarítmica

Se se fai notar que $\log_a(x)$ é a función inversa de a^x e que as gráficas de dúas funcións inversas son simétricas respecto da recta $y = x$, resulta fácil debuxar a gráfica de calquera función logarítmica. Non esquecer que as funcións logarítmicas, en xeral, teñen asíntotas verticais e insistir no cálculo do seu dominio.

Funcións valor absoluto e parte enteira

É fundamental que os estudantes vexan con claridade que para definir a anacos unha función dada con valores absolutos, os puntos máis importantes da gráfica, é dicir, os que fan de fronteira nos tramos, veñen dados polos números que anulan cada un dos valores absolutos que interveñen na función.

Facer notar que as gráficas das funcións $f(x)$ e $|f(x)|$ coinciden nas zonas en que $f(x) \geq 0$, e son simétricas respecto ao eixe Ox nas zonas en que $f(x) < 0$.

Propoñer algúns exemplos en que apareza a función parte enteira.

Aplicacións das funcións á vida cotiá

Convén que os alumnos comprendan a utilidade das funcións e a súa representación gráfica en multitude de situacións reais.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Calculadora gráfica.
- Aplicacións informáticas con posibilidades gráficas: Derive, Wiris, Excel etc.
- Papel cuadriculado, instrumentos de medida e as ferramentas básicas de debuxo.
- Periódicos, revistas e outras publicacións en que se inclúan táboas de datos e gráficos como apoio á información escrita.

UNIDADE 8: Límites de funcións. Continuidade

O concepto de límite é básico no estudo da análise, pero a súa complexidade fai que non sexa aconsellable, neste nivel educativo, un tratamento excesivamente formal deste, xa que os alumnos

desta idade aínda non desenvolveron plenamente a súa capacidade de abstracción e formalización. É preferible unha introdución máis intuitiva en que utilizaremos a calculadora ou algunha aplicación informática para analizar, a través dunha táboa de valores ou da súa gráfica, a tendencia dos valores dunha función nas proximidades dun punto.

Convén estudar con certo detalle a aritmética do infinito e analizar as distintas indeterminacións. Unha vez coñecidas estas, o cálculo de límites non presentará máis dificultades que as derivadas da fluidez no manexo de expresións alxébricas, factorización de polinomios, expresións racionais, con radicais etc.

Ao concepto de función continua nun punto chegaremos tamén desde un punto de vista intuitivo. A definición intuitiva de función continua como aquela cuxa gráfica podemos debuxar sen levantar o lapis do papel conduciranos a debuxar gráficas de funcións que non o sexan ben porque non estean definidas nun punto, ou porque non exista límite cando nos aproximamos cara a ese punto ou ben porque aínda estando definida a función nese punto e existindo o límite, ambos non coinciden.

I. OBXECTIVOS

- Calcular a tendencia dunha función a partir da análise da súa gráfica ou dunha táboa de valores.
- Determinar, de forma intuitiva, a continuidade dunha función dada pola súa gráfica.
- Determinar a continuidade dunha función, dada pola súa expresión alxébrica, por medio do cálculo de límites.
- Determinar as asíntotas horizontais dunha función.
- Determinar as asíntotas verticais dunha función.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

1. Analizar a tendencia dunha función á vista da súa gráfica.
2. Calcular límites de funcións aplicando as súas propiedades ou por métodos que permitan resolver as indeterminacións que se presentan.
3. Interpretar graficamente o resultado obtido ao calcular o límite dunha función nun punto.
4. Determinar os intervalos de continuidade dunha función dada pola súa expresión alxébrica.
5. Determinar e analizar de que tipo son, as discontinuidades dunha función dada pola súa expresión alxébrica ou pola súa gráfica.
6. Achar as asíntotas horizontais dunha función a través do cálculo de límites.
7. Calcular as asíntotas verticais dunha función sinxela dada pola súa gráfica ou pola súa expresión alxébrica a partir de métodos numéricos.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar o concepto de límite para describir, analizar e determinar o comportamento dun fenómeno, dado por unha expresión alxébrica, nuns instantes, tan próximos como queiramos, a aqueles en que este presenta un comportamento anómalo. (C1, C2, C3, C5)
- Coñecer a aritmética do infinito, as indeterminacións e os procesos para resolver estas. (C2, C7, C8)
- Analizar, con carácter crítico, e dar unha explicación plausible a certos paradoxos históricos. (C1, C2, C6, C7, C8)
- Utilizar as novas tecnoloxías para representar e estudar a continuidade de funcións. (C2, C4, C7, C8)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Límite dunha función nun punto. Límites laterais.
- Límites infinitos. Asíntotas verticais.
- Límites no infinito. Asíntotas horizontais.
- Indeterminacións.
- Continuidade nun punto. Continuidade nun intervalo.
- Discontinuidades. Tipos de discontinuidades.

Procedementos

- Determinación, coa axuda da calculadora, do límite dunha función.
- Determinación das tendencias dunha función a partir da súa gráfica.
- Cálculo do límite dunha función, nun punto ou no infinito, dada pola súa expresión alxébrica.
- Determinación das asíntotas verticais e horizontais dunha función a través da súa gráfica ou da súa expresión alxébrica.
- Análise da continuidade dunha función dada pola súa gráfica ou pola súa expresión analítica.
- Determinación dos puntos de discontinuidade dunha función e clasificación dos mesmos.

- Utilización da calculadora ou de programas informáticos no cálculo de límites.

Actitudes

- Curiosidade por abordar matematicamente problemas relacionados coas tendencias de fenómenos asociados a funcións.
- Valoración da linguaxe simbólica como ferramenta para describir a tendencia dunha función.
- Valoración da linguaxe gráfica para determinar as tendencias de funcións e as súas asíntotas.
- Disposición a crear modelos e realizar abstraccións a partir de situacións problemáticas concretas.
- Valoración da calculadora e o ordenador como ferramentas útiles na análise da tendencia dunha función.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Límite de funcións

Utilizando a calculadora ou unha folla de cálculo, é fácil analizar a tendencia dos valores dunha función a medida que a variable se aproxima cara ao ∞ , podendo definir desta maneira límites no infinito.

A análise das gráficas de funcións definidas a anacos ou que presenten unha descontinuidade evitable ou asíntótica nun punto pode axudarnos a definir o concepto de límite dunha función nun punto, así como os conceptos de límites laterais. Chegará con esta introdución intuitiva sen que sexa necesaria unha maior formalización.

Unha boa colección de gráficas, convenientemente elixidas, axudará a que o alumno analice a tendencia dunha función e se familiarice co concepto de límite.

Propiedades dos límites

Non é necesario demostrar as propiedades dos límites; se acaso dunha forma intuitiva. Os alumnos poden comprender a unicidade do límite vendo a imposibilidade de que os valores que toma unha función nas proximidades dun punto se concentren, simultaneamente, arredor de dous valores distintos.

Facer notar aos alumnos que as propiedades dos límites son totalmente análogas ás correspondentes operacións con números e que soamente haberá que acudir ao concepto de límite cando estas operacións conduzan a expresións que non definen ningún número.

Cálculo de límites. Límites infinitos e no infinito

Unha vez analizada a tendencia dunha función de forma gráfica, haberá que pasar a calcular límites coa axuda da calculadora.

Convén facer notar aos alumnos que cando simplificamos a expresión alxébrica, racional por exemplo, dunha función, obtemos outra que é case idéntica á de partida, pero que difire dela nun número finito de puntos.

Os polinomios, a función de proporcionalidade inversa e as obtidas desta mediante translacións e as funcións racionais en xeral son bos exemplos para calcular límites no infinito e límites infinitos.

Indeterminacións

alumno, na etapa anterior, tivo contacto con algunhas expresións indeterminadas; neste punto aprenderá os procedementos para resolver indeterminacións do tipo $\frac{\infty}{\infty}$; $\frac{0}{0}$; $0 \cdot \infty$; $\infty - \infty$.

Dependendo do nivel do grupo, o profesor valorará a conveniencia de darlles procedementos para resolver outras indeterminacións como 1^∞ .

Asíntotas e ramas infinitas

As asíntotas horizontais e verticais xa se introduciron de maneira intuitiva cando calculamos límites no infinito e cando encontramos que nalgún punto os límites laterais son infinitos.

En asíntotas oblicuas limitarémonos a funcións racionais en que o grao do numerador sexa un máis que o grao do denominador. Trataremos de que o alumno comprenda, polo menos intuitivamente, que a asíntota coincide coa función cociente (que loxicamente é lineal).

Observar que, aínda que a veces coincidan, os límites en máis infinito e en menos infinito non son o mesmo, polo que unha función pode ter dúas asíntotas horizontais.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l$$

Insistir na interpretación gráfica da igualdade $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l$.

Un erro moi frecuente é pensar que a gráfica da función non pode cortar as súas asíntotas e que se unha función ten asíntotas horizontais non pode ter ramas oblicuas.

Nas funcións racionais, con asíntotas verticais, o estudante debe saber obter, sen axuda da calculadora, $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$, tanto pola dereita como pola esquerda, se $x = a$ é unha asíntota vertical.

Continuidade

Da análise das causas polas que a gráfica dunha función é descontínua nalgún punto (non estar definida, non haber límite cando nos aproximamos a ese punto ou que, existindo límite, este non coincida co valor da función no devandito punto) podemos chegar a dar unha definición bastante formal de función continua nun punto $f(x)$ continua en $a \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.

Convén facer notar que a continuidade é unha propiedade puntual antes de definir función continua nun intervalo.

Con exemplos convenientemente elixidos analizaremos os distintos tipos de discontinuidades: evitables, de salto finito e asíntóticas.

Propoñer exemplos de funcións definidas a anacos que sexan continuas e outras descontínuas. Nestas funcións non deben esquecerse de estudar a continuidade nos intervalos de definición de cada anaco, ademais de nos extremos dos devanditos intervalos.

Todos os cálculos deberían estar acompañados da súa correspondente interpretación gráfica.

Utilización de límites en situacións concretas

En diversos problemas das ciencias sociais, cando se queren realizar estudos a longo prazo, é conveniente acudir aos límites no infinito.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Aplicacións informáticas que inclúen comando de cálculo de límites e facilitan a construción de gráficas: Wiris, Derive etc.
- Calculadora científica.
- Folla de cálculo Excel para analizar táboas de valores.

UNIDADE 9: Introducción ás derivadas

O concepto de límite, estudado na unidade anterior, permite introducir o concepto de derivada, que supón un dos instrumentos máis potentes da matemática, con aplicacións en moi diversos campos.

A necesidade de coñecer a variación instantánea dunha magnitude, física ou social, con respecto á súa variable independente aparece en multitude de situacións, polo que o cálculo de derivadas será unha ferramenta indispensable no seu estudo.

A introdución a este concepto podemos facela ben analizando un sinxelo problema físico como pode ser o da determinación da velocidade instantánea dun móbil ou ben analizando o problema histórico do cálculo da ecuación da recta tanxente a unha curva nun punto.

coñecemento da función derivada das funcións elementais e a aplicación correcta das regras de derivación son imprescindibles para alcanzar os obxectivos correspondentes a esta unidade.

I. OBXECTIVOS

- Calcular a taxa de variación media dunha función nun intervalo e a taxa de variación instantánea nun punto.
- Saber interpretar xeometricamente o concepto de derivada dunha función nun punto.
- Calcular a ecuación da recta tanxente a unha curva nun punto.
- Saber calcular a función derivada das funcións elementais e das obtidas mediante operacións alxébricas das elementais.
- Saber aplicar correctamente a regra da cadea para calcular a función derivada de funcións obtidas por composición de funcións elementais.
- Saber determinar os intervalos de crecemento e decrecemento dunha función derivable e calcular os puntos con tanxente horizontal.
- Resolver problemas de optimización.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

1. Calcular a taxa de variación media dunha función nun intervalo.
2. Calcular a derivada dunha función nun punto mediante métodos numéricos.
3. Calcular a ecuación da recta tanxente a unha curva nun punto.
4. Calcular a función derivada de funcións elementais.
5. Determinar os puntos dunha función en que a tanxente teña unha pendente determinada.
6. Determinar os intervalos de crecemento e decrecemento dunha función e os máximos e mínimos absolutos e relativos.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar a derivada dunha función, asociada a certo fenómeno social ou natural, nun punto para extraer e elaborar conclusións sobre o comportamento da devandita función nas proximidades dese punto. (C1, C2, C3, C5, C8)
- Coñecer a evolución histórica do problema do cálculo da tanxente a unha curva nun punto. (C2, C6, C7)
- Distinguir entre propiedades globais e puntuais, variacións medias nun intervalo e variación instantánea e utilizalo na análise crítica do comportamento de certos fenómenos. (C2, C4)
- Utilizar as novas tecnoloxías para representar e analizar o comportamento local e global das funcións. (C2, C4, C7, C8)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Taxa de variación media dunha función nun intervalo.
- Derivada dunha función nun punto.
- Ecuación da recta tanxente a unha función nun punto.
- Funcións derivadas das funcións elementais. Regras de derivación: suma, produto e cociente.

Procedementos

- Cálculo da taxa de variación media dunha función nun intervalo.
- Cálculo da pendente da recta tanxente a unha función nun punto.
- Cálculo de funcións derivadas de funcións polinómicas e racionais sinxelas.

Actitudes

- Valoración da utilidade do concepto de derivada para analizar o comportamento de fenómenos científicos e sociais.
- Predisposición á investigación e ao rigor á hora de analizar o comportamento dunha función.
- Disposición a crear modelos matemáticos que permitan estudar o comportamento de diversos fenómenos naturais ou sociais.
- Valoración dos recursos informáticos no estudo global de funcións.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Taxas de variación

Se nunha hipotética viaxe de 300km saímos ás 0.00 e chegamos ao destino ás 3.00, é fácil deducir que a velocidade media ao longo do traxecto foi de 100km/h; pero este dato non nos servirá como coartada se recibimos unha multa da DGT porque o radar detectou que ás 2.00 circulabamos a 150km/h, xa que o radar mide a velocidade instantánea.

Este sinxelo exemplo, acompañado dunha táboa de valores en que se indique o espazo percorrido ata as 2.30, 2.15, 2.05, 2.01... pode servirnos para ir calculando as velocidades medias en cada un dos intervalos de tempo [2.00, 2.30], [2.00, 2.15], [2.00, 2.05], [2.00, 2.01] e de aí, e por medio do concepto de límite, chegar ao concepto de velocidade instantánea.

Derivada dunha función nun punto

Unha vez alcanzado o concepto de derivada dunha función nun punto como a variación instantánea dunha magnitude (espazo) respecto da súa variable (tempo), pasaremos a dar unha interpretación xeométrica deste, para o que calcularemos as pendentes das secantes a unha curva polos puntos $[a, f(a)]$, $[a + h, f(a + h)]$. Da análise de que ocorre coa pendente da secante a medida que h vaise facendo máis pequeno chegaremos á identificación da derivada dunha función nun punto coa pendente da tanxente á devandita función nese punto.

Como exercicio introdutorio pódese propoñer aos estudantes que dada a curva, por exemplo,

$f(x) = \frac{x^2 - 4}{4}$, calculen as pendentes das rectas secantes que unen o punto $P(2, 0)$ cos puntos de

abscisa 3, 2,5, 2,1, 2,01, e en xeral, $2 + h$. Á vista dos resultados obtidos deben conxecturar a pendente da recta tanxente en P e, ao debuxar esa recta, confirmar a súa conxectura.

Interpretación xeométrica

Para unha mellor identificación da derivada dunha función nun punto coa pendente da tanxente á devandita función nese punto poden propoñerse exercicios de esbozar gráficas que, nalgúns puntos, verifiquen certas condicións en canto ao valor da súa derivada ou á pendente da súa tanxente.

Apoiarémonos en diferentes tipos de gráficas para predicir cal vai ser o signo, o valor aproximado, a posición da recta tanxente con relación á curva etc., en cada punto concreto. É conveniente que os alumnos extraian as súas propias conclusións en cada caso e se estas son demasiado xeneralizadoras, contrarrestar con contraexemplos os posibles erros.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Aplicacións informáticas como Wiris ou Derive, que inclúen comandos directos para calcular a función derivada dunha función dada e permiten representalas conxuntamente.
- Folla de cálculo Excel, que permitirá analizar táboas con valores dunha función e a súa derivada en distintos puntos utilizando a posibilidade de escribir os números negativos en vermello para detectar os cambios de signo.

UNIDADES 10 e 11: Estatística unidimensional. Táboas, gráficos e parámetros

As distribucións unidimensionais deben ser xa coñecidas polos alumnos ao chegar ao Bacharelato, pero dada a importancia da estatística nas ciencias sociais, volveremos recordar todo o vocabulario básico relativo a este tema: carácter estatístico, variable estatística, medidas de centralización, posición e dispersión etc.

Na seguinte unidade estudaremos distribucións estatísticas bidimensionais co obxecto de descubrir se existe ou non algunha relación entre as dúas variables estatísticas que interveñen; pero este estudo necesita ter moi claros todos os conceptos e procedementos típicos no tratamento de distribucións unidimensionais.

I. OBXECTIVOS

- Identificar e clasificar variables estatísticas.
- Coñecer os conceptos estatísticos máis usuais: carácter estatístico, poboación, individuo, mostra etc.
- Recompilar, ordenar e elaborar táboas de datos relativos a unha variable estatística.
- Utilizar distintos tipos de gráficos para representar os datos obtidos.
- Calcular os parámetros de centralización e interpretar o seu significado.
- Calcular os parámetros de dispersión e de posición e interpretar o seu significado.
- Interpretar de forma crítica as informacións de carácter estatístico incluídas en distintos medios de comunicación.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

1. Clasificar e definir variables estatísticas dos distintos tipos: cualitativas, cuantitativas discretas e continuas.
2. Recompilar, representar, estudar e interpretar os parámetros dunha serie de datos correspondentes a unha variable estatística cuantitativa, discreta ou continua.
3. Elaborar e interpretar gráficos estatísticos, correspondentes a distribucións cualitativas ou cuantitativas, discretas ou continuas.
4. Calcular a media, moda e mediana dunha serie de datos correspondentes a unha variable estatística unidimensional.
5. Calcular a varianza e a desviación típica dunha serie de datos correspondentes a unha variable estatística unidimensional.
6. Determinar a mediana, cuartís e percentís dunha distribución estatística.
7. Comparar dúas series de datos, correspondentes a unha mesma variable estatística, en función dos seus parámetros de centralización e dispersión.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Expresar de forma rigorosa, utilizando a notación adecuada, os diferentes parámetros dunha distribución de frecuencias e expresar en linguaxe gráfica os devanditos parámetros. (C1, C2, C8)
- Efectuar representacións gráficas precisas, utilizando o material adecuado, para reflectir distribucións de frecuencias sacadas de situacións do noso medio. (C2, C3, C5, C6)
- Potenciar a creatividade dos alumnos a través das diferentes ferramentas estatísticas no estudo de poboacións e variables en xeral, sopesando e valorando as conclusións obtidas. (C7, C8)
- Resolver, calcular e representar problemas relacionados coa estatística utilizando con destreza as novas tecnoloxías, como calculadoras ou programas informáticos. (C2, C4, C8)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Variables estatísticas. Clasificación.
- Variables cualitativas. Distribución de frecuencias. Representación gráfica.
- Variables cuantitativas discretas. Distribución de frecuencias. Representación gráfica. Frecuencias acumuladas. Táboas e gráficos.

- Variables cuantitativas continuas. Intervalos e marcas de clase. Distribución de frecuencias. Representación gráfica. Frecuencias acumuladas. Táboas e gráficos.
- Medidas de centralización: media, moda e mediana.
- Medidas de dispersión: varianza e desviación típica.
- Medidas de posición: mediana, cuartís e percentís.

Procedementos

- Definir distintas variables estadísticas, cualitativas ou cuantitativas, para analizar unha poboación ou mostra.
- Elaborar táboas de frecuencias.
- Representación gráfica de variables cualitativas mediante diagramas de sectores, pictogramas ou cartogramas.
- Representación gráfica de variables discretas mediante diagramas de barras e polígonos de frecuencias.
- Representación gráfica de variables continuas mediante histogramas, polígonos de frecuencias e pirámides de poboación.
- Cálculo das medidas de centralización dunha variable cuantitativa.
- Cálculo das medidas de dispersión dunha variable cuantitativa.
- Cálculo das medidas de posición dunha variable estadística cuantitativa.
- Utilización da calculadora para cálculos estadísticos.

Actitudes

- Disposición favorable para o estudo de caracteres estadísticos dunha poboación.
- Valoración positiva da estatística no estudo de caracteres cuantitativos dunha poboación ou mostra.
- Elaboración ordenada e clara de táboas de frecuencias e de diagramas.
- Recoñecemento da utilidade da calculadora e dos recursos informáticos no estudo da estatística.
- Valoración do traballo en grupo como método eficaz para a recollida de datos e para efectuar análises estadísticas.
- Curiosidade polo estudo e tratamento estadístico de cuestións que teñan que ver coas ciencias sociais.
- Gusto pola representación gráfica clara e precisa.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Variables cuantitativas discretas: distribución de frecuencias

Comezaremos definindo o concepto de variable estadística e clasificándoas, en función do carácter estadístico a estudar, en cualitativas e cuantitativas.

Feita a distinción entre variables estadísticas cuantitativas discretas e continuas, é aconsellable que os alumnos formulen distintos exemplos deste tipo de variables.

Para este tipo de variables formaranse táboas estadísticas moi completas en que figuren as frecuencias absolutas, relativas e acumuladas para cada dato etc., datos que posteriormente utilizaremos na determinación das medidas de centralización, posición e dispersión.

Para representar graficamente os datos utilizaremos fundamentalmente diagramas de barras e polígonos de frecuencias. Poden utilizarse tamén pictogramas.

Variables cualitativas: distribución de frecuencias

Na introdución do concepto de variable estadística cualitativa é aconsellable que os alumnos expoñan distintos exemplos deste tipo de variables.

Estudarse un exemplo de maneira detallada, confeccionando unha táboa estatística o máis completa posible, en que deberán figurar as modalidades da variable, a frecuencia absoluta, absoluta acumulada, relativa, relativa acumulada, porcentaxes e porcentaxes acumuladas.

Repásanse os diagramas de barras e de sectores para representar as distribucións de variable estadística cualitativa.

Variables cuantitativas continuas: distribución de frecuencias

Ao igual que coas discretas, procurárase que os alumnos formulen distintos exemplos deste tipo de variables.

É importante que os alumnos teñan criterios claros ao agrupar os datos en intervalos de clase e determinar as marcas de clase para posteriormente elaborar as correspondentes táboas de frecuencias.

Na representación gráfica utilizaremos fundamentalmente os histogramas.

É importante ver algún exemplo de histograma en que as clases sexan de distinta amplitude, para que teñan necesidade de calcular coidadosamente as alturas dos rectángulos.

Medidas de centralización

Repásanse os conceptos de media aritmética, mediana e moda. Comezaremos por calculalos para variables discretas e posteriormente para variables continuas.

É moi importante que os alumnos teñan unha idea dos valores que han de tomar certos parámetros de centralización a partir da táboa estatística.

Medidas de posición

Se ben a mediana é unha medida de posición, xa que divide a distribución en dúas partes iguais, tamén se considera unha medida de centralización.

estudo dos cuartís primeiro e terceiro é moi sinxelo, xa que se trata da mediana da primeira metade da distribución e a mediana da segunda metade da distribución, respectivamente.

Para distribucións de variable estatística discreta convén ver os percentís como medidas de posición, insistindo preferentemente nos percentís décimo e nonaxésimo.

Os informes pediátricos, en que se inclúen os distintos percentís de peso e talla por sexo e idade, poden ser un bo exemplo para ilustrar estes conceptos.

Medidas de dispersión

A comparación de dúas táboas de datos que tendo as mesmas medidas de centralización indiquen un comportamento moi distinto da variable levaranos á necesidade de introducir as medidas de dispersión (pensar no distinto rendemento académico de dous alumnos cuxas notas respectivas nunha materia son

A: 1, 2, 3, 5, 5, 5, 7, 8, 9; B: 3, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 7).

Vista a insuficiencia das medidas de centralización, comezaremos estudando o parámetro máis sinxelo de dispersión: o rango. A partir deste concepto é moi fácil chegar á idea de rango intercuartílico.

Estúdanse as desviacións respecto á media e ao comprobar que a súa suma é sempre cero, xustificaremos por que utilizamos a media aritmética dos valores absolutos das desviacións respecto á media, dando lugar á desviación media. Ou ben a media aritmética dos cadrados das desviacións respecto á media, dando lugar á varianza.

É moi importante que se vexa que o parámetro varianza é o único que se mide no cadrado das unidades.

É moi importante que os alumnos aprendan a utilizar de maneira correcta a calculadora científica para a determinación da media e as medidas de dispersión.

En distribucións unimodais, simétricas ou lixeiramente asimétricas ten moito interese ver como se distribúen os datos arredor da media analizando que porcentaxe dos mesmos se encontra nos intervalos.

$(\bar{x} - s, \bar{x} + s)$, $(\bar{x} - 2s, \bar{x} + 2s)$ e $(\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s)$

Introducírase o coeficiente de variación para analizar a representatividade da media.

Aplicacións da estatística unidimensional ás ciencias sociais

Sen dúbida, son numerosas as aplicacións da estatística unidimensional ás ciencias sociais; unha boa elección nos enunciados dos exercicios que se propoñan e desenvolvan na aula servirá para destacar algunhas destas aplicacións.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Calculadoras científicas usuais que dispoñan de tratamento estatístico.
- A folla de cálculo Excel permítenos achar os parámetros estatísticos dunha distribución de frecuencias e realizar distintos tipos de representacións gráficas.
- Xornais, revistas ou outro tipo de publicacións que inclúan noticias en que se utilicen conceptos, táboas, gráficos ou medidas estatísticas.

UNIDADE 12: Distribucións bidimensionais. Correlación e regresión

Na unidade anterior estudamos as distribucións estatísticas unidimensionais, adquirindo coñecementos e procedementos que serán necesarios para conseguir os obxectivos desta unidade.

Na maioría das ocasións, os fenómenos da realidade non seguen modelos funcionais, polo que será necesario encontrar modelos matemáticos que poidan explicar estes fenómenos e as posibles relacións entre as variables que neles interveñen. Para estudar a posible dependencia entre dúas variables que interveñen nun mesmo fenómeno, comezaremos por tomar unha serie de valores destas e, despois de representar graficamente estes datos, analizaremos, tanto gráfica como

analiticamente, a posible relación que existe entre elas, utilizando distintos modelos de regresión e calculando o coeficiente de correlación lineal de Pearson.

I. OBXECTIVOS

- Saber elaborar e interpretar táboas estatísticas bidimensionais e calcular os parámetros estatísticos.
- Adquirir os conceptos de regresión e correlación nas variables bidimensionais e saber efectuar estimacións coas rectas de regresión coñecendo a fiabilidade destas.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

1. Elaborar e interpretar táboas estatísticas bidimensionais.
2. Representar graficamente os datos contidos nunha táboa de dobre entrada e á vista da nube de puntos determinar a existencia de correlación entre ambas as variables indicando o tipo e a fortaleza desta.
3. Achar as distribucións marxinais dunha variable bidimensional e calcular e interpretar os seus parámetros estatísticos.
4. Efectuar diagramas de dispersión e calcular o coeficiente de correlación lineal de Pearson interpretando o seu significado.
5. Calcular as rectas de regresión e efectuar estimacións con elas.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Expresar de forma rigorosa, utilizando a notación adecuada, os diferentes parámetros dunha distribución de frecuencias e expresar na linguaxe gráfica os devanditos parámetros. (C1, C2, C8)
- Efectuar representacións gráficas precisas, utilizando o material adecuado, para reflectir distribucións de frecuencias unidimensionais como bidimensionais sacadas de situacións do noso medio. (C2, C3, C5, C6)
- Potenciar a creatividade dos alumnos a través das diferentes ferramentas estatísticas no estudo de poboacións e variables en xeral, sopesando e valorando as conclusións obtidas. (C7, C8)
- Resolver, calcular e representar problemas relacionados coa estatística utilizando con destreza as novas tecnoloxías, como calculadoras ou programas informáticos. (C2, C4, C8)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Variables bidimensionais.
- Diagramas de dispersión.
- Covarianza.
- Correlación.
- Coeficiente de correlación lineal.
- Rectas de regresión lineal.
- Aplicacións.

Procedementos

- Efectuar diagramas de dispersión de variables bidimensionais.
- Obtención, por simple observación, do tipo de correlación que existe entre dúas variables.
- Cálculo do coeficiente de correlación lineal de Pearson.
- Cálculo e representación gráfica das rectas de regresión dunha variable bidimensional.
- Realización de estimacións mediante as rectas de regresión.
- Determinación, con axuda da folla de cálculo Excel, dalgunhas funcións de regresión non lineais (cuadráticas, exponenciais, logarítmicas).
- Achar e representar as rectas de regresión cando existen valores discordantes ou atípicos.
- Utilización da folla de cálculo Excel no estudo de distribucións bidimensionais.

Actitudes

- Disposición favorable para o estudo de caracteres estatísticos dunha poboación.
- Valoración positiva da estatística no estudo de caracteres cuantitativos dunha poboación ou mostra.
- Elaboración ordenada e clara de táboas de frecuencias e de diagramas.
- Recoñecemento da utilidade dos medios informáticos no estudo da estatística.
- Interese pola busca de situacións e problemas en que aparezan variables bidimensionais.
- Predisposición para aprender conceptos, relacións e técnicas novas para resolver problemas e efectuar estimacións.
- Gusto pola representación gráfica clara e precisa.
- Rigor científico na valoración de resultados e nos prognósticos das estimacións.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Variables bidimensionais. Distribución conxunta

estudo das distribucións bidimensionais débese comezar coa presentación de distintas variables bidimensionais. Adoitan ser máis interesantes aquelas que teñen que ver co contexto dos alumnos, para o cal aconséllase que sexan eles mesmos os que preparen variables bidimensionais e logo se poñan en común na aula.

A presentación de distintos tipos de táboas estatísticas bidimensionais débese facer de forma progresiva, de menor a maior dificultade. Así, por exemplo, pódese comezar cunha táboa bidimensional simple en que as dúas variables son discretas e con frecuencia 1 para cada par; posteriormente pódese seguir con táboas simples coas dúas variables discretas e con frecuencias distintas da unidade, táboas coas dúas variables continuas e táboas en que unha variable sexa discreta e a outra continua.

Para todos os tipos de táboas propoñemos que o alumno aprenda a transformalas en táboas simples de frecuencias, co fin de poder realizar os cálculos dos parámetros de forma máis sinxela.

Diagramas de dispersión

A representación das nubes de puntos das distribucións bidimensionais non ofrece ningunha dificultade, xa que é a representación de puntos sobre o plano cartesiano.

É importante que representen as nubes de puntos de distribucións bidimensionais dos distintos tipos.

Covarianza

A covarianza ou varianza conxunta é un parámetro novo, por iso, suxírese presentalo con certa analogía ás varianzas de X e de Y .

Tamén é aconsellable que comprendan que as varianzas, debido á súa definición, son sempre positivas; en cambio, a covarianza pode ser indistintamente positiva ou negativa. É conveniente ensinar aos alumnos a utilizar a calculadora de forma precisa para determinar os distintos parámetros. Nalgún caso moi sinxelo poden efectuarse a man.

Correlación

concepto de correlación pode aparecer de forma natural se se presentan exemplos o suficientemente claros en que a dependencia sexa moi forte, por exemplo, radio e lonxitude dunha circunferencia e outros en que a dependencia sexa inexistente, por exemplo, talle dun alumno e número de irmáns. Entre estes dous casos extremos pódense presentar outros exemplos para que vexan cando se espera que entre as variables exista maior ou menor dependencia.

Neste epígrafe é fundamental que a partir das nubes de puntos os alumnos cheguen a distinguir o maior ou menor grao de dependencia que existe entre as variables, así como se esta é positiva ou negativa.

Coefficiente de correlación lineal

Trátase de cuantificar dunha forma exacta o grao de dependencia entre as dúas variables que interveñen na distribución bidimensional, a partir do coeficiente de correlación lineal de Pearson.

Despois de realizar o cálculo de r en varios exemplos, sería moi interesante tratar de identificar as nubes de puntos co coeficiente r calculado.

Suxírese practicar esta idea, pois é moi útil que o alumno coñeza, á vista da nube e previamente ao seu cálculo, ese valor aproximado de r . Para iso comezaremos co signo de r ; posteriormente, se se aproxima moito a ± 1 ou non, segundo o ancho ou estreito da nube.

Regresión lineal

A idea intuitiva de recta de regresión pódese introducir como recta que mellor se axusta á nube de puntos.

A ecuación da recta de regresión suxírese presentar na forma punto-pendente, pero non se pode ver con detalle, a este nivel, o método dos mínimos cadrados.

É moi aconsellable utilizar as calculadoras científicas con estatística bidimensional, xa que permiten calcular de maneira moi cómoda tanto a ecuación da recta de regresión como o valor do coeficiente de correlación lineal.

Aplicacións

Ao igual que nos demais temas de estatística, unha boa elección dos exemplos e exercicios servirá para ilustrar as múltiples aplicacións das distribucións bidimensionais nas ciencias sociais.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

▪Calculadoras científicas usuais que dispoñan de tratamento estatístico.

▪A folla de cálculo Excel permítenos facer un estudo bastante detallado da correlación lineal (ou doutro tipo) entre dúas variables estatísticas calculando a covarianza, o coeficiente de correlación lineal e a ecuación da recta de regresión e debuxando conxuntamente esta recta coa nube de puntos.

▪Xornais, revistas ou outro tipo de publicacións que inclúan noticias en que se utilicen conceptos, gráficos, táboas ou medidas estatísticas.

UNIDADE 13: Distribucións discretas. A distribución binomial

Nesta unidade introdúcese o concepto de variable aleatoria, distinguindo entre variables aleatorias discretas e continuas e iníciase o estudo dos modelos teóricos de probabilidade coas distribucións de probabilidade asociadas a variables aleatorias discretas, introducindo os conceptos de función de probabilidade e función de distribución asociadas a estas variables.

Faise un tratamento máis detallado da distribución binomial, unha das distribucións discretas de probabilidade máis útiles, dadas as súas aplicacións nos procesos de inspección de calidade, análise de mercado, investigación en ciencias experimentais ou estudos de opinión e finalízase analizando en que condicións unha distribución empírica se axusta a unha distribución binomial.

I. OBXECTIVOS

- Recoñecer as distribucións de probabilidade asociadas a variables aleatorias discretas.
- Calcular e representar graficamente as funcións de probabilidade e de distribución asociadas a unha variable aleatoria discreta e utilízalas no cálculo de probabilidades.
- Distinguir cando unha variable aleatoria discreta segue o modelo binomial e saber aplicar o devandito modelo no cálculo de probabilidades.
- Determinar se unha situación empírica pode axustarse mediante unha binomial e, en caso afirmativo, utilizar o modelo teórico para analizar o modelo real.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

1. Obter a función de probabilidade dunha variable aleatoria discreta (v.a.d.).
2. Calcular os parámetros dunha v.a.d., media ou esperanza matemática, varianza e desviación típica.
3. Determinar se unha función pode ser función de probabilidade ou función de distribución asociadas a unha v.a.d.
4. Calcular, utilizando a función de probabilidade ou de distribución, a probabilidade de que unha v.a.d. tome uns valores concretos.
5. Resolver problemas de v.a.d. de distribución $B(n, p)$.
6. Resolver problemas de axuste de distribucións empíricas por distribucións binomiais.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Describir variables aleatorias asociadas a distintos procesos sociais ou naturais. (C1, C2, C3, C5)
- Utilizar unha notación e unha terminoloxía adecuada para expresar as probabilidades de que certas variables aleatorias discretas cumpran certas condicións. (C1, C2, C7)
- A busca de variables aleatorias do noso medio permítenos dotar aos nosos alumnos de habilidades para buscar, obter, procesar e comunicar información e para transformala en coñecemento. (C2, C3, C4)
- Mediante o manexo das variables aleatorias discretas e en concreto a través da binomial, podemos facer estudos relacionados con outras ramas da ciencia, como a economía, a bioloxía, a medicina e incluso para outros campos como a produción e a industria. (C2, C3, C5, C8)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Variables aleatorias discretas e continuas.
- Función de probabilidade e de distribución dunha variable aleatoria discreta.
- Parámetros en distribucións discretas.
- Números combinatorios.
- A distribución binomial.
- Función de probabilidade da distribución binomial.
- Media e varianza da distribución binomial.
- Axuste dun conxunto de datos a unha distribución binomial.
- Aplicacións da distribución binomial ás ciencias sociais.

Procedementos

- Determinar o percorrido dunha v.a. discreta.
- Achar a función de probabilidade dunha v.a.d.
- Calcular a media ou esperanza matemática e a desviación típica dunha v.a.d.
- Identificar v.a. que teñen unha distribución binomial.

- Asignar probabilidades mediante a función de probabilidade da v.a. $B(n, p)$ ou utilizando táboas.
- Determinar se unha situación empírica pode axustarse mediante unha distribución binomial.
- Axuste dunha distribución empírica mediante unha binomial.
- Formulación e resolución de situacións e problemas asociados a unha distribución binomial.

Actitudes

- Recoñecemento e valoración da utilidade das matemáticas para interpretar e describir situacións da vida real e de carácter científico.
- Valoración crítica das informacións de tipo probabilístico que se transmiten a través dos medios de comunicación.
- Interese pola investigación de estratexias e de ferramentas que nos permitan abordar problemas de diferentes variables aleatorias que xorden en calquera disciplina do noso medio.
- Predisposición para aprender conceptos, relacións e técnicas novas para resolver problemas.
- Gusto polo cálculo ordenado e a representación gráfica clara e precisa das funcións de probabilidade e distribución asociadas a variables aleatorias discretas.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Variable discreta. Función de probabilidade

A idea de variable aleatoria é bastante difícil, dado que en realidade é unha función. Por iso é aconsellable proceder de forma gradual presentando distintos exemplos. É importante que o alumno distinga claramente os conceptos de variable estatística e de variable aleatoria.

Deben propoñerse diferentes exemplos de variables aleatorias para diferenciar as discretas das continuas.

No estudo das variables aleatorias discretas introdúcese o concepto de función de probabilidade a partir dun exemplo sinxelo como pode ser o lanzamento dun dado cúbico coas caras numeradas do un ao seis, asociando a cada suceso a súa probabilidade.

Concepto de función de distribución (ou probabilidade acumulada) resulta máis sinxelo a partir do de función de probabilidade.

Na representación gráfica destas funcións, facer notar que a función de probabilidade só toma valores distintos de 0 (positivos e menores que 1 por corresponder a unha probabilidade) nos puntos correspondentes aos valores que pode tomar a variable aleatoria; mentres que a función de distribución é unha función gradual que vale 0 en todos os puntos anteriores ao primeiro valor que pode tomar a variable aleatoria e que presenta descontinuidades de salto en cada un dos puntos correspondentes aos valores que toma a variable aleatoria, para valer constantemente 1 a partir do último valor que pode tomar esta.

Parámetros en distribucións discretas

Co exemplo do lanzamento do dado cúbico ou outro similar pódense introducir os conceptos de media e varianza dunha variable aleatoria discreta.

Suxírese utilizar a analoxía e á vez ver as diferenzas que existen entre unha táboa de frecuencias relativas dunha variable estatística discreta e unha función de probabilidade dunha variable aleatoria discreta, así como os conceptos de media, varianza e desviación típica para ambos os tipos de variables.

Números combinatorios

Estúdanse os números combinatorios pola importancia que teñen no estudo da distribución binomial. É importante insistir nas propiedades dos números combinatorios para poder comprender mellor o triángulo de Pascal.

Aínda cando os alumnos deben saber calcular a man os números combinatorios, é moi importante que utilicen calculadoras científicas, para cando os datos sexan grandes.

Distribución binomial

É moi importante insistir nas características que ten que cumprir unha variable aleatoria para que siga unha distribución binomial. Por iso suxérimos a presentación de distintos exemplos de variables aleatorias, de maneira que unhas sigan a distribución binomial e outras non.

Función de probabilidade da distribución binomial

É adecuado formalizar con todo rigor a probabilidade de obter r éxitos en n probas independentes ($r \leq n$).

Pódense propoñer distintos exemplos de distribucións binomiais $B(n, p)$ mantendo fixo n e variando p , para obter as funcións de probabilidade, así como a súa representación gráfica e analizar as similitudes e diferenzas.

Media e varianza da distribución binomial

Para o cálculo da media, a varianza e a desviación típica dunha variable que segue unha distribución binomial calquera de parámetros $B(n, p)$, aconséllase estudar en primeiro lugar a variable aleatoria

reducida de Bernoulli, calculando os parámetros estatísticos; posteriormente pásase ao caso de n probas repetidas.

Axuste dun conxunto de datos a unha distribución binomial

Para realizar o axuste dunha distribución empírica por unha distribución é aconsellable insistir en que se teñen que dar as tres características que vimos no epígrafe 5.

Non se pode xustificar a este nivel, pero é importante que quede claro, con carácter xeral, que a distribución teórica que mellor se axusta a unha distribución empírica é aquela que teña a mesma media.

Aplicacións da distribución binomial ás ciencias sociais

Son múltiples os exemplos, baseados nas ciencias sociais, que seguen unha distribución binomial ou que poden axustarse por unha distribución deste tipo; por tanto, será na adecuada elección destes exemplos na que nos apoiaremos para facer comprender ao alumno a importancia desta distribución nas disciplinas do seu interese.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Táboas de probabilidade da distribución binomial.
- Existen calculadoras gráficas, como a TI-83, que levan incorporados os comandos **binompdf (n,p,r)** e **binomcdf(n,p,r)**, que permiten calcular a probabilidade de obter exactamente r éxitos ou un número de éxitos $\leq r$, nunha **B(n,p)**.
- Calculadora científica.

UNIDADE 14: Distribucións continuas. A distribución normal

Esta unidade céntrase nas variables aleatorias continuas e nas súas distribucións de probabilidade, para concluír co estudo detallado da distribución normal.

A campá de Gauss ou curva normal é a de máis frecuente aparición na descrición de fenómenos sociolóxicos, antropométricos, etc. En xeral, representa fenómenos que son o resultado de moitos factores independentes e distintos, cuxa actuación conxunta corrixe os resultados extremos, facendo que predominen os individuos “normais”.

O estudo detallado da $N(0, 1)$ e o proceso de tipificación farán factible o estudo de calquera variable aleatoria que siga unha distribución normal de media e desviación típica coñecidas $N(\mu, \sigma)$.

En determinadas condicións, unha $B(n, p)$ pode ser axustada mediante unha $N(\mu, \sigma)$, o cal simplificará o cálculo das probabilidades na binomial; así mesmo, no estudo de determinadas distribucións empíricas, estas poderán modelizarse mediante unha $N(\mu, \sigma)$.

I. OBXECTIVOS DIDÁCTICOS

- Desenvolver os conceptos asociados ás distribucións continuas de probabilidade.
- Utilizar a distribución normal estándar e a súa táboa no cálculo de probabilidades asociadas a variables que sigan unha distribución normal $N(\mu, \sigma)$.
- Saber determinar en que condicións unha variable aleatoria discreta que siga unha distribución $B(n, p)$ pode axustarse mediante unha normal e utilizar esta no cálculo de probabilidades para a $B(n, p)$.
- Determinar se unha situación empírica pode axustarse mediante unha normal e, en caso afirmativo, utilizar o modelo teórico para analizar o modelo real.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Coñecer as características dunha distribución continua.
- Determinar, nos casos sinxelos, se unha determinada función se corresponde a unha función de densidade asociada a unha variable aleatoria continua.
- Dominar os procedementos de tipificación e cálculo de probabilidades en distribucións normais.
- Resolver problemas de v.a.c. de distribución $N(\mu, \sigma)$.
- Determinar se unha variable aleatoria discreta que siga unha distribución $B(n, p)$ pode axustarse mediante unha normal.
- Utilizar a distribución normal para calcular probabilidades xurdidas nun caso binomial.
- Resolver problemas de axuste de distribucións empíricas por distribucións normais.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar unha notación e unha terminoloxía adecuada para expresar as probabilidades de que certas variables aleatorias cumpran unhas condicións. Por exemplo: a probabilidade de que un neno ao nacer pese entre 3 e 3,5 kg $\rightarrow p[3 \leq X \leq 3,5]$. (C1, C2, C7)

▪A busca de variables aleatorias do noso arredor permítenos dotar aos nosos alumnos de habilidades para buscar, obter, procesar e comunicar información e para transformala en coñecemento. (C2, C3, C4)

▪Mediante o manexo da $N(\mu, \sigma)$ podemos facer estudos relacionados con outras ramas da ciencia, como a economía, a bioloxía, a medicina e incluso para outros campos como a produción e a industria. (C2, C3, C5, C8)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Variable continua. Función de densidade.
- A distribución normal.
- Función de densidade normal. Propiedades.
- Parámetros da distribución normal.
- Distribución normal estándar.
- Transformación de $N(\mu, \sigma)$ en $N(0, 1)$. Tipificación.
- Cálculo práctico de probabilidades: manexo de táboas, casos particulares.
- Aproximación da binomial pola normal: condicións para a aproximación.
- Axuste dun conxunto de datos a unha distribución normal.

Procedementos

- Comprobar se unha función posúe ou non as características dunha función de densidade.
- Utilización de funcións de densidade sinxelas para o cálculo de probabilidades.
- Representación gráfica de distintas funcións de densidade correspondentes a $N(\mu, \sigma)$.
- Asignación de probabilidades mediante o manexo directo de táboas ou facendo uso da simetría da curva normal.
- Tipificar unha v.a. $N(\mu, \sigma)$.
- Resolver problemas de variables aleatorias $N(\mu, \sigma)$.
- Verificación das condicións necesarias para aproximar unha binomial mediante unha normal.
- Resolver problemas por aproximación, mediante unha distribución normal dunha v.a. que segue unha distribución binomial.
- Estudo de situacións empíricas que se axustan a un modelo normal.

Actitudes

- Recoñecemento e valoración da utilidade das matemáticas para interpretar e describir situacións da vida real e de carácter científico.
- Interese pola construción de modelos xerais partindo de situacións experimentais.
- Valoración da distribución normal en tanto en canto describe numerosas situacións relacionadas coas ciencias sociais.
- Cautela e sentido crítico á hora de levar a cabo procesos de aproximación e axuste.
- Interese pola investigación de estratexias e de ferramentas que nos permitan abordar problemas de diferentes variables aleatorias que xorden en calquera disciplina do noso medio.
- Predisposición para aprender conceptos, relacións e técnicas novas para resolver problemas.
- Gusto polo cálculo ordenado e a representación gráfica clara e precisa das funcións de probabilidade, distribución e densidade de variables aleatorias.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Variable continua. Función de densidade

As distribucións de variable aleatoria continua son obviamente bastante máis difíciles que as de variable aleatoria discreta. Neste epígrafe tense que alcanzar o coñecemento de función de densidade dunha variable aleatoria continua. Unha forma que parece adecuada pode ser a partir do histograma e polígono de frecuencias relativas dunha variable aleatoria discreta e ir tratando de reducir a amplitude dos intervalos de cada clase, ata chegar a que sexan infinitesimais.

Parece bastante complicado, pero cremos moi necesario insistir na idea de que para as variables aleatorias continuas non ten sentido falar da probabilidade nun punto por ser sempre 0, de aí que para estas variables sempre estudaremos a probabilidade de que tome valores nun intervalo.

É importante adquirir desde o primeiro momento a idea de que a área encerrada pola función de densidade dunha variable aleatoria continua é igual a 1. Por iso aconséllase propoñer exemplos sinxelos de funcións de densidade, xeralmente funcións graduais.

A distribución normal

Na introdución da distribución normal proporanse múltiples exemplos de fenómenos que responden á distribución normal, moitos deles asociados a todo tipo de medidas antropolóxicas.

Procurarase que o alumno capte que esta distribución, en xeral, representa fenómenos que son o resultado de moitos factores independentes e distintos, cuxa actuación conxunta corrixe os resultados extremos, facendo que predominen os individuos normais.

A función de densidade dunha variable X que segue unha distribución $N(\mu, \sigma)$ $f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ é

unha función exponencial de aparencia bastante complicada, pero a pesar diso convén tratar de estudala destacando as propiedades máis importantes (simetría, asíntota etc.) para comprender mellor a súa gráfica de tipo campaniforme. Pode ser conveniente estudar a da $N(0, 1)$ e posteriormente aplicar a translación e dilatación correspondente.

Aconséllase o estudo e presentación de diferentes funcións de densidade de distribución $N(\mu, \sigma)$ variando μ e σ . O que si é importante é que ao variar μ , o único que facemos é trasladar a abscisa do máximo, pero ao variar σ o que facemos é esmagar ou apuntar a curva da función de densidade, polo que é obvio que se trata dunha familia de distribucións $N(\mu, \sigma)$.

En calquera caso, o que debe quedar claro é que sexa cal sexa o valor de μ e σ , a área encerrada pola función de densidade ten que ser igual á unidade.

De entre todas as funcións da familia $N(\mu, \sigma)$ ten interese estudar a $N(0, 1)$, por ser a que se encontra tabulada, podendo calcular dunha forma rápida probabilidades na devandita distribución.

Tipificar unha variable X que segue unha $N(\mu, \sigma)$ para obter unha variable Z que segue unha $N(0, 1)$ non é máis que un simple cambio de variable que podemos ver en dous pasos:

1.º Centrar: facer $\mu = 0$; 2.º Reducir: facer $\sigma = 1$.

A importancia de tipificar a variable X que segue unha $N(\mu, \sigma)$ estriba en que ao obter a nova variable Z que segue unha $N(0, 1)$, esta atópase tabulada e é moi sinxelo calcular calquera probabilidade sen máis que tendo a precaución de tipificar previamente a variable dada.

Algúns casos particulares do manexo de táboas

No manexo das táboas recoméndase proceder dunha maneira progresiva e ordenada, analizando todos os casos posibles.

É importante destacar que as táboas que adoitan manexar os alumnos están elaboradas aproveitando a simetría respecto da orixe, polo que só veñen valores de probabilidade para valores positivos da abscisa, pero con frecuencia nos cálculos para achar probabilidades xorden abscisas negativas, polo que propoñemos o estudo de polo menos un caso diferente dos que se poden presentar.

O caso que adoita resultarlles máis difícil é cando se trata de achar a probabilidade de que a variable aleatoria tome valores entre unha abscisa negativa e outra positiva, que é o que propoñemos en último lugar. Se foron comprendendo os casos anteriores, deberán estar preparados para entender este último.

Aproximación da binomial pola normal

Ao ser a distribución binomial de variable aleatoria discreta, ten sentido calcular probabilidades puntuais; en cambio, ao aproximar mediante unha normal non ten sentido, polo que se debe insistir na idea de que a probabilidade puntual repártese para un intervalo. $p\{X_B = r\} = p\{r - 0,5 \leq X_N \leq r + 0,5\}$

Axuste dun conxunto de datos a unha distribución normal

Para realizar o axuste dunha distribución empírica mediante unha distribución normal é importante proceder de forma ordenada, representando o polígono de frecuencias relativas e vendo que se aproxima, en maior ou menor medida, á campá de Gauss.

Suposto que verifica o exposto na sección anterior e a pesar de que neste nivel non é posible xustificar, ver que a distribución normal teórica que mellor se aproxima a unha empírica é a que ten a mesma media e a mesma desviación típica.

Aplicacións

Ao igual que nas distribucións binomiais, son múltiples os exemplos baseados nas ciencias sociais que seguen unha distribución normal ou que poden axustarse por unha distribución deste tipo; por tanto, será na adecuada elección destes exemplos en que nos apoiaremos para facer comprender ao alumno a importancia desta distribución nas ciencias sociais.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Táboas de probabilidade da distribución $N(0, 1)$.
- Existen calculadoras gráficas, como a TI-83, que levan incorporados os comandos **normalcdf**(x_i , x_s , μ , σ), que permiten calcular a probabilidade de que a variable aleatoria X , que segue unha $N(\mu, \sigma)$, tome valores comprendidos entre x_i e x_s . Tamén incorpora o comando **invNorm**(p , μ , σ), que devolve o valor ata o cal a curva $N(\mu, \sigma)$ encerra unha área igual a p .

- Calculadora científica.

2º BACHARELATO DE HUMANIDADES E CC.SS. *MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CC.SS. II*

UNIDADE 1: Matrices

Durante o curso anterior, os alumnos tiveron unha primeira aproximación ás matrices á hora de aplicar o método de Gauss na resolución de sistemas de ecuacións lineares. Nesta unidade verán como estas ordenacións de datos numéricos en filas e columnas son unha potente ferramenta alxébrica que favorece a representación, interpretación e manipulación de grandes cantidades de

datos que poden estar relacionados con moi diferentes situacións de tipo científico, económico ou social.

Unha vez que o alumno coñeza a linguaxe e notación básicos destes novos elementos matemáticos, estudará as operacións alxébricas con eles e as propiedades que verifican, e posteriormente coñecerá algunhas das súas numerosas aplicacións: táboas de datos numéricos de dobre entrada, representación de grafos e matrices utilizadas na economía como as táboas *input-output*.

I. OBXECTIVOS

- Utilizar as matrices como forma de representar e transmitir información.
- Realizar operacións con matrices e coñecer as súas propiedades.
- Coñecer o significado de rango dunha matriz, saber calculalo e aplicalo.
- Saber determinar se unha matriz é invertible e, en caso de que o sexa, saber calcular a súa inversa.
- Utilizar as matrices na resolución de problemas alxébricos.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- A. Utilizar as matrices na representación e interpretación de situacións que implican datos estruturados en forma de táboas ou grafos.
- B. Realizar operacións combinadas con matrices.
- C. Resolver ecuacións matriciais.
- D. Entender o concepto de rango dunha matriz e saber calculalo polo método de Gauss.
- E. Calcular o rango dunha matriz que depende dun parámetro.
- F. Determinar se unha matriz cadrada é ou non invertible mediante o cálculo do seu rango.
- G. Calcular a matriz inversa dunha matriz dada a partir da definición ou polo método de Gauss.
- H. Resolver problemas alxébricos utilizando matrices, as súas operacións e propiedades

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

Utilizar a linguaxe alxébrica en xeral e a matricial en particular para describir e resolver situacións problemáticas en distintos contextos. (C1, C2, C3, C4)

Desenvolver habilidades para procesar e comunicar información a través de táboas numéricas, grafos e matrices, sendo capaces de pasar duns métodos a outros. (C2, C4, C7, C8)

Utilizar aplicacións informáticas para operar con grandes cantidades de datos estruturados, utilizando para iso os comandos de cálculo matricial que estas aplicacións incorporan. (C2, C4, C7, C8)

Desenvolver a autonomía e iniciativa persoal á hora de buscar novos métodos na resolución de problemas reais en calquera contexto. (C3, C5, C7, C8).

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Matrices. Conceptos básicos.
- Tipos de matrices: matriz fila, columna, cadrada, trasposta etc.
- Operacións con matrices: suma e produto por un número. Propiedades.
- Produto de matrices. Propiedades.
- Dependencia linear de filas e columnas. Rango dunha matriz.
- Matrices invertibles. Cálculo da matriz inversa.
- Aplicacións das matrices ás ciencias sociais.

Procedementos

- Utilizar as matrices na representación, interpretación e manipulación de datos numéricos estruturados.
- Coñecer e utilizar a nomenclatura básica das matrices e a súa clasificación.
- Realizar operacións con matrices e utilizar con corrección as súas propiedades.
- Resolver ecuacións matriciais.
- Determinar matrices regulares e calcular a matriz inversa a partir da definición.
- Utilizar o método de Gauss no cálculo do rango dunha matriz e na determinación de se unha matriz cadrada é ou non invertible.
- Utilizar o método de Gauss no cálculo da matriz inversa dunha dada.
- Utilizar as matrices e as súas operacións na resolución de problemas propios das ciencias sociais.

Actitudes

- Aprecio polos métodos de representación tabulada de datos numéricos.

- Valoración das matrices e a álgebra matricial pola súa utilidade na representación, manipulación e interpretación de datos numéricos e grafos.
- Gusto por facilitar de forma clara e precisa a información mediante a utilización de táboas, grafos e matrices.
- Valoración das novas tecnoloxías pola súa utilidade no tratamento e manipulación de grandes cantidades de información.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Concepto de matriz. Táboas e grafos

É importante acompañar a introdución da notación, vocabulario e operacións propias do cálculo matricial mediante a presentación de diferentes situacións en que se utilizan estes elementos matemáticos. Ademais das táboas de dobre entrada, que resumen unha información de tipo económico ou social, e os grafos, o profesor, se o considera adecuado, pode expoñer outros casos relacionados, por exemplo, cos movementos no plano xeométrico ou con algún tipo de proceso estocástico.

Tipos de matrices

O coñecemento dos diferentes tipos de matrices considérase moi importante como paso previo á utilización destes elementos matemáticos. En particular, considérase como contido mínimo que os alumnos recoñezan as matrices cadradas, diagonais, unidade, simétricas e nulas.

Operacións con matrices

As operacións con matrices –suma e produto dun número real por unha matriz– e as súas propiedades poden abordarse sen dificultade, xa que á fin se reducen a operacións con números reais.

Existen programas informáticos como Wiris ou Derive que inclúen ferramentas matemáticas propias do cálculo matricial e que, se o profesor o considera adecuado, permiten realizar de forma sinxela as operacións propostas nas actividades.

Produto de matrices

O produto de matrices presenta algunha dificultade máis, pero estimamos necesario que o alumno aprenda a multiplicar matrices e realice varios produtos con matrices de dimensións non moi grandes. As ferramentas matemáticas sinaladas na epígrafe anterior poden ser un potente aliado á hora de realizar algúns dos cálculos complexos que en ocasións se presentan nas actividades propostas e onde hai que multiplicar matrices de maiores dimensións.

A demostración por indución permite probar propiedades que cumpren os números naturais. En particular, pode demostrarse a veracidade de expresións que definen as diferentes potencias enteiras dunha matriz. Esta técnica pode considerarse como contido de ampliación e, en calquera caso, será conveniente ter en conta o nivel específico dos alumnos á hora de abordar o seu estudo e aplicación.

Matriz inversa

O concepto de matriz inversa considérase como contido mínimo que os alumnos deben dominar, xa que é imprescindible para resolver numerosas actividades que, en diante, se propoñen.

Nesta unidade calcúlase a matriz inversa ben a través da definición ou polo método de Gauss.

Pode ser interesante que os alumnos se acostumen a que unha vez que acharon unha matriz inversa comprobén que, efectivamente, o fixeron de forma correcta. Para iso, neste caso só será necesario comprobar un dos dous produtos $A \cdot A^{-1}$ ou $A^{-1} \cdot A$.

Dependencia linear de filas e columnas. Rango dunha matriz

As principais dificultades coas que se poden atopar os alumnos estarán posiblemente relacionadas coas operacións con combinacións lineares de filas ou columnas dunha matriz. A axilidade e escaseza de erros na utilización destes procedementos virán determinadas, en certa medida, pola maior ou menor destreza e rapidez que os alumnos teñan no cálculo mental con números racionais.

Método de Gauss. Aplicación ao cálculo do rango

O método de Gauss que permite o cálculo do rango dunha matriz é de grande interese tanto pola súa capacidade de adestramento no cálculo mental coma pola súa capacidade formativa no que se refire á organización do traballo matemático. Na seguinte unidade desenvolverase outro método co apoio dos determinantes que tal vez presente maiores dificultades tanto na súa comprensión coma na súa utilización.

Cálculo da matriz inversa polo método de Gauss-Jordan

É conveniente avisar os alumnos de que na próxima unidade se desenvolverá outro método co que tal vez teñan unha menor carga de cálculo á hora de achar a matriz inversa.

Aplicacións ás Ciencias Sociais

A importancia das matrices radica na súa capacidade para resolver problemas en contextos moi diversos. Ademais dos exemplos desenvolvidos nesta sección e nesta unidade, poden citarse

algunhas outras situacións relacionadas co cálculo de rutas óptimas ou con outras matrices de importancia utilizadas na economía.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Aplicacións informáticas como Derive ou Wiris, que inclúen comandos directos para realizar as operacións típicas da álgebra matricial. Na sección Problemática faise un estudo pormenorizado dos comandos que inclúe Wiris na pestana de Matrices.
- Calculadoras científicas e gráficas, que permiten introducir matrices de grandes dimensións e realizar operacións con elas, así como calcular rangos, inversas etc.
- As follas de cálculo, como Excel, tamén incorporan comandos propios do cálculo matricial.

UNIDADE 2: Sistemas de ecuacións lineares

Os sistemas de ecuacións lineares estudáronse en 1º de Bacharelato, utilizando para iso o método de Gauss, método ao que se chegaba mediante unha xeneralización do método de redución, utilizado no ensino secundario para resolver sistemas de dúas ecuacións lineares con dúas incógnitas, e que se repasarán de novo nesta unidade.

A expresión matricial dun sistema de ecuacións lineares xunto aos conceptos de matriz inversa, permitirán chegar a resultados moi importantes non só na resolución de sistemas de ecuacións lineares, senón tamén no estudo previo da compatibilidade ou incompatibilidade destes.

Termínase a unidade coas aplicacións prácticas dos sistemas de ecuacións lineares na formulación e resolución de multitude de problemas asociados a situacións propias das ciencias sociais.

I. OBXECTIVOS

- Resolver e clasificar sistemas de ecuacións lineares polo método de Gauss.
- Utilizar os sistemas de ecuacións lineares para formular e resolver problemas.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- A. Resolver sistemas de ecuacións lineares polo método de Gauss.
- B. Expresar matricialmente un sistema de ecuacións lineares e, se é posible, resolvelo utilizando a matriz inversa da matriz de coeficientes.
- D. Determinar, por Gauss, a compatibilidade de sistemas de ecuacións lineares, e resolvelos no caso de ser compatibles.
- E. Resolver sistemas homoxéneos.
- F. Formular e resolver problemas que dean lugar a sistemas de ecuacións lineares.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar a linguaxe alxébrica para describir e resolver problemas que aparecen en distintos contextos. (C1, C2, C3, C4)
- Recoñecer a utilidade da linguaxe matricial á hora de simplificar as expresións alxébricas lineares utilizadas para describir as condicións e limitacións asociadas a multitude de problemas. (C1, C2, C7)
- Resolver problemas doutras disciplinas mediante a formulación e resolución de sistemas de ecuacións lineares. (C3, C5)
- Interpretar e analizar a validez dos resultados obtidos ao resolver os sistemas de ecuacións lineares utilizados para describir problemas en diversos contextos. (C2, C3, C8)
- Utilizar os medios tecnolóxicos na resolución de sistemas de ecuacións lineares. (C2, C4)
- Coñecer a evolución histórica da álgebra linear e dos distintos métodos de resolución de sistemas de ecuacións. (C5, C6)
- Desenvolver a autonomía e a iniciativa persoal á hora de buscar novos métodos na resolución de problemas reais en calquera contexto. (C3, C5, C7, C8)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Sistemas de ecuacións lineares. Expresión matricial.
- Clasificación dos sistemas de ecuacións lineares.
- Sistemas equivalentes. Criterios de equivalencia.
- Clasificación e resolución de sistemas de ecuacións lineares. Método de Gauss.
- Sistemas homoxéneos.
- Aplicación dos sistemas ás ciencias sociais.

Procedementos

- Formular matricialmente un sistema de ecuacións lineares dado na súa forma clásica, e viceversa.
- Obter sistemas equivalentes a un dado mediante transformacións lineares.
- Resolver sistemas de ecuacións lineares polo método de Gauss.
- Resolver sistemas de ecuacións de Cramer mediante a matriz inversa da matriz de coeficientes.
- Resolver sistemas homoxéneos.
- Formular e resolver, por calquera método, problemas que dean lugar a sistemas de ecuacións lineares.

Actitudes

- Interese na busca de novas estratexias de resolución de sistemas de ecuacións lineares.
- Curiosidade polos procesos que conducen á xeneralización de situacións e métodos.
- Confianza na capacidade para describir situacións diversas, relacionadas co cotián ou con outras disciplinas, a través da linguaxe alxébrica dos sistemas de ecuacións.
- Valoración das novas tecnoloxías pola súa utilidade na resolución de sistemas de ecuacións lineares cun elevado número de variables e condicións.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Sistemas de ecuacións lineares. Expresión matricial

A expresión matricial dun sistema permite un primeiro método de resolución coa axuda da inversa da matriz dos coeficientes, sempre e cando esta exista. Os alumnos deben reflexionar sobre que o feito de que non exista a mencionada matriz inversa indica que o sistema non ten unha única solución.

Solucións. Sistemas equivalentes

É moi importante que os alumnos comprendan que unha solución dun sistema é un conxunto de tantos números reais como incógnitas posúe este, e tales que se substitúen en todas e cada unha das ecuacións, se obtén unha igualdade certa.

Os programas informáticos dotados de ferramentas matemáticas, tales como Wiris ou Derive, inclúen ferramentas propias da resolución de sistemas de ecuacións lineares que permiten realizar, de forma sinxela e motivadora, as operacións necesarias para comprobar se un conxunto de números reais é ou non solución dun sistema.

Clasificación e resolución de sistemas polo método de Gauss

A resolución de sistemas de ecuacións lineares mediante este método ten polo menos dúas vantaxes: require poucos coñecementos previos e é o que habitualmente se utiliza na programación das aplicacións informáticas que resoven este tipo de situacións.

Sistemas homoxéneos

Os alumnos deben comprender que os sistemas de ecuacións homoxéneos non son máis ca un caso particular dos sistemas xerais.

É importante que asuman que un sistema homoxéneo non pode ser nunca incompatible e que, en todos os casos, a solución trivial está sempre presente.

Interpretación xeométrica de sistemas de dúas ecuacións lineares con dúas incógnitas

O problema que se trata nesta epígrafe é unha boa ocasión para mostrarlles aos alumnos a íntima relación existente entre a álgebra e a xeometría.

Aplicacións ás Ciencias Sociais

A importancia dos sistemas de ecuacións lineares radica na súa capacidade para resolver problemas en contextos do máis diverso.

Ademais dos exemplos desenvolvidos nesta sección, poden citarse algunhas situacións relacionadas coa educación para o consumidor, para a saúde ou para o medio ambiente.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Tanto Wiris coma Derive poden ser boas ferramentas didácticas no desenvolvemento desta unidade, xa que resoven directamente sistemas de ecuacións e teñen a posibilidade de representar (tanto no plano coma no espazo) as gráficas correspondentes a cada ecuación e visualizar as interseccións (solucións) destas.
- Ademais das calculadoras científicas ordinarias, as calculadoras gráficas, con posibilidade de efectuar representacións de funcións e de resolver ecuacións, son de grande axuda nesta unidade.

UNIDADE 3: Programación linear

En gran cantidade de situacións relacionadas coa economía, a industria, o transporte etc., hai que enfrontarse a unha toma de decisións entre varias alternativas; normalmente, esta toma de decisións vai ir vinculada á optimización duns obxectivos prefixados (menor custo, máxima produción) e virá condicionada por varias restricións inherentes á situación obxecto de estudo (materia prima dispoñible, limitación espacial ou temporal etc.).

No desenvolvemento da unidade non se abordará a demostración dos resultados que se expoñen, senón tan só a súa utilización na resolución de problemas con dúas variables, previa identificación e formulación alxébrica tanto da función obxectivo coma das restricións.

Sería conveniente comezar a unidade facendo un estudo histórico do nacemento desta disciplina na primeira metade do século xx , ligada aos métodos matemáticos de organización e planificación da produción, o problema do transporte e o problema da dieta.

I. OBXECTIVOS

- Resolver graficamente inecuacións e sistemas de inecuacións lineares con dúas incógnitas.
- Dominar a linguaxe propia da programación linear: restricións, función obxectivo, rexión factible.
- Representar graficamente a rexión factible asociada a varias restricións e determinar, tanto gráfica coma analiticamente, a solución óptima.
- Formular e resolver problemas de programación linear partindo do seu enunciado.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- A. Resolver graficamente inecuacións lineares con dúas incógnitas.
- B. Resolver graficamente sistemas de inecuacións lineares con dúas incógnitas.
- C. Determinar e escribir alxebricamente a función obxectivo e as restricións asociadas a un problema de programación linear.
- D. Determinar os vértices e debuxar a rexión factible asociada a un conxunto de restricións, en que interveñan dúas variables.
- E. Resolver problemas de programación linear con dúas incógnitas, dados de forma simplemente alxébrica.
- F. Resolver problemas de programación linear, tanto de forma analítica coma gráfica, dados mediante enunciados sinxelos.
- G. Resolver problemas de programación linear, dados mediante enunciados complexos.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar conxuntamente distintos tipos de linguaxe, alxébrica e gráfica, na descrición e resolución de situacións problemáticas en distintos contextos. (C1, C2, C3, C4)
- Recoñecer as vantaxes e inconvenientes destas dúas linguaxes á hora de describir as posibles solucións dun problema dado mediante un amplo conxunto de condicións e restricións. (C1, C2, C7, C8)
- Resolver problemas doutras disciplinas mediante a formulación e resolución de sistemas de inecuacións lineares e as técnicas propias da programación linear. (C2, C3, C5)
- Interpretar e analizar a rexión factible asociada a un problema de programación linear, e elixir, de entre todas as posibles solucións, aquela que optimiza os resultados. (C1, C2, C3, C8)
- Utilizar e valorar os medios tecnolóxicos na resolución dos problemas típicos da programación linear. (C2, C4)
- Coñecer o contexto histórico en que naceu e se desenvolveu a programación linear, e a grande influencia desta materia na solución de grandes problemas da sociedade actual. (C5, C6)
- Desenvolver a autonomía e a iniciativa persoal á hora de buscar novos métodos na resolución de problemas reais en calquera contexto. (C3, C5, C7, C8)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Inecuacións lineares con dúas incógnitas. Interpretación xeométrica.
- Sistemas de inecuacións lineares con dúas incógnitas. Interpretación xeométrica.
- Orixes da programación linear.
- Formulación xeral dun problema de programación linear: función obxectivo e restricións.
- Determinación da rexión factible.
- Resolución analítica.
- Resolución gráfica.
- Aplicacións da programación linear nas ciencias sociais.

Procedementos

- Resolver inecuacións e sistemas de inecuacións lineares cunha ou dúas incógnitas.
- Determinar a expresión analítica da función obxectivo asociada a un problema de programación linear.
- Atopar as expresións alxébricas das restricións asociadas a un problema de programación linear.
- Determinar e representar graficamente a rexión factible asociada a un conxunto de restricións.
- Determinar, analítica e graficamente, os puntos que optimizan a función obxectivo.
- Formular problemas de programación linear partindo do seu enunciado xeral.
- Resolver problemas de programación linear, dados de forma alxébrica ou por medio dun enunciado literal.

Actitudes

- Valoración da linguaxe alxébrica e gráfica como as apropiadas para formular e resolver os problemas de programación linear.
- Interese pola orixe da programación linear e valoración da súa influencia na historia do século xx.
- Coñecemento e valoración da importancia da programación linear na resolución de problemas comúns da sociedade actual: problema da dieta, problema do transporte etc.
- Sentido crítico ante as solucións obtidas.
- Valoración dos recursos informáticos pola súa utilidade na resolución de problemas de programación linear de gran complexidade.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Inecuacións lineares con dúas incógnitas. Interpretación xeométrica

Considérase moi importante que os alumnos dominen e comprendan o concepto de conxunto solución dunha inecuación. Así mesmo, deben saber determinalo mediante diferentes formas: graficamente ou unindo intervalos e semirrectas.

É moi conveniente aclarar o feito de que, ao multiplicar unha inecuación por un número negativo, debe cambiarse o sentido do signo da desigualdade. É necesario non só que saiban aplicar esta propiedade, senón que ademais a comprendan. Para iso pode ser adecuado propoñer sinxelos exemplos tales como:

$$2 \leq 3 \Rightarrow 2(-3) \geq 3(-3) \quad \text{É dicir: } -6 \geq -9$$

$$-5 \leq -4 \Rightarrow (-5)(-3) \geq (-4)(-3) \quad \text{É dicir: } 15 \geq 12$$

Sistemas de inecuacións lineares con dúas incógnitas. Interpretación xeométrica

É imprescindible que os alumnos dominen suficientemente a representación das zonas solución dun sistema de ecuacións lineares. Deben tamén saber calcular os vértices desta solución, así como diferenciar entre solucións acoutadas e non acoutadas.

Estes procedementos considéranse como contidos mínimos, xa que son imprescindibles para poder desenvolver o resto dos contidos da unidade.

Orixes e interpretación da programación linear

Considérase primordial que os alumnos asimilen ben a primeira parte desta epígrafe, en que se establece o vocabulario utilizado na programación linear.

Os contidos da segunda parte da epígrafe poden considerarse como contidos de ampliación, que pretenden informar os alumnos sobre as circunstancias históricas básicas que influíron na aparición da programación linear.

É desexable que os alumnos comprendan a importancia da programación linear na resolución de problemas propios da investigación operativa.

Formulación matemática. Resolución analítica

O método desenvolvido nesta sección ofrece a vantaxe da súa sinxeleza en que se refire á comprensión dos conceptos que leva implícitos. No entanto, ten a desvantaxe de non ofrecer unha solución evidente no caso de rexións factibles non acoutadas.

Recoméndase utilizar este método, por tanto, cando a rexión factible sexa acoutada e cando, ademais, posúa poucos vértices.

Método gráfico para o cálculo de solucións

Unha das vantaxes principais do método gráfico é que non precisa do cálculo previo de todos e cada un dos vértices da rexión factible para resolver o problema. Ademais, facilita a decisión de se un problema con rexión factible non acoutada ten ou non solución.

Este método é recomendable, por tanto, para os casos en que se conte cun número elevado de vértices, ou para aqueles en que a rexión factible sexa non acoutada.

Aplicacións ás Ciencias Sociais

Ademais das mencionadas na epígrafe, poden ampliarse as aplicacións da programación linear comentando, por exemplo, os problemas clásicos da mochila, a asignación de recursos, o fluxo de redes etc.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Aplicacións informáticas como Wiris ou Derive, que levan incorporados comandos directos que permiten resolver inecuacións e sistemas de inecuacións á vez que representar e sombrear con distintas cores os semiplanos solucións dunha inecuación linear con dúas incógnitas. Na sección de problemÁTICA resólvese, coa axuda de Derive, un problema típico de programación linear.
- Calculadoras científicas e gráficas.
- Instrumentos de debuxo.
- Na páxina web http://descartes.cnice.mec.es/aplicaciones_algebra.php hai unha colección de aplicacións útiles para a introdución dos conceptos propios da programación linear.

UNIDADE 4: Funcións. Límites e continuidade

Os alumnos xa están familiarizados co concepto de función real de variable real, ao que foron achegándose ao longo da educación secundaria obrigatoria e, con maior intensidade, durante o curso anterior, en que se desenvolve unha unidade dedicada ao estudo das funcións elementais.

Durante o curso anterior estableceuse o concepto de límite dunha forma intuitiva; nesta unidade insístese na mesma idea, xa que o seu alto nivel de abstracción e a complexidade simbólica utilizada na súa definición así o aconsellan. Unha vez definido o límite, procédese a mostrar técnicas alxébricas para calcular límites de funcións.

O concepto de continuidade nun punto non presenta grandes problemas de intuición e non adoita haber dificultade para identificar e clasificar os puntos de descontinuidade dunha función elemental. Do concepto de continuidade nun punto pasaremos ao de continuidade nun intervalo.

Termina a unidade coa demostración intuitiva do teorema de Bolzano, que abre a porta na busca, por métodos numéricos, de solucións de ecuacións difíciles de resolver por métodos alxébricos.

I. OBXECTIVOS

- Coñecer o concepto de función real de variable real e saber operar con funcións dadas polas súas expresións alxébricas.
- Calcular límites de funcións nun punto ou no infinito, utilizando algunhas técnicas para resolver indeterminacións.
- Adquirir o concepto de función continua nun punto e nun intervalo, e saber identificar e clasificar os puntos de descontinuidade dunha función, dada pola súa expresión alxébrica.
- Coñecer e aplicar os teoremas fundamentais de funcións continuas nun intervalo pechado.
- Utilizar o cálculo de límites e o estudo da continuidade para obter conclusións sobre o comportamento dun fenómeno social.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- A. Utilizar funcións, dadas pola súa expresión alxébrica, para expresar e analizar a dependencia dunha magnitude respecto doutra.
- B. Operar con funcións dadas polas súas expresións alxébricas.
- C. Calcular, por medios alxébricos, límites de funcións.
- D. Resolver indeterminacións do tipo $\frac{k}{0}$; $\frac{0}{0}$; $\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$; $\infty - \infty$; $0(\pm\infty)$.
- E. Estudiar a continuidade dunha función nun punto e nun intervalo.
- F. Determinar os puntos de descontinuidade dunha función, así como o tipo de descontinuidade.
- G. Estudiar a continuidade dunha función obtida a través de operacións alxébricas entre funcións elementais ou por composición destas.
- H. Aplicar os límites e o estudo da continuidade dunha función na resolución de problemas propios das ciencias sociais.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar distintas formas e expresións para definir a dependencia funcional entre dúas variables: táboas, representacións gráficas, expresións alxébricas ou simplemente coa linguaxe ordinaria. (C1, C2, C3)
- cálculo de límites está presente en cantidade de problemas relacionados coa demografía, a economía e outras ciencias, e permítenos comprender e expresar mellor certos conceptos, como

o comportamento instantáneo ou a tendencia a longo prazo de determinadas variables. (C1, C2, C5, C7)

- Coñecer a aritmética do infinito, as indeterminacións e os procesos para resolverlas. (C2, C7, C8)
- Analizar con carácter crítico e dar unha explicación plausible a certos paradoxos históricos. (C1, C2, C6, C7, C8)
- Utilizar as novas tecnoloxías para estudar o comportamento de certas variables nas proximidades dun punto e a súa tendencia a longo prazo. (C2, C4, C7, C8)
- Adquirir conceptos e procedementos que nos permitan comprender e aprender, para posteriormente utilizar conceptos matemáticos máis complexos (C2, C7)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Función real de variable real.
- Operacións con funcións.
- Límite dunha función nun punto. Límites laterais. Propiedades dos límites.
- Límites infinitos e no infinito.
- Operacións con expresións infinitas.
- Cálculo de límites. Indeterminacións de funcións racionais e irracionais cuadráticas sinxelas.
- Continuidade dunha función nun punto e nun intervalo.
- Descontinuidades dunha función. Inevitables e evitables.
- Propiedades das funcións continuas.
- Teorema do máximo e mínimo dunha función.
- Aplicacións dos límites e a continuidade nas ciencias sociais.

Procedementos

- Recoñecer relacións funcionais.
- Operar alxebricamente con funcións reais de variable real e obter a función composta de dúas ou máis funcións.
- Coñecer as propiedades dos límites e aplicalas no cálculo destes.
- Calcular límites laterais en funcións definidas a anacos.
- Calcular límites de diversos tipos a partir da expresión analítica dunha función.
- Estudar a continuidade ou descontinuidade dunha función nun punto.
- Calcular o valor que ha de tomar un parámetro para que unha función dependente del sexa continua.
- Buscar a expresión analítica dunha función que verifique determinadas propiedades en canto á súa continuidade.

Actitudes

- Interese pola busca de funcións que reflectan as relacións existentes entre magnitudes ou fenómenos naturais ou sociais.
- Curiosidade por abordar matematicamente problemas relacionados coas tendencias de funcións asociadas a fenómenos naturais ou sociais.
- Valoración da linguaxe simbólica como ferramenta para describir a tendencia dunha función.
- Valoración da linguaxe gráfica para determinar as tendencias de funcións.
- Valoración positiva das técnicas para calcular límites.
- Valoración positiva do uso das novas tecnoloxías no cálculo de límites e na análise da tendencia dunha función.
- Disposición para crear modelos e realizar abstraccións a partir de situacións problemáticas concretas.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Funcións reais

Mostrar exemplos de magnitudes relacionadas entre si pode servir para introducir de forma motivadora o concepto de función.

Os alumnos deben asimilar que para que unha correspondencia entre números sexa unha función, a cada valor de x só se lle pode asignar un valor de y .

Operacións con funcións

É útil insistir nas consideracións necesarias para achar o dominio dunha función definida por operacións entre dúas funcións.

No cociente de funcións convén ter moito coidado cos valores que anulan o denominador, xa que para eles non está definido o devandito cociente.

Límite dunha función nun punto

Para unha mellor comprensión do concepto de límite é bo propoñerlles aos alumnos cálculos de límites coa axuda da calculadora, elaborando táboas de valores.

O cálculo de límites nun punto de funcións definidas a anacos serve para introducir o concepto de límites laterais. Pode comezarse primeiro de forma gráfica e que os alumnos observen que cando non existe o límite no punto que divide o dominio de definición é porque os dous anacos “non se unen”. Unha vez que se interpreten graficamente os límites nun punto, o estudante debe saber calcular o límite nun punto cando este exista, sen necesidade de debuxar a gráfica da función.

Límites infinitos

Coa axuda da calculadora, calcúlanse límites en $x = a$ de funcións racionais cuxo denominador se anula en a , dando valores próximos a a tanto pola dereita coma pola esquerda, facendo un esbozo gráfico da súa interpretación, ou propoñendo algún exemplo dunha función racional que xustifique que o feito de anular o denominador non implica necesariamente que o límite sexa infinito.

Límites no infinito

É conveniente poñer exemplos para que os alumnos interpreten nun contexto real o que significa estimar unha función para valores moi afastados da orixe.

Cálculo de límites

Unha vez que os estudantes manexan o teorema do resto, é importante facerlles notar que factorizando polinomios obtemos funcións que non son a mesma, pero difiren nunha cantidade finita de puntos e, por tanto, o límite en calquera punto é o mesmo.

O cálculo de límites finitos –cando aparezan indeterminacións– debería restrinxirse a funcións cocientes de polinomios e outras en que aparezan raíces cadradas.

Continuidade nun punto e nun intervalo

É importante insistir na estreita relación que existe entre límite e continuidade.

Convén facer notar que os exemplos de funcións descontinuas que aparezan neste curso hai que buscalos case sempre en funcións definidas a anacos. Resulta útil propoñer exemplos de funcións definidas a anacos que sexan continuas e outras descontinuas. Nestas funcións os alumnos non deben esquecerse de estudar a continuidade nos intervalos de definición de cada anaco, ademais de nos extremos dos devanditos intervalos.

Todos os cálculos deberían estar acompañados da súa correspondente interpretación gráfica.

Teoremas relacionados coa continuidade

Convén facer notar que as hipóteses dos teoremas son condicións suficientes para que se verifique a tese. Nese sentido, poden propoñerse exemplos de situacións en que se verifiquen as teses dos teoremas estudados sen que se verifiquen as hipóteses; e, ao contrario, exemplos en que non se verifiquen as hipóteses e tampouco as teses.

Poden propoñerse situacións en que se inste aos estudantes a buscar contraexemplos para resultados manifestamente falsos. Por exemplo, se f é continua nun intervalo aberto, entón f é acoutada.

Insistir en que o teorema de Bolzano é unha ferramenta que se utiliza principalmente para aproximar solucións de ecuacións.

Funcións e límites nas Ciencias Sociais

En diversos problemas das ciencias sociais, cando se queren realizar estudos a longo prazo, é conveniente acudir aos límites no infinito.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Calculadoras científicas e gráficas, que permiten calcular de forma precisa o valor dunha función nun punto ou nas súas proximidades, así como analizar a tendencia da función e poder “achegarnos” ao límite.
- Aplicacións informáticas como Wiris ou Derive, dotadas de cálculo simbólico, que permiten introducir funcións mediante as súas expresións alxébricas, operar con elas, calcular límites, analizar descontinuidades e representar a gráfica da función.
- Follas de cálculo como Excel, que permiten elaborar táboas de valores dunha función e, utilizando a posibilidade de escribir os números negativos en vermello, detectar os cambios de signos en funcións continuas, que permiten, mediante a utilización do teorema de Bolzano, achegarnos ao valor das raíces da función.
- Transparencias ou ilustracións a grande escala, previamente realizadas, que proporcionen exemplos dos distintos conceptos tratados.

UNIDADE 5: Derivada dunha función

Os conceptos de derivada dunha función nun punto e de función derivada foron abordados o curso anterior, pero a dificultade intrínseca aos devanditos conceptos e a importancia destes aconsellan volver incluílos neste curso, en que se conta coa vantaxe de que os alumnos teñen un ano máis de madurez e, aínda que non captasen o significado do concepto de derivada, polo menos coñecen as técnicas para calcular as funcións derivadas dalgunhas funcións.

O esquema da unidade será similar ao seguido o curso anterior. Comezará estudando a taxa de variación media dunha función nun intervalo para pasar, a través do límite, á taxa de variación instantánea, e de aquí, á definición clásica de derivada dunha función nun punto; suxírese utilizar como exemplo introdutorio o concepto de velocidade media dun móbil nun intervalo horario para chegar ao concepto de velocidade instantánea.

Introducido o concepto de derivada dunha función nun punto, pasarase ao de función derivada, para dedicar o resto da unidade a repasar as técnicas de derivación xa coñecidas e a introducir outras novas. A unidade péchase cunha introdución ao concepto de diferencial.

I. OBXECTIVOS

- Comprender o concepto, a utilidade e as aplicacións das taxas de variación media e instantánea dunha función e aprender a calculalas.
- Coñecer a interpretación xeométrica do concepto de derivada dunha función nun punto e saber calcular a ecuación da recta tanxente a unha curva nun punto.
- Saber calcular a función derivada das funcións elementais e das obtidas mediante operacións alxébricas das elementais.
- Saber aplicar correctamente a regra da cadea para calcular a función derivada de funcións obtidas por composición de funcións elementais.
- Utilizar o concepto de taxa de variación media e de derivada na resolución de problemas propios das ciencias sociais.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- A. Calcular a taxa de variación media dunha función nun intervalo.
- B. Calcular a derivada dunha función nun punto aplicando a definición.
- C. Calcular a ecuación da recta tanxente a unha curva nun punto.
- D. Calcular a función derivada de funcións elementais.
- E. Calcular a función derivada de funcións obtidas mediante operacións alxébricas con funcións elementais.
- F. Calcular a función derivada dunha función obtida mediante a composición de dúas funcións elementais.
- G. Aplicar as derivadas na resolución de problemas propios das ciencias sociais.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar a derivada dunha función, asociada a certo fenómeno social ou natural, nun punto para extraer e elaborar conclusións sobre o comportamento da devandita función nas proximidades dese punto. (C1, C2, C3, C5, C8)
- Coñecer a evolución histórica do problema do cálculo da tanxente a unha curva nun punto. (C2, C6, C7)
- Distinguir entre propiedades globais e puntuais, variacións medias nun intervalo e variación instantánea, e utilizalo na análise crítica do comportamento de certos fenómenos (C2, C3, C7, C8)
- Utilizar as novas tecnoloxías para representar e analizar o comportamento local e global das funcións. (C2, C4, C7, C8)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Taxa de variación media dunha función nun intervalo.
- Taxa de variación instantánea nun punto.
- Derivada dunha función nun punto.
- Ecuación da recta tanxente a unha función nun punto.
- Función derivada dunha función.
- Derivadas das funcións elementais. Regras de derivación.
- Derivada da función composta. Regra da cadea.
- Derivada da función inversa dunha dada.
- Derivadas laterais.

- Aproximación linear dunha función nun punto.

Procedementos

- Calcular a taxa de variación media dunha función nun intervalo.
- Calcular a derivada dunha función nun punto utilizando a definición.
- Calcular a pendente da recta tanxente a unha función nun punto, así como a ecuación da recta.
- Determinar a función derivada das funcións elementais.
- Aplicar as regras de derivación no cálculo da función derivada dunha función.
- Aplicar a regra da cadea na determinación da función derivada dunha función composta.
- Calcular a derivada da función inversa dunha dada.
- Calcular as derivadas laterais dunha función nun punto.
- Utilizar a aproximación linear para calcular o valor aproximado dunha función nun punto.
- Estudiar a continuidade e derivabilidade dunha función.

Actitudes

- Valoración da utilidade do concepto de derivada para analizar o comportamento de fenómenos científicos e sociais.
- Valoración da linguaxe simbólica como instrumento útil para describir a variación dunha magnitude respecto doutra, nun punto ou nun intervalo.
- Valoración das regras de derivación e da regra da cadea pola súa utilidade á hora de calcular derivadas de funcións complexas.
- Disposición para crear modelos matemáticos que permitan estudar o comportamento de diversos fenómenos naturais ou sociais.
- Valoración dos recursos informáticos no estudo global de funcións.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Taxa de variación instantánea

A idea intuitiva do concepto de velocidade instantánea coincide co de velocidade media nun certo intervalo de lonxitude tan pequena como se queira. É útil estender esta idea para analizar a variación media que experimenta certa magnitude económica ou social nun intervalo determinado de tempo, e tratar de calcular a variación instantánea facendo que o devandito intervalo sexa tan pequeno como queiramos.

Poden propoñerse varios exemplos para que os alumnos calculen velocidades instantáneas de móbiles dos cales se coñecen as súas ecuacións de movemento. Tamén se poden presentar exemplos para calcular a taxa de variación media e instantánea de magnitudes sociais ou económicas (crecemento dunha poboación, evolución do prezo dun determinado produto etc.), dadas polas súas ecuacións alxébricas.

Derivada dunha función nun punto. Función derivada

É interesante propoñerlles aos estudantes que, dada unha curva, por exemplo, $f(x) = \frac{x}{x-1}$, calculen as pendentes das rectas secantes que unen o punto $P(2, 2)$ cos puntos de abscisa 3; 2,5; 2,1; 1,9 e, en xeral, $2 + h$. Á vista dos resultados obtidos, deben conxecturar a pendente da recta tanxente en P e, ao debuxar esa recta, confirmar a súa conxectura.

É importante facer notar que o concepto de función derivada é útil á hora de calcular os puntos en que a tanxente ten unha determinada inclinación.

Apoiarémonos en diferentes tipos de gráficas para predicir cal vai ser o signo, o valor aproximado, a posición da recta tanxente en relación á curva etc., en cada punto concreto.

Proporánselles exercicios en que, dada a gráfica dunha función sobre unha cuadrícula, se pida calcular a derivada nalgúns puntos e, reciprocamente, que debuxen gráficas de funcións que cumpran determinadas características en canto a algúns puntos polos que pasen, puntos con tanxente horizontal ou de signo e/ou valor coñecidos.

Do concepto de derivada dunha función nun punto pasarase ao de función derivada, definíndoa como:

$$f': \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow f'(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

É importante que o alumno entenda que do coñecemento da función derivada dunha función podemos deducir características globais desta función.

Derivada das operacións con funcións

É útil volver lembrar as regras de derivación estudadas o curso anterior demostrando algunhas delas, se o nivel do grupo así o aconsella, dando desa maneira certo rigor ao desenvolvemento do tema.

Despois de calcular a derivada de $t(x) = (x^2 - x - 2)^2$ e algunhas outras, o alumno xa pode conxecturar a derivada dunha función composta $f \circ g$.

É recomendable propoñer exercicios de obtención da derivada de $f \circ g$ dando como datos $f(x)$ e $g(x)$.

Derivadas das funcións elementais

É útil recordar as funcións derivadas das funcións elementais e volver deducir algunhas delas tal e como se fixo o curso anterior.

Pode seguirse o mesmo esquema con cada tipo de función. Primeiro áchase a derivada da función utilizando a definición e calculando, se é necesario, o límite coa axuda da calculadora, para despois determinar a derivada da función composta.

Pode empezarse coa función exponencial e a función seno.

A continuación pode demostrarse, utilizando a regra da cadea, a derivada da función inversa a unha dada, utilizando este resultado para calcular a derivada da función logarítmica como inversa da función exponencial e as derivadas das funcións trigonométricas inversas.

Derivadas laterais

Non hai que confundir $f'(a^-)$ con $\lim_{x \rightarrow a^-} f'(x)$. Poden propoñerse exemplos de funcións en que os límites laterais de $f'(x)$ coinciden e a función non é continua e, por tanto, non derivable.

Aínda tendo en conta a observación anterior, é útil facer notar que no caso de que f sexa continua en $x = a$, se coinciden os límites laterais de $f'(x)$ en $x = a$, é unha condición suficiente para a existencia de derivada en a , e é unha ferramenta moi interesante para o cálculo de parámetros en funcións definidas a anacos.

Funcións do tipo $|x|$ ou $|f(x)|$ poden ser uns bos exemplos para aclarar todos os conceptos anteriores.

Aproximación linear dunha función nun punto. Diferencial dunha función

Convén facer notar que a utilidade máis importante desta ferramenta é a estimación do valor dunha función nun punto, para posteriormente pedirles aos alumnos que comparen os resultados obtidos mediante a aproximación linear e os obtidos coa calculadora.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Calculadoras científicas e gráficas, que sempre son dunha grande utilidade para axilizar os cálculos e, no seu caso, efectuar representacións gráficas de funcións.
- A folla de cálculo Excel permitirá analizar táboas con valores dunha función e a súa derivada en distintos puntos utilizando a posibilidade de escribir os números negativos en vermello para detectar os cambios de signo.
- As aplicacións informáticas como Wiris ou Derive inclúen comandos directos para calcular o valor da derivada dunha función nun punto, a función derivada dunha función dada, e permiten representar conxuntamente as gráficas dunha función e da súa función derivada.

UNIDADE 6: Aplicacións das derivadas

Na unidade anterior aprendéronse técnicas para calcular derivadas, vendo algunhas aplicacións destas ao cálculo da variación instantánea dunha magnitude respecto da súa variable, a determinación da tanxente a unha curva nun punto e a aproximación linear de funcións mediante a súa substitución local, nas proximidades dun punto, pola recta tanxente nese punto. Pero será nesta unidade en que se estudarán as grandes aplicacións das derivadas no estudo local e global do comportamento dunha función, na busca dos seus extremos relativos e dos puntos de inflexión, e en xeral, de puntos ou intervalos en que a función teña un comportamento determinado en canto á súa monotonía, curvatura ou existencia de raíces.

Os problemas de optimización, tan comúns na maior parte das actividades sociais e económicas, serán a aplicación práctica máis importante dos conceptos estudados nesta unidade e axudarán a que os alumnos sexan conscientes da importancia das matemáticas en xeral e da análise en particular no desenvolvemento das demais ciencias.

I. OBXECTIVOS

- Saber calcular as derivadas sucesivas dunha función.
- Determinar a monotonía e a curvatura dunha función a partir do estudo da súa primeira e segunda derivada.
- Saber calcular os máximos e mínimos relativos e absolutos dunha función e os seus puntos de inflexión a partir do estudo da súa primeira e segunda derivada.
- Utilizar o cálculo de derivadas para resolver problemas de optimización extraídos de situacións reais, interpretando os resultados obtidos.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- A. Calcular as derivadas sucesivas de funcións elementais.

- B. Calcular os intervalos de crecemento e decrecemento dunha función derivable.
- C. Determinar os intervalos de concavidade cara a arriba e cara a abaixo dunha función derivable.
- D. Calcular os máximos e mínimos relativos dunha función derivable.
- E. Calcular os puntos de inflexión dunha función derivable.
- F. Resolver problemas de optimización en distintos contextos.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar as funcións e en especial as súas gráficas para describir, analizar e determinar o comportamento dun fenómeno dado por unha expresión alxébrica. (C1, C2, C3, C5)
- Utilizar a función derivada dunha función, asociada a certo fenómeno social ou natural, para extraer e elaborar conclusións sobre o comportamento local ou global da devandita función. (C1, C2, C3, C5, C8)
- Interpretar de maneira racional a información gráfica difundida polos medios de comunicación relativa á evolución, en función do tempo, dalgunhas variables de carácter social ou económico. (C1, C2, C5, C8)
- Formular e resolver, utilizando a terminoloxía adecuada, problemas de optimización en diversos contextos xeométricos, sociais, económicos etc. (C2, C3, C5, C6, C8)
- Utilizar as novas tecnoloxías para representar e analizar o comportamento local e global das funcións. (C2, C4, C7, C8)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Derivadas sucesivas dunha función.
- Monotonía. Funcións crecentes e decrecentes nun punto e nun intervalo.
- Extremos relativos: máximos e mínimos.
- Aplicación das derivadas a problemas de optimización.
- Curvatura. Funcións cóncavas cara a arriba e cóncavas cara a abaixo.
- Puntos de inflexión.

Procedementos

- Calcular as derivadas sucesivas dunha función.
- Utilizar o estudo do signo da función derivada dunha función para obter os intervalos de crecemento e de decrecemento.
- Determinar os máximos e mínimos relativos dunha función.
- Determinar a curvatura dunha función e dos seus puntos de inflexión a partir do estudo das súas derivadas primeira e segunda.
- Estudar a monotonía, curvatura, extremos relativos e puntos de inflexión dunha función dada pola súa gráfica.
- Obter a gráfica dunha función polinómica ou racional, coñecidas as da súa primeira e segunda derivada.
- Resolver problemas de optimización en diversos contextos.

Actitudes

- Valoración do rigor e a orde á hora de facer un estudo local ou global da monotonía e curvatura dunha función ou de clasificar os seus puntos singulares.
- Disposición para crear modelos matemáticos para estudar a evolución, e coñecer os máximos e mínimos de fenómenos naturais ou sociais.
- Valoración da análise á hora de estudar e interpretar o comportamento de diversos fenómenos naturais, sociais ou económicos.
- Valoración dos recursos informáticos como ferramentas que simplifican as tarefas e axudan a comprender o comportamento local e global das funcións.
- Valoración crítica da información recibida en forma gráfica, alxébrica ou escrita sobre a evolución de determinados fenómenos.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Crecemento e decrecemento dunha función. Extremos relativos

É interesante comezar a unidade definindo as derivadas sucesivas dunha función e facendo exercicios de cálculo destas.

Tras definir os conceptos de crecemento e decrecemento nun punto e nun intervalo, e os de máximo e mínimo absoluto e relativo, pódese pasar a ver intuitiva e graficamente, para funcións derivables, a relación existente entre o signo da derivada da función nun punto e a súa monotonía, así como que nos extremos relativos a tanxente é horizontal e, polo tanto, a súa derivada vale 0.

Para o estudo sistemático de determinación de intervalos de monotonía e estudo dos extremos relativos é útil comezar por calcular os puntos con tanxente horizontal e despois construír unha táboa en que ir anotando o signo da primeira derivada nos distintos intervalos en que queda dividido o dominio da función polas abscisas dos puntos singulares.

Os estudantes deben adquirir fluidez en esbozar as gráficas, coñecidos os extremos relativos e os puntos de corte cos eixes.

Un exercicio útil para que os alumnos asimilen os conceptos é esbozar gráficas de funcións das que se coñece a gráfica da súa función derivada, ou información suficiente en canto á súa monotonía, puntos singulares ou algún punto concreto polo que pase a gráfica.

Aplicacións das derivadas a problemas de optimización

O cálculo dos extremos absolutos pódese facer como se desenvolve no texto, método útil cando só hai un punto crítico.

Xeralmente, a forma máis cómoda para determinar os valores máximos e mínimos absolutos dunha función derivable $y = f(x)$ nun intervalo $[a, b]$ é:

1. Calcular $f'(x)$ e resolver a ecuación $f'(x) = 0$. De todas as solucións reais que teña a ecuación fixémonos só nas que pertencen ao intervalo (a, b) . Sexan estas x_1, x_2, \dots, x_k .
2. Calcular $f(a), f(b), f(x_1), \dots, f(x_k)$ e elixir o valor maior para o máximo e o menor para o mínimo.

No caso de que a función que se vaia optimizar sexa unha parábola, situación que aparece en moitas situacións— fundamentalmente de índole económica— ao longo deste curso, é interesante facer notar que para decidir se o punto con tanxente horizontal é un máximo ou un mínimo absoluto, bastará observar se a súa abscisa cae no dominio da función no contexto do problema.

É útil facerlles notar aos alumnos que gran parte dos procesos naturais, económicos e sociais se rexen pola lei do máximo rendemento co mínimo esforzo (a esfera é o corpo que a igualdade de volume presenta a mínima superficie, os xestores tratan de xestionar os recursos para obter unha produción máxima cun mínimo de custos etc.).

Curvatura e puntos de inflexión

É importante facerlles notar aos alumnos que non basta co coñecemento da monotonía e os puntos con tanxente horizontal para esbozar con precisión a gráfica dunha función, xa que esta podería presentar moitos cambios de curvatura.

De forma intuitiva e analizando o crecemento da primeira derivada, pódese chegar aos resultados que relacionan o signo da segunda derivada coa curvatura da función e á determinación dos puntos de inflexión. É moi importante facerlles ver aos alumnos con varios exemplos que o feito de que a derivada segunda se anule nun punto non implica que sexa de inflexión, decidindo se o é sen máis ca estudar o signo de f' á dereita e á esquerda deste.

No estudo sistemático da curvatura seguirase o mesmo método utilizado no estudo da monotonía, é dicir, calculando primeiro os puntos que anulan a segunda derivada e creando posteriormente unha táboa de signos de f' nos distintos intervalos en que os puntos que anulan a segunda derivada dividen o dominio da función.

Recoméndase rematar esta epígrafe vendo como o signo da segunda derivada nos puntos singulares permite decidir se estes son máximos ou mínimos relativos.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- As aplicacións informáticas como Wiris, Derive ou Funcións para Windows permiten calcular derivadas sucesivas dunha función e representar simultaneamente as súas gráficas, o que fai posible apreciar graficamente a relación que existe entre o signo de $f'(x)$ e o crecemento da función e o signo de $f''(x)$ e a curvatura de $f(x)$.
- Calculadoras científicas.
- As calculadoras gráficas permiten a determinación directa dos extremos relativos dunha función percorrendo a súa gráfica co cursor, unha vez que se representou a función nun intervalo adecuado.

UNIDADE 7: Representación de funcións

O alumno xa debe ser consciente da utilidade das funcións á hora de describir moitos fenómenos da realidade. Entre as diversas formas de expresar unha relación funcional entre dúas magnitudes mediante táboas, expresións alxébricas ou gráficas, é quizais esta última a que permite analizar e visualizar de forma máis sinxela o seu comportamento, o que é especialmente útil á hora de analizar o seu crecemento e o seu comportamento a longo prazo ou para transmitir información a persoas non expertas.

Nesta unidade farase uso de gran parte dos conceptos e procedementos que o alumno adquiriu nas unidades de álgebra e análise matemática, xa que construír a gráfica dunha función implica a súa utilización, nunha orde determinada, para calcular dominios, puntos de corte cos eixes, periodicidade e simetrías (resolución de ecuacións e inecuacións e coñecemento do dominio das funcións elementais), asíntotas (cálculo de límites), intervalos de crecemento e decrecemento e extremos relativos (primeira derivada), intervalos de curvatura e puntos de inflexión (segunda derivada e en ocasións derivadas sucesivas).

Volveranse revisar familias de funcións xa estudadas polo alumno en cursos anteriores para descubrir as similitudes e diferenzas existentes entre funcións do mesmo tipo e afondar na identificación das expresións alxébricas destas e as súas gráficas.

I. OBXECTIVOS

- Realizar o estudo das tendencias dunha función da que se coñece a súa expresión alxébrica, calculando as súas asíntotas verticais, horizontais e oblicuas.
- Representar graficamente funcións de distinto tipo, utilizando o procedemento xeral, obtendo a información necesaria da expresión alxébrica da devandita función e da súa primeira e segunda derivada.
- Aplicar a representación gráfica de funcións á resolución de problemas en distintos contextos e á análise crítica da información recibida.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- A. Calcular a tendencia dunha función no infinito e nas proximidades de puntos illados en que non está definida.
- B. Calcular as asíntotas dunha función.
- C. Calcular os puntos de corte cos eixes e o dominio dunha función dada pola súa expresión alxébrica, a súa gráfica ou mediante un enunciado.
- D. Estudar a simetría, a periodicidade e o signo dunha función.
- E. Representar graficamente funcións polinómicas, racionais, con radicais, exponenciais, logarítmicas e trigonométricas, tras facer un estudo completo das súas características.
- F. Resolver os exercicios propios das ciencias sociais que impliquen o estudo, a representación gráfica ou a análise da gráfica asociada á evolución de certo fenómeno económico ou social.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar as funcións e en especial as súas gráficas para describir, analizar e determinar o comportamento dun fenómeno dado por unha expresión alxébrica. (C1, C2, C3, C5)
- Interpretar de maneira racional e crítica a información gráfica difundida polos medios de comunicación relativa á evolución, en función do tempo, dalgunhas variables de carácter social ou económico. (C1, C2, C5, C8)
- Utilizar as novas tecnoloxías para representar e analizar o comportamento local e global das funcións. (C2, C4, C7, C8)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Dominio e percorrido dunha función.
- Puntos de corte cos eixes.
- Signo dunha función.
- Simetrías. Función par e función impar.
- Periodicidade.
- Ramas infinitas. Asíntotas.
- Monotonía e extremos relativos.
- Curvatura e puntos de inflexión.
- Estudo completo e representación gráfica de funcións e familias de funcións polinómicas e racionais.
- Aplicacións do estudo gráfico de funcións ás ciencias sociais.

Procedementos

- Resolver ecuacións e inecuacións.
- Determinar o dominio e o percorrido de funcións dadas pola súa expresión alxébrica ou pola súa gráfica.
- Determinar os puntos de corte cos eixes coordenados e dos intervalos en que a función é positiva ou negativa

- Determinar a paridade dunha función.
- Calcular o período dunha función en caso de ser periódica.
- Estudar a tendencia dunha función no infinito e nas proximidades de puntos en que non está definida, e calcular as súas asíntotas.
- Realizar un estudo completo de funcións, polinómicas e racionais, e trazar a súa gráfica.
- Esbozar a gráfica dunha función da que se coñecen suficientes características.
- Analizar a evolución dalgúns fenómenos dados polas súas gráficas.

Actitudes

- Valoración do rigor e da orde á hora de estudar e representar funcións dadas polas súas expresións alxébricas.
- Valoración da representación gráfica dunha función á hora de interpretar o comportamento do fenómeno ao que a devandita gráfica está asociada.
- Valoración da calculadora e os recursos informáticos á hora de representar de maneira precisa a gráfica dunha función dada pola súa expresión alxébrica.
- Valoración positiva da utilidade e eficacia das ferramentas alxébricas e das propias do cálculo diferencial para obter gráficas de funcións.
- Gusto pola representación ordenada e explicada dos traballos realizados e, en particular, da gráfica obtida.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Dominio e percorrido

Débase facer notar que o dominio dunha función depende de varias cuestións: contexto do problema, expresión da función, arbitrariedade do que a define...

O percorrido en xeral é complicado de calcular e, salvo en casos moi particulares, o seu cálculo débese apoiar na representación gráfica.

Aspectos xerais: cortes cos eixes, signo, simetrías e periodicidade

Convén facerlles notar aos estudantes que, a falta doutra información, a forma máis razoable de debuxar a gráfica é unir os puntos dados cunha curva suave.

Débense propoñer exemplos para que os alumnos esbocen gráficas de funcións polinómicas observando o signo nos intervalos dados polos cortes co eixe horizontal e os límites no infinito.

Ramas infinitas. Asíntotas

Nas funcións racionais con asíntotas verticais, o estudante debe saber obter, sen axuda da calculadora, os límites laterais da función en $x = a$ se a recta $x = a$ é unha asíntota vertical.

Hai que insistir en que, aínda que ás veces coincidan, os límites en máis infinito e en menos infinito non son o mesmo e, polo tanto, pode que existan dúas asíntotas horizontais diferentes.

O cálculo das asíntotas oblicuas convén facelo co método xeral e despois calcular as asíntotas dunha función racional co grao do numerador unha unidade maior que o do denominador empregando a división de polinomios.

Unha vez calculadas as asíntotas, convén estudar o comportamento da función respecto ás asíntotas horizontais e oblicuas, achando primeiro os puntos de corte da curva coa asíntota, se os tivese, e despois observando se no infinito a gráfica vai por enriba ou por debaixo da asíntota.

Un erro moi frecuente é pensar que a gráfica da función non pode cortar as súas asíntotas.

Chegados a este punto é moi interesante que os alumnos utilicen algún programa informático de representación de funcións para unha mellor comprensión do estudado.

A derivada. Extremos relativos e monotonía. Puntos de inflexión e curvatura

Á hora de representar unha función elemental, por exemplo, polinómica, é importante que os estudantes calculen en primeiro lugar os puntos con tanxente horizontal; despois, os intervalos de monotonía, e finalmente, facéndolles ver que a información anterior non é suficiente, calcular os puntos de inflexión.

Hai que insistir en que $f''(a) = 0$ non é condición suficiente para a que a sexa un punto de inflexión.

Estudo completo de funcións. Representación gráfica

O estudo completo limitárase en moitos casos ao cálculo de cortes cos eixes, asíntotas e puntos con tanxente horizontal. O estudo das simetrías e periodicidade pode axudar en moitas ocasións a reducir o proceso.

Estudo de funcións polinómicas

Se o polinomio está factorizado, o estudante, previa obtención dos límites no infinito, debe debuxar case sen ningunha dificultade a gráfica da función. A única dificultade podería estribar na existencia de raíces dobres, que debe solucionarse estudando o signo da función entre os puntos de corte co eixe horizontal.

En calquera caso, para debuxar a gráfica con máis precisión, é dicir, para obter a altura dos extremos relativos, debe facerse notar a utilidade da derivada.

Estudo de funcións racionais

Débase insistir en que as asíntotas, se existen, constitúen a ferramenta máis potente para debuxar as gráficas de funcións racionais. Convén indicar que nas funcións racionais, á hora de representalas graficamente, o estudo da segunda derivada é practicamente superfluo.

Antes de calcular as asíntotas horizontais, o estudante debe estimar o valor da función para valores de x afastados da orixe, e posteriormente comprobar que a súa estimación é boa calculando as asíntotas horizontais.

Aconséllase presentar diversos exercicios de debuxar a gráfica dunha función racional unha vez que se calcularon as asíntotas, os cortes cos eixes e os cortes coas asíntotas.

Aplicacións da representación de funcións ás Ciencias Sociais

Podería ser interesante que, antes de abordar exemplos concretos nesta epígrafe, refrescásemos as ideas sobre as funcións exponenciais e logarítmicas.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Aplicacións informáticas como Wiris ou Derive, que permiten representar funcións dadas pola súa expresión alxébrica e, no caso de Wiris, sinalar e dar as coordenadas dos seus puntos de corte cos eixes, máximos e mínimos, e debuxar e dar as ecuacións das asíntotas.
- Calculadoras científicas.

UNIDADE 8: Cálculo de probabilidades

Unha vez estudadas as técnicas de reconto posúese unha poderosa ferramenta para cuantificar o número de resultados posibles dunha elección baixo determinadas circunstancias.

Nesta unidade desenvólvese a álgebra de sucesos aleatorios, coas súas operacións e propiedades. Tamén a definición de probabilidade, tanto de forma axiomática coma na forma clásica da regra de Laplace. Para simplificar os cálculos nos experimentos compostos introdúcese o concepto de probabilidade condicionada, o que permite distinguir cando dous sucesos son dependentes ou independentes e, a partir de aí, desenvolver o teorema da probabilidade total e a obtención de probabilidades a posteriori mediante o teorema de Bayes.

I. OBXECTIVOS

- Coñecer as operacións con conxuntos e as súas propiedades, e utilízalas no caso concreto do espazo de sucesos asociado a un experimento aleatorio.
- Dotar os alumnos de conceptos e ferramentas que poidan utilizar para calcular a probabilidade dun suceso relativo a unha experiencia aleatoria.
- Determinar probabilidades de sucesos en experimentos compostos e discernir entre sucesos dependentes e independentes.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- A. Formar o espazo de mostra e calcular o número de puntos de mostras dun suceso.
- B. Efectuar operacións con sucesos e aplicar as súas propiedades para efectuar simplificacións.
- C. Identificar funcións de probabilidade definidas nun espazo de mostra, comprobando o cumprimento dos axiomas, e utilízalas para obter a probabilidade de sucesos compostos.
- D. Asignar probabilidades mediante a regra de Laplace, empregando técnicas de reconto directo e recursos combinatorios.
- E. Determinar se dous sucesos son dependentes ou independentes, e calcular a probabilidade da súa intersección.
- F. Formar o sistema completo de sucesos asociado a un experimento aleatorio composto e asignarlles probabilidades a sucesos mediante o teorema da probabilidade total.
- G. Calcular probabilidades a posteriori.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar unha notación adecuada para expresar sucesos en experimentos aleatorios e as operacións que poden efectuarse con eles, relacionándoos coas proposicións na lóxica formal. (C1, C2, C7)
- Analizar a evolución do concepto de *probabilidade* ao longo da historia das matemáticas, e apreciar a necesidade dunha formalización na definición de probabilidade. (C2, C5, C6)
- Efectuar comentarios críticos sobre os xogos de azar ou outros sucesos desde o punto de vista da probabilidade. (C2, C3, C7, C8)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Experimentos deterministas e aleatorios. Espazo de mostra. Punto de mostra.
- Sucesos: elemental, seguro, imposible, contrario, compatibles, incompatibles etc.
- Operacións con sucesos. Álgebra de sucesos.
- Frecuencias absoluta e relativa dun suceso.
- Definición clásica de probabilidade. Regra de Laplace.
- Definición axiomática de probabilidade.
- Probabilidade condicionada. Sucesos independentes.
- Experimentos compostos.
- Probabilidade da intersección de sucesos.
- Diagramas de árbore para determinar a probabilidade de sucesos en experimentos compostos.
- Probabilidade total.
- Teorema de Bayes para determinar a probabilidade a posteriori.

Procedementos

- Distinguir experimentos aleatorios de experimentos deterministas.
- Obter o espazo de mostra de experimentos aleatorios sinxelos.
- Efectuar operacións con sucesos: unión, intersección e diferenza.
- Calcular probabilidades de sucesos en experimentos simples, aplicando a regra de Laplace e a combinatoria cando sexa aconsellable.
- Efectuar diagramas de árbore e calcular probabilidades de sucesos coa axuda dos diagramas.
- Obter probabilidades de sucesos, ben directamente ou a través da definición.
- Facer exercicios de diferenciación de sucesos compatibles e incompatibles, así como de sucesos dependentes e independentes.
- Achar a probabilidade total dun suceso a partir das probabilidades condicionadas polos sucesos dun sistema completo de sucesos.
- Achar probabilidades a posteriori.

Actitudes

- Recoñecemento e valoración da utilidade das matemáticas para interpretar e describir situacións relacionadas co azar.
- Curiosidade e interese por coñecer estratexias diferentes das propias para a resolución de problemas de cálculo de probabilidades.
- Valoración crítica das informacións de tipo probabilístico que se transmiten a través dos medios de comunicación.
- Gusto polo cálculo ordenado e a representación gráfica clara e precisa nos diagramas de Venn e de árbore.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Experimentos aleatorios. Espazo de mostra

Aconséllase comezar cun exemplo sinxelo para chegar á idea de experimento aleatorio e, a partir del, á idea de espazo de mostra.

É moi conveniente presentar, canda a idea de experimento aleatorio, a idea de experimento determinista para que os alumnos aprendan a distinguilos.

Suceso aleatorio

Formando subconxuntos do espazo de mostra xorde a idea de suceso aleatorio. Aconséllase elixir experimentos aleatorios que teñan espazos de mostra con poucos elementos e, unha vez formado o espazo de sucesos, distinguir entre os distintos tipos de sucesos que se poden presentar.

Operacións con sucesos

Para as operacións con sucesos súxrese utilizar os diagramas de Venn, xa que permiten visualizar estas operacións.

As leis de De Morgan deben incluírse aínda cando unicamente se realicen comprobacións con exemplos.

É o momento de que os alumnos adquiren os conceptos de sucesos compatibles e incompatibles a partir da definición de intersección de sucesos.

Frecuencia e probabilidade. Lei dos grandes números

Historicamente, a lei dos grandes números foi fundamental para comprender o concepto de probabilidade, polo que propoñemos a súa presentación inicialmente para chegar á idea de probabilidade.

É aconsellable analizar as propiedades das frecuencias relativas.

Definición clásica de probabilidade. Regra de Laplace

A definición de Laplace foi vista en cursos anteriores, polo que non debe presentar ningunha dificultade.

Resulta útil analizar as limitacións da regra de Laplace ao requirir sucesos elementais equiprobables. En cada exercicio debe insistirse en avaliar tanto o número de casos favorables ao suceso do que queremos achar a súa probabilidade coma o número de casos posibles.

Definición axiomática de probabilidade

A definición axiomática de probabilidade debida a Kolmogorov é moi artificial. Por iso se aconsella lembrar previamente as propiedades das frecuencias relativas, vistas na epígrafe 4, para posteriormente identificar a probabilidade coa frecuencia relativa cando o número de probas é moi grande.

Probabilidade da unión de sucesos. Sucesos compatibles

Aconséllase comezar cun exemplo de dous sucesos sinxelos e incompatibles, e logo, continuar con outro exemplo de dous sucesos compatibles, para achar en ambos os casos a probabilidade da unión.

Debe estenderse a probabilidade da unión de dous sucesos ao caso da unión de tres sucesos nos dous supostos: compatibles e incompatibles.

Probabilidade condicionada

É aconsellable iniciar o estudo da probabilidade condicionada coa presentación dunha táboa de dobre entrada, para a que se calculen distintas frecuencias relativas, aparecendo por primeira vez a idea de frecuencia relativa dun suceso condicionado a outro.

Posteriormente debe verse co exemplo a relación existente entre $h(B/A)$, $h(B \cap A)$ e $h(A)$ para, co visto na epígrafe 4, pasar da idea de frecuencia relativa condicionada ao concepto de probabilidade condicionada.

Sucesos dependentes e independentes

Os exemplos de extraccións de bólas de urnas, con ou sen reempazamento, son útiles para introducir os conceptos de dependencia e independencia de sucesos.

Os diagramas de árbore axudan en gran medida á adquisición deste concepto, que os alumnos poden obter intuitivamente, sen necesidade de excesivas formalizacións.

Experimentos compostos

Antes de proceder ao estudo de probabilidades compostas é necesario dedicar algún tempo a presentar experimentos compostos como espazos produtos.

Un bo exemplo de experimentos compostos é estudar os sucesos que xorden ao analizar unha táboa de continxencia.

Probabilidade composta ou da intersección de sucesos

A probabilidade da intersección de dous sucesos, xa sexan dependentes ou independentes, foi vista de forma bastante intuitiva na epígrafe anterior.

Convén agora tratar de formalizar esta idea e estendela ao caso de máis de dous sucesos. Agora ben, as excesivas formalizacións cando o alumno non está o suficientemente iniciado adoitan ser innecesarias. Por iso é conveniente presentar varios exemplos para que o alumno, coa axuda do diagrama de árbore, trate de achar a probabilidade pedida sen máis complicacións.

Teorema da probabilidade total

Como na epígrafe anterior, procédese presentando un exemplo e calculando a probabilidade total. Suxírese continuar coa utilización de diagramas de árbore, pois é un recurso sumamente intuitivo e resulta moi sinxelo para os alumnos.

Non é difícil que os alumnos comprendan que deben sumar as probabilidades dos distintos camiños que conducen ao suceso dado, pois xa viron a probabilidade da unión de sucesos incompatibles.

Conseguida a destreza do cálculo de probabilidades totais, demostrárase o teorema de probabilidade total.

Probabilidade a posteriori. Teorema de Bayes

O teorema de Bayes non resulta difícil se se procede de forma análoga a como fixemos cos dous teoremas anteriores. É conveniente a presentación dun exemplo suficientemente claro para que vexan que, nesta ocasión, ao coñecer unha certa información, o universo queda reducido.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Como noutras unidades, o uso da calculadora científica é fundamental, en especial para calcular o número de casos posibles cando utilicemos a combinatoria.

- Xogos de azar como dados (cúbicos ou non), moedas, baralla etc., poden resultar útiles en todo o desenvolvemento da unidade.
- A folla de cálculo Excel permite simular experimentos aleatorios coa función ALEATORIO, e crear modelos cos que analizar a evolución das frecuencias relativas.
- Existen diversas animacións na rede que simulan experimentos aleatorios.

UNIDADE 9.1: As distribucións binomial e normal

Nesta unidade repasarase as variables binomial e normal correspondentes a 1º de Bacharelato, e a aproximación da binomial pola normal.

En canto ás distribucións discretas, faise un tratamento máis detallado da distribución binomial, dadas as súas aplicacións nos procesos de inspección de calidade, análise de mercado, investigación en ciencias experimentais ou estudos de opinión.

A campá de Gauss ou curva normal é a de máis frecuente aparición na descrición de fenómenos sociolóxicos, antropométricos etc. O estudo detallado da normal $N(0, 1)$ e o proceso de tipificación farán factible o estudo de calquera variable aleatoria que siga unha distribución normal de media e desviación típica coñecidas, $N(\mu, \sigma)$. En determinadas condicións, unha binomial $B(n, p)$ pode ser aproximada mediante unha $N(\mu, \sigma)$, o cal simplificará o cálculo das probabilidades na binomial.

I. OBXECTIVOS

- Desenvolver os conceptos asociados ás distribucións discretas de probabilidade e, en particular, distinguir cando unha variable aleatoria discreta (v. a. d.) segue o modelo binomial; saber aplicar este modelo no cálculo de probabilidades.
- Desenvolver os conceptos asociados ás distribucións continuas de probabilidade e, en particular, daquelas que sigan unha distribución normal $N(\mu, \sigma)$.
- Obter probabilidades a través das funcións de probabilidade ou de distribución das variables aleatorias que seguen distribucións $B(n, p)$ e $N(\mu, \sigma)$.
- Saber determinar en que condicións unha v. a. d. que siga unha distribución $B(n, p)$ pode axustarse mediante unha normal; utilizar esta no cálculo de probabilidades para a $B(n, p)$.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- Resolver problemas de v. a. d. que seguen unha distribución $B(n, p)$.
- Resolver problemas de v. a. c. que seguen unha distribución $N(\mu, \sigma)$.
- Determinar se unha variable aleatoria discreta que siga unha distribución $B(n, p)$ pode axustarse mediante unha normal.
- Utilizar a distribución normal para calcular probabilidades xurdidas nun caso binomial.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Describir variables aleatorias asociadas a distintos procesos sociais ou naturais. (C1, C2, C3, C5)
- Utilizar unha notación e unha terminoloxía adecuadas para expresar as probabilidades de que certas variables aleatorias cumpran unhas condicións determinadas. (C1, C2, C7)
- A busca de variables aleatorias do noso medio permite dotar os alumnos de habilidades para buscar, obter, procesar e comunicar información, e para transformala en coñecemento. (C2, C3, C4, C5, C8).
- Mediante o manexo das variables aleatorias e das distribucións binomial e normal pódense facer estudos relacionados con outras ramas da ciencia, como a economía, a bioloxía, a medicina, e incluso para outros campos como a produción e a industria. (C2, C3, C5, C8)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- A distribución binomial $B(n, p)$.
- Función de probabilidade dunha distribución binomial.
- Media, varianza e desviación típica da distribución binomial.
- Cálculo de probabilidades para unha v. a. d. que siga unha distribución $B(n, p)$.
- A distribución normal. A distribución normal estándar.
- Transformación de $N(\mu, \sigma)$ en $N(0, 1)$. Tipificación.
- Aproximación da binomial por unha normal: condicións para a aproximación.

Procedementos

- Identificar variables aleatorias que seguen unha distribución binomial.

- Asignar probabilidades mediante a función de probabilidade de a $B(n, p)$ ou utilizando táboas.
- Manexar a táboa da $N(0, 1)$ para obter valores da función de distribución.
- Tipificar unha v. a. que segue unha $N(\mu, \sigma)$.
- Resolver problemas de variables aleatorias que seguen unha $N(\mu, \sigma)$ ou unha $B(n, p)$.
- Obter os parámetros da distribución normal que se aproxima a unha distribución binomial.
- Resolver problemas, por aproximación, mediante unha distribución normal, dunha v. a. que segue unha distribución binomial.

Actitudes

- Recoñecemento e valoración da utilidade das matemáticas para interpretar e describir situacións da vida real e de carácter científico.
- Valoración crítica das informacións de tipo probabilístico que se transmiten a través dos medios de comunicación.
- Interese pola investigación de estratexias e de ferramentas que nos permitan abordar problemas de diferentes variables aleatorias que xorden en calquera disciplina do noso medio.
- Predisposición para aprender conceptos, relacións e técnicas novas para resolver problemas.
- Gusto polo cálculo ordenado e a representación gráfica clara e precisa das funcións de probabilidade, distribución e densidade de variables aleatorias.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Variables aleatorias discretas e continuas

En 1º de Bacharelato fíxose unha introdución ás distribucións de probabilidade, tanto discretas coma continuas, estudando de forma bastante exhaustiva a binomial e a normal, pero a importancia destas distribucións e a súa posterior utilización nas unidades seguintes fan aconsellable a súa revisión neste curso.

É importante que o alumno distinga claramente os conceptos de variable estatística e de variable aleatoria.

Deben propoñerse diferentes exemplos de variables aleatorias para diferenciar as discretas das continuas.

A distribución binomial

É moi importante insistir nas características que ten que cumprir unha variable aleatoria para que siga unha distribución binomial. Para isto suxírese a presentación de distintos exemplos de variables aleatorias, de maneira que unhas sigan a distribución binomial e outras non.

Pódense propor distintos exemplos de distribucións binomiais $B(n, p)$ mantendo fixo n e variando p , para obter as funcións de probabilidade, así como a súa representación gráfica, e analizar as similitudes e diferenzas.

Para o cálculo da media, a varianza e a desviación típica dunha variable que segue unha distribución binomial calquera $B(n, p)$, aconséllase estudar en primeiro lugar a variable aleatoria reducida de Bernoulli, calculando os parámetros estatísticos, e posteriormente pasar ao caso de n probas repetidas.

A distribución normal

A función de densidade dunha variable X que segue unha distribución $N(\mu, \sigma)$ é unha función exponencial de aparencia bastante complicada. A pesar disto, convén tratar de estudala destacando as propiedades máis importantes (simetría, asíntotas etc.) para comprender mellor a súa gráfica, de tipo campaniforme. Pode ser conveniente estudar a gráfica da $N(0, 1)$ e, posteriormente, aplicar a translación e a dilatación correspondentes.

O coñecemento de que a área encerrada baixo a curva é igual á unidade, por ser unha función de densidade, e da súa simetría respecto da recta $x = \mu$ vai facilitar moito as cousas á hora de ter que achar probabilidades.

Tipificación da variable. Uso de táboas

Tipificar unha variable X que segue unha $N(\mu, \sigma)$ para obter unha variable Z que segue unha $N(0, 1)$ non é máis ca un simple cambio de variable que se pode facer en dous pasos: centrar (facer $\mu = 0$) e reducir (facer $\sigma = 1$).

A importancia de tipificar a variable X que segue unha $N(\mu, \sigma)$ estriba en que ao obter a nova variable Z que segue unha $N(0, 1)$, esta encóntrase tabulada, e é moi sinxelo calcular probabilidades calquera sen máis que tendo a precaución de tipificar previamente a variable dada.

Aproximación da binomial por unha normal

Cando a variable é discreta e binomial, pero o número de probas é moi grande, pódese aproximar mediante unha distribución normal. Por isto suxírese comezar estudando distintos exemplos aumentando o valor de n , para ver como os polígonos de probabilidade tenden á función de densidade dunha normal.

Ao ser a distribución binomial de variable aleatoria discreta, ten sentido calcular probabilidades puntuais; en cambio, ao aproximar mediante unha normal non ten sentido. Por isto débese insistir na idea de que a probabilidade puntual se reparta para un intervalo: $P(X_B = r) = P(r - 0,5 < X_N < r + 0,5)$.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- Con frecuencia utilizaranse as táboas de funcións de probabilidade da binomial e da función de distribución da $N(0, 1)$.
- As calculadoras gráficas incorporan comandos que permiten calcular a probabilidade de obter exactamente r éxitos, ou un número de éxitos menor ou igual a r , nunha $B(n, p)$; ou calcular a probabilidade de que unha variable aleatoria X , que segue unha $N(\mu, \sigma)$, tome valores comprendidos entre x_i e x_s .
- A folla de cálculo Excel incorpora gran cantidade de funcións estatísticas que poden ser utilizadas no desenvolvemento desta unidade didáctica.

UNIDADE 9.2: A mostraxe estatística

Unha vez que xa se viu na unidade anterior como é a distribución dalgunhas variables aleatorias, ben sexan discretas, como no caso da binomial, ou continuas, como na normal, e como se pode determinar a probabilidade de que estas variables tomen determinados valores, nesta unidade vanse estudar unhas variables aleatorias que se obteñen ao elixir diferentes mostras dunha poboación e considerar en cada unha delas un parámetro, xa sexa unha proporción ou a media.

Aínda que no noso estudo non se considerará como foron elixidas as mostras, ao facer estudos con mostras é moi importante coñecer as distintas técnicas de mostraxe e o grao de representatividade de cada unha das mostraxes. Para isto dedícanse as dúas primeiras epígrafes da unidade.

A continuación obterase a distribución na mostraxe dunha proporción, que, como nos demais casos, cando n é grande se aproxima a unha variable aleatoria normal cuxos parámetros característicos (media e desviación típica) hai que saber determinar. De maneira análoga, obterase a distribución na mostraxe da media, así como a distribución das sumas das mostras ou da mostraxe das diferenzas das medias.

I. OBXECTIVOS

- Comprender e manexar adecuadamente as técnicas da mostraxe para evitar que as conclusións que se obteñan a partir destas sexan erróneas.
- Establecer a distribución que seguen as variables aleatorias que se obteñen ao considerar unha proporción ou a media dun conxunto grande de mostras de igual tamaño.
- Saber aplicar a distribución das sumas das mostraxes e a distribución das medias de mostras a problemas e casos concretos obtidos do noso arredor.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- A. Obter mostras aleatorias dunha poboación, explicando a técnica utilizada.
- B. Determinar a proporción de individuos de cada estrato nunha mostraxe estratificada.
- C. Efectuar unha mostraxe sistemática nunha poboación.
- D. Calcular proporcións en forma de fracción, en forma decimal como tanto por un e en porcentaxe.
- E. Calcular a probabilidade de que unha proporción apareza nunha mostraxe de tamaño n entre dous valores determinados.
- F. Coñecidas a media e a desviación típica dunha poboación, determinar a probabilidade de que a media dunha mostra de tamaño n se encontre entre dous valores determinados.
- G. Establecer a distribución que seguen as sumas de mostras cando se coñecen a media e a desviación típica poboacionais.
- H. Determinar como se distribúe a diferenza das medias de mostra en mostras de tamaño n .

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar a terminoloxía adecuada e efectuar as representacións necesarias e precisas para reflectir os resultados obtidos no estudo dunha poboación ou mostra. (C1, C2, C8)
- Analizar as mostraxes que aparecen nos medios de comunicación para aprender a interpretar os resultados ou, no seu caso, para descubrir nestes a intencionalidade ou nesgo da sondaxe. (C1, C2, C4, C5, C7, C8)
- Buscar estratexias para obter mostras representativas dunha poboación, e analizar con espírito crítico os resultados obtidos. (C2, C3, C5, C7, C8)

- Utilizar as novas tecnoloxías para efectuar mostraxes, representar adecuadamente os resultados obtidos e realizar os cálculos necesarios para obter os parámetros desexados. (C2, C4, C8)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Parámetros estatísticos.
- Poboación e mostra. Representatividade da mostra.
- Tipos de mostraxes: aleatorias e non aleatorias.
- Distribución na mostraxe dunha proporción.
- Distribución na mostraxe da media.
- Distribución das sumas de mostra na mostra.
- Distribución na mostraxe da diferenza de medias.
- Teorema central do límite.

Procedementos

- Calcular, mediante a elaboración de táboas, os parámetros estatísticos dunha poboación.
- Calcular a media e a desviación típica de dúas mostraxes de igual tamaño, a media e a desviación típica da suma e da diferenza de ambas, e comparar os resultados obtidos.
- Elaborar exemplos para diferenciar os conceptos de poboación e mostraxe e determinar o tamaño da mostra.
- Realizar diferentes tipos de mostraxe tomando como poboación o conxunto de alumnos da clase e o conxunto de alumnos do centro escolar.
- Determinar probabilidades de diferentes intervalos nas variables aleatorias que seguen unha distribución normal mediante a utilización de táboas.
- Achar a probabilidade de que unha proporción tomada nunha mostra estea incluída nun certo intervalo.
- Achar a distribución das medias de mostraxes.
- Calcular os parámetros característicos das variables aleatorias que se obteñen coas sumas de mostraxes e coa mostraxe da diferenza das medias.

Actitudes

- Disposición favorable para o estudo e coñecemento das técnicas de mostraxe para obter mostraxes representativas.
- Espírito crítico para valorar os resultados obtidos en sondaxes de opinión con mostraxes nesgadas.
- Interese pola busca de situacións e problemas do medio para os que haxa que aplicar técnicas de mostraxe e coñecemento das distribucións de probabilidade.
- Predisposición para aprender conceptos, relacións e técnicas novas para resolver problemas.
- Gusto pola representación gráfica clara e precisa das distribucións de frecuencia e probabilidade.
- Valoración positiva do uso das novas tecnoloxías para aplicarlas ao estudo estatístico de poboacións.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Poboación e mostra. Representatividade. Tipos de mostraxe

Como introdución e para entrar en materia, revisaranse os conceptos de poboación e mostra.

É fundamental facer ver a relevancia da representatividade das mostraxes, dando importancia tanto ao tamaño como á forma de selección de devanditas mostraxes. A non representatividade das mostraxes é unha das causas dos maiores erros que se cometen na inferencia estatística.

Convén distinguir entre os distintos tipos de mostraxes que se acostuman aplicar. Un dos máis utilizados é a mostraxe aleatoria estratificada, que se emprega en multitude de enquisas de opinión e estudos de mercado.

Distribución na mostraxe dunha proporción

Nestes niveis é moi difícil demostrar aos alumnos a razón pola cal a distribución na mostraxe dun parámetro p segue unha distribución $N\left(n, \frac{p(1-p)}{n}\right)$.

Porén, é moi importante que os alumnos entendan o que é unha distribución de mostraxes, así como o concepto de estatístico e como este toma valores diferentes para cada mostra.

É aconsellable propor algún exercicio para estudar a distribución na mostraxe do parámetro p variando os tamaños da mostra.

Distribución na mostraxe da media

Da mesma maneira que na epígrafe anterior, os alumnos teñen dificultades en entender a razón pola cal a distribución na mostraxe da variable X para as mostras extraídas dunha poboación $N(\mu, \sigma)$ segue unha distribución $N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

Convén distinguir os casos en que σ é coñecida e descoñecida. Neste último caso, estudarase a partir da cuasivarianza da mostra.

Distribución das sumas de mostras. Distribución na mostraxe da diferenza das medias

En toda a epígrafe suporase que as poboacións de estudo son moi grandes ou practicamente infinitas. No caso de poboacións finitas suporase que a mostraxe se realiza con substitución.

A distribución na mostraxe da diferenza de medias non resulta fácil de demostrar, polo que é aconsellable propor algún exemplo para que se comprenda a idea da variable diferenza de medias na mostraxe.

Como no caso da distribución na mostraxe da media, hai que diferenciar os casos das varianzas coñecidas ou descoñecidas.

Teorema central do límite

Non se pretende neste nivel demostrar o teorema central do límite, pero si que os alumnos teñan unha idea clara do que di devandito teorema. Para isto é recomendable propor un exemplo e ir variando o tamaño da mostra, para que se vexa como vai tendendo á normal.

Quizá sexa conveniente facer ver que, grazas a este teorema, multitude de fenómenos pódense considerar como suma de efectos parciais independentes e que non necesariamente se axustan á normal. Porén, o fenómeno resultante tende asintoticamente á distribución normal.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- A calculadora científica e o manexo da táboa da función de distribución da variable aleatoria $N(0, 1)$ son totalmente imprescindibles nesta unidade.
- A folla de cálculo Excel permite achar os parámetros estatísticos dunha distribución de frecuencias e realizar distintos tipos de representacións gráficas.
- A aplicación Derive tamén aporta a posibilidade de efectuar cálculos introducindo a función de densidade da $N(\mu, \sigma)$ e utilizando a integral definida con métodos aproximados de integración numérica.
- A prensa diaria é unha ferramenta útil para a investigación e o desenvolvemento do espírito crítico para valorar os resultados obtidos nas sondaxes de opinión que frecuentemente se publican.

UNIDADE 10.1: Inferencia estatística. Estimación

Como se viu na unidade anterior, coas técnicas de mostraxe obtense información acerca das mostras extraídas aleatoriamente de poboacións coñecidas. Pero na práctica ten máis interese inferir información sobre unha poboación baseándose nos datos que nos subministra unha mostra representativa desta poboación.

Para poder inferir esa información sobre a poboación utilizaranse dous métodos: a estimación de parámetros, que se desenvolve nesta unidade, e o contraste de hipóteses, que se verá na seguinte.

En primeiro lugar, verase en que consiste a estimación puntual dun parámetro da poboación, para o cal se toma un estatístico obtido dunha mostra, e a continuación verase a estimación por intervalo de confianza. Este método de estimación baséase en determinar un intervalo onde se prevé que estea o parámetro poboacional cunha certa seguridade ou confianza. Verase que ao aumentar o tamaño da mostra, se gaña en nivel de confianza e, polo tanto, se pode reducir a amplitude do intervalo. É evidente que existirá unha gran relación entre o nivel de confianza, o tamaño da mostra e a amplitude do intervalo.

I. OBXECTIVOS

- Estimar o parámetro p dunha variable aleatoria $B(n, p)$ mediante un intervalo de confianza obtido a partir dunha mostra de tamaño n .
- Obter, con distintos niveis de confianza, un intervalo para a media poboacional, tomando mostras de diferentes tamaños.
- Relacionar o tamaño mínimo que debe ter a mostra co erro máximo admisible e o nivel de confianza requiridos para o intervalo.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- A. Obter os valores críticos $-\frac{z_{\alpha}}{2}$ e $\frac{z_{\alpha}}{2}$ mediante unha táboa da $N(0, 1)$ para calquera nivel de significación α .
- B. Achar o intervalo de confianza para estimar a proporción poboacional p nunha $B(n, p)$, a partir do estatístico \hat{p} obtido dunha mostra de tamaño n con distintos niveis de confianza.
- C. Determinar un intervalo de confianza para a media poboacional, cando se coñece a desviación típica da poboación e unha mostra cun nivel de significación determinado α .
- D. Obter un intervalo de confianza para a diferenza de medias poboacionais.
- E. Calcular, para unha mostra de tamaño n e un nivel de significación α , o erro máximo admisible.
- F. Calcular, para unha mostra de tamaño n e un erro máximo admisible E , o nivel de significación α .
- G. Determinar o tamaño mínimo da mostra para un erro máximo admisible E e un nivel de significación α .

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar a terminoloxía adecuada ao efectuar estimacións de parámetros poboacionais, tales como nivel de confianza, estatístico, tamaño da mostra etc. (C1, C2)
- Analizar as mostraxes que aparecen nos medios de comunicación e a extrapolación que fan á poboación para aprender a interpretar os resultados ou, no seu caso, para descubrir neles a intencionalidade ou nesgo da sondaxe. (C1, C2, C5, C7, C8)
- Buscar estratexias para obter mostras representativas dunha poboación para inferir, a partir delas, parámetros da poboación e analizar con espírito crítico os resultados obtidos. (C2, C3, C5, C7, C8)
- Utilizar as novas tecnoloxías para obter, dunha forma rápida, os intervalos de confianza para a media poboacional, con distintas mostras e a distintos niveis de significación. (C2, C4, C7, C8)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Estimadores puntuais. Propiedades. Nesgo e eficiencia.
- Intervalos de confianza.
- Intervalo de confianza para o parámetro p dunha binomial.
- Intervalo de confianza para a media poboacional. Erro máximo admisible e marxe de erro.
- Intervalo de confianza para a diferenza de medias poboacionais.
- Tamaño da mostra.

Procedementos

- Indicar os mellores estimadores puntuais dos parámetros poboacionais.
- Apreciar o nesgo e a eficiencia que ten un determinado estimador.
- Obter valores críticos cunha táboa da $N(0, 1)$.
- Estimar unha proporción mediante un intervalo de confianza.
- Achar diferentes intervalos de confianza para estimar unha proporción coa mesma mostra e con distintos niveis de confianza.
- Estimar a media poboacional mediante un intervalo.
- Achar diferentes intervalos de confianza para estimar a media poboacional, utilizando mostras diferentes e niveis de significación distintos.
- Achar un intervalo de confianza para a diferenza de medias poboacionais.
- Determinar o tamaño mínimo que ha de ter unha mostra para obter un intervalo de confianza de amplitude $2E$ cun nivel de significación α .

Actitudes

- Disposición favorable para o estudo e coñecemento das técnicas para realizar estimacións.
- Espírito crítico para valorar os resultados obtidos ao realizar unha estimación.
- Interese pola busca de problemas do noso arredor en que haxa que realizar estimacións dunha proporción mediante intervalos de confianza.
- Predisposición para aprender conceptos, relacións e técnicas novas para resolver problemas.
- Valoración positiva do uso das novas tecnoloxías para aplicarlas ao estudo estatístico de poboacións.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Estimadores puntuais. Propiedades

Nesta epígrafe desenvolverase a terminoloxía da teoría da estimación.

É aconsellable iniciar a teoría da estimación mediante a estimación puntual. Para isto suxírese comezar cun exemplo sinxelo, ben da proporción de mostra como estimador para a proporción poboacional, ben mediante unha media de mostra como estimador da media poboacional.

As propiedades dos estimadores son conceptos complicados. Por isto se propón o exemplo dos disparos sobre unha diana, cando están dispersos ou concentrados, co certo nesgo ou cando o estimador é innesgado. A partir deste exemplo pódese supoñer que cada disparo corresponde a unha estimación efectuada por un determinado estimador sobre unha mostra.

Convén insistir, pola súa importancia, nas propiedades dos estimadores innesgados e os estimadores eficientes.

Intervalos de confianza

A estimación puntual é pouco útil, xa que só se obtén un valor como aproximación ao que se quere estimar. Trátase, polo tanto, de encontrar un intervalo dentro do cal se teña unha certa confianza de que se encontre o parámetro que se intenta estimar.

É aconsellable propor un exemplo para ir desenvolvendo a idea xeral de intervalo de confianza.

É fundamental formular con todo rigor a terminoloxía que se utiliza nos intervalos de confianza.

Intervalo de confianza para o parámetro p dunha binomial

Nesta epígrafe formalízase a idea de intervalo de confianza para unha proporción ou para o parámetro p dunha distribución $B(n, p)$.

É moi importante estudar o mesmo exemplo para diferentes niveis de confianza, para que se vexa como, a medida que aumenta o coeficiente de confianza, o intervalo de confianza é maior.

Tamén se suxire facer ver que outra forma de aumentar a confianza é aumentar o tamaño da mostra.

Intervalo de confianza para a media poboacional. Intervalo de confianza para a diferenza de medias poboacionais

Para estimar a varianza poboacional utilízase a cuasivarianza de mostra, \hat{s}^2 . É agora cando ten sentido xustificar, calcular e utilizar este parámetro de dispersión. Por isto parece conveniente que nalgún problema proposto se dean os valores da mostra para que o alumno calcule a cuasivarianza de mostra.

Isto supón unha boa oportunidade para que os alumnos comprendan a utilidade da tecla σ_{n-1} das súas calculadoras científicas.

Tamaño da mostra

É conveniente iniciar esta epígrafe propoñendo un exemplo onde se trate de achar o tamaño adecuado da mostra para ter unha determinada confianza.

É aconsellable presentar o mesmo exemplo con distintos coeficientes de confianza para que os alumnos vexan como varía o tamaño da mostra.

Ademais, é importante presentar o concepto de erro máximo admisible como o raio do intervalo de confianza, é dicir, a metade da amplitude do devandito intervalo.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- A calculadora científica e o manexo da táboa da función de distribución da variable aleatoria $N(0, 1)$ son totalmente imprescindibles nesta unidade.
- A folla de cálculo Excel permite achar os parámetros estatísticos dunha distribución de frecuencias e realizar distintos tipos de representacións gráficas, así como a determinación de intervalos de confianza.
- A aplicación Derive tamén achega a posibilidade de efectuar cálculos introducindo a función de densidade da $N(\mu, \sigma)$ e utilizando a integral definida con métodos aproximados de integración numérica.
- A prensa diaria, en que aparecen frecuentemente sondaxes de opinión, é unha ferramenta útil para a investigación e o desenvolvemento do espírito crítico para valorar os resultados obtidos nas devanditas sondaxes.

UNIDADE 10.2: Contraste de hipóteses

Na unidade anterior viuse que os intervalos de confianza permiten estimar entre que valores se encontra o valor descoñecido dunha característica da poboación obxecto do estudo, cun certo nivel de confianza.

Outro dos métodos empregados pola inferencia estatística é o contraste de hipóteses, que permite decidir se as afirmacións sobre unha característica de certa poboación son fiables ou non.

O obxectivo desta unidade é dar as pautas para formular un test de hipóteses para a proporción, a media e a diferenza de medias de dúas poboacións, co fin de contrastar a información recibida sobre estas.

Tamén se analizarán os dous tipos de erro que se poden cometer ao realizar un test de hipóteses.

I. OBXECTIVOS

- Contrastar, mediante un test, a proporción dunha distribución binomial.
- Efectuar un contraste de hipóteses para aceptar ou rexeitar un valor para a media de mostras, ou para a diferenza de medias de distribucións normais.
- Determinar os erros de tipo I e de tipo II que se cometen ao efectuar un contraste, así como a probabilidade de que se produzan.

II. CRITERIOS DE AVALIACIÓN

- A. Escribir a hipótese nula e a hipótese alternativa dun contraste de hipóteses.
- B. Efectuar un contraste para a proporción dunha distribución normal tomando como estimador de contraste \hat{p} a proporción obtida da mostra.
- C. Contrastar a media dunha poboación normal cando se coñece a desviación típica poboacional.
- D. Contrastar a media dunha poboación normal cando non se coñece a desviación típica poboacional.
- E. Distinguir entre os erros de tipo I e de tipo II ao efectuar un contraste.
- F. Calcular a probabilidade de cometer un erro de tipo I.

III. COMPETENCIAS BÁSICAS

- Utilizar a terminoloxía adecuada ao efectuar estimacións de parámetros poboacionais, tales como hipótese nula, hipótese alternativa, potencia de contraste, nivel de significación, estatístico, tamaño da mostra etc. (C1, C2)
- Analizar as mostraxes que aparecen nos medios de comunicación e a extrapolación que fan á poboación, para aprender a interpretar os resultados ou, no seu caso, para descubrir nestes a intencionalidade ou nesgo da sondaxe. (C1, C2, C5, C7, C8)
- Buscar estratexias para obter mostras representativas dunha poboación para inferir, a partir destas, parámetros dela e analizar con espírito crítico os resultados obtidos. (C2, C3, C5, C7, C8)
- Utilizar as novas tecnoloxías para obter dunha forma rápida os valores críticos nos contrastes para a media poboacional con distintas mostras e a distintos niveis de significación. (C2, C4, C7, C8)

IV. CONTIDOS

Conceptos

- Hipóteses estatísticas.
- Contraste para a proporción dunha distribución binomial.
- Contraste para a media da distribución normal con σ coñecida.
- Contraste para a diferenza de medias de distribucións normais con σ_1, σ_2 coñecidas.
- Tipos de erro.
- Comparación entre os intervalos de confianza e o contraste de hipóteses.

Procedementos

- Formular a hipótese nula e a hipótese alternativa para realizar un contraste de hipóteses.
- Determinar o estatístico de contraste.
- Determinar a rexión de aceptación para un nivel de significación α desexado.
- Calcular, a partir da mostra, un valor particular do estatístico de contraste.
- Tipificar o estatístico de contraste e determinar se cae dentro da rexión de aceptación.
- Tomar decisións á vista dos resultados obtidos.
- Efectuar contrastes bilaterais e unilaterais.
- Realizar un contraste para a media dunha distribución normal, seguindo paso a paso os puntos indicados anteriormente.
- Realizar contrastes con distintos niveis de significación. Determinar en cada caso a probabilidade de cometer un erro de tipo I e a potencia do contraste.
- Distinguir os erros de tipo I dos erros de tipo II.
- Efectuar comparacións entre os dous métodos de estimación de parámetros: por intervalo de confianza e mediante un contraste de hipóteses.

Actitudes

- Disposición favorable para o estudo e coñecemento das técnicas necesarias para realizar estimacións por contraste de hipóteses.

- Espírito crítico para valorar os resultados obtidos ao realizar unha estimación deste tipo.
- Interese pola busca de problemas do medio en que haxa que realizar estimacións dunha proporción, utilizando intervalos de confianza ou contrastando unha hipótese.
- Predisposición para aprender conceptos, relacións e técnicas novas para resolver problemas.
- Valoración positiva do uso das novas tecnoloxías para aplicarlas ao estudo estatístico de poboacións.

V. ASPECTOS METODOLÓXICOS

Hipóteses estatísticas

Suxírese presentar cun exemplo o procedemento que utiliza o contraste de hipóteses.

É imprescindible que quede suficientemente clara a terminoloxía que utiliza o contraste de hipóteses.

É aconsellable presentar exemplos con contrastes bilaterais e unilaterais de ambos os lados, para que os alumnos distinguan a diferenza entre os valores críticos dos tipos $\frac{z_{\alpha}}{2}$ e z_{α} .

Contraste para a proporción dunha distribución binomial

Nesta epígrafe formalízase o contraste de hipóteses para o parámetro p dunha distribución binomial, presentando as tres probabilidades para a hipótese nula e vendo como varía a rexión de aceptación en cada caso.

Co fin de adquirir unha metodoloxía adecuada no contraste de hipóteses, propóñense seis pasos que tratan de esquematizar o proceso do contraste. O mesmo esquema serve para os tres casos de contraste que se estudan nesta unidade.

Contraste para a media da distribución normal. Contraste para a diferenza de medias de distribucións normais

Nestas epígrafes formalízase o contraste de hipóteses para a media poboacional dunha distribución normal, tanto para σ coñecida coma para σ descoñecida, e mostran grandes, como para a diferenza de medias poboacionais, nos casos análogos.

Preséntanse as tres posibilidades para a hipótese nula, para cada unha das cales xorden as correspondentes rexións de aceptación.

Tipos de erro

Non lles resulta aos alumnos fácil comprender a idea de erros de tipo I e erros de tipo II. Por isto aconséllase insistir na táboa en que se presentan os catro casos posibles, dous con decisións correctas e outros dous con decisións incorrectas que dan lugar aos erros.

Nas actividades finais da unidade inclúese unha variedade de exercicios e problemas PAU en que se require o manexo destes conceptos.

Analogías e diferenzas entre os intervalos de confianza e o contraste de hipóteses

É moi conveniente introducir na última epígrafe o tratamento das analogías entre contrastes de hipóteses e intervalos de confianza, xa que serve para relacionar ambas as técnicas.

Unha boa forma de presentar isto é resolver un exercicio sobre un contraste de hipóteses e, tamén, achar o intervalo de confianza para o parámetro.

Como consecuencia do visto anteriormente, cabe unha nova formulación dos erros de tipo I e de tipo II en termos de intervalos de confianza, como queda reflectido no texto.

VI. MATERIAIS DIDÁCTICOS

- A calculadora científica e o manexo da táboa da función de distribución da variable aleatoria $N(0, 1)$ son totalmente imprescindibles nesta unidade.
- A folla de cálculo Excel e a aplicación Derive son boas ferramentas para o estudo estatístico de poboacións. Permiten achar os parámetros estatísticos e realizar distintos tipos de representacións gráficas, así como a determinación de intervalos de confianza.
- Os medios de comunicación son unha ferramenta útil para a investigación e o desenvolvemento do espírito crítico necesario para valorar os resultados obtidos en diversas sondaxes sociais e de opinión.

PROGRAMA DE REFORZO PARA A RECUPERACIÓN DAS MATERIAS PENDENTES DE CURSOS ANTERIORES

A todos os alumnos da ESO con materias pendentes ofertaráselles tres probas parciais, repartindo a materia do curso a recuperar, unha recuperación dos dous primeiros parciais en febreiro, unha proba final no mes de maio (convocatoria de xuño) e outra proba final extraordinaria en setembro.

Para facilitarlles a superación da materia, deberán realizar e entregar os exercicios do libro "Aprueba tus exámenes" da editorial Oxford correspondentes ao curso pendente, e que servirán de modelo e pauta na confección das probas escritas.

Por outro lado o alumnado coas matemáticas de 1º, 2º e 3º de ESO pendentes, será atendido e tutelado polo profesorado que lle imparte clase no grupo de referencia, ao que deberán acudir para resolver dúbidas, entregar o traballo solicitado e recibir o apoio e estímulo necesario para recuperar a materia. Co fin de estimular ao alumno, tamén se lle valorará o traballo feito, así como a súa actitude, de maneira que estes factores se terán en conta para a recuperación final da materia.

O alumnado de 2º de Bacharelato coa materia pendente de 1º será atendido pola xefe de departamento.

A materia dividirase en dúas partes, aos efectos de facilitarlles a recuperación da mesma por parciais. Este alumnado será convocado a unha proba no mes de xaneiro, na que poderá examinarse de toda a materia ou só dun parcial. Posteriormente, no mes de maio, deberá realizar a proba correspondente á parte da materia da que non se examinou ou na que non acadara unha cualificación superior ou igual a 5. A nota final será a correspondente media das dúas partes na que se divide a materia obxecto de exame.

O Departamento proporcionará orientación e modelos de exercicios a aqueles alumnos que o soliciten, e estará a disposición deles para recomendar bibliografía ou resolver dúbidas concretas.

CALENDARIO DE PROBAS PARA Ó ALUMNADO COAS MATEMÁTICAS PENDENTES CURSO 2009-2010

ESO

❖ 1ª PROBA PARCIAL:

- Pendentes 1º-2º-3º ESO: Última semana do mes de novembro, na hora e data que determine o profesorado que lle imparte matemáticas no curso de referencia.

❖ 2ª PROBA PARCIAL:

- Pendentes 1º-2º-3º ESO: Última semana de xaneiro, na hora e data que determine o profesorado que lle imparte matemáticas no curso de referencia.

❖ RECUPERACIÓN DO 1º E 2º PARCIAIS:

- Pendentes 1º-2º-3º ESO: No mes de febreiro; en data, lugar e hora a determinar pola xefatura de estudos.

❖ 3ª PROBA PARCIAL:

- Pendentes 1º-2º-3º ESO: Penúltima semana de abril, na hora e data que determine o profesorado que lle imparte matemáticas no curso de referencia.

❖ PROBAS FINAS:

- Nos meses de maio e setembro en data, lugar e hora a determinar pola xefatura de estudos.

BACHARELATO

❖ 1ª PROBA PARCIAL/FINAL:

- Pendentes 1º Bacharelato: Última semana de xaneiro, no salón de actos do centro.

❖ 2ª PROBA PARCIAL/FINAL:

- Pendentes 1º Bacharelato: Primeira semana de maio, no salón de actos do centro. Data a confirmar no seu momento pola Xefatura de Estudos.

❖ PROBA FINAL EXTRAORDINARIA:

- No mes de setembro en data a determinar pola xefatura de estudos.

MATERIA POR PARCIAIS**PTES 1º ESO**

- 1ª proba parcial: Números naturais. Divisibilidade. Números enteiros. Decimais.
- 2ª proba parcial: Fraccións. Proporcionalidade directa. Porcentaxes.
- 3ª proba parcial: Rectas e ángulos. Figuras planas: propiedades, clasificación e áreas. Coordenadas cartesianas no plano.

PTES 2º ESO

- 1ª proba parcial: Números naturais. Divisibilidade. Números enteiros. Decimais. Fraccións.
- 2ª proba parcial: Ecuacións e sistemas. Ángulos e polígonos. Triángulos. Xeometría do espazo.
- 3ª proba parcial: Semellanza. Triángulos rectángulos. Teorema de Pitágoras. Áreas de corpos xeométricos.

PTES 3º ESO

- 1ª proba parcial: Os números e as súas utilidades. Progresións. A linguaxe alxebraica.
- 2ª proba parcial: Ecuacións. Sistemas de ecuacións.
- 3ª proba parcial: Funcións e gráficas. Funcións lineais. Figuras planas. Figuras no espazo.

PTES 1º BACHARELATO, MATEMÁTICAS I

- 1ª parte: Números reais. Ecuacións, inecuacións e sistemas. Razóns trigonométricas. Resolución de triángulos. Vectores e rectas.
- 2ª parte: Circunferencia. Funcións reais: polinómicas, definidas a anacos, valor absoluto, parte enteira, racionais sinxelas, exponenciais, logarítmicas e trigonométricas. Idea intuitiva de límite, tendencias, asíntotas, monotonía e curvatura. Representación de funcións. Interpretación das características dunha función a partir da súa gráfica.

PTES 1º BACHARELATO, MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CCSS I

- 1ª parte: Números reais. Matemática financeira. Ecuacións e inecuacións. Sistemas. Método de Gauss. Funcións polinómicas. Interpolación e extrapolación lineal.
- 2ª parte: Funcións reais: definidas a anacos, valor absoluto, parte enteira, racionais sinxelas, exponenciais e logarítmicas. Idea intuitiva de límite, tendencias, asíntotas, monotonía e curvatura. Taxas de variación. Representación de funcións. Interpretación das características dunha función a partir da súa gráfica.

PROCEDIMENTOS DE CUALIFICACIÓN

MATERIA PENDENTE DE CURSOS ANTERIORES

- A cualificación final será a media aritmética das cualificacións obtidas nas probas parciais, ou a cualificación dalgunha das probas finais.
- Para o alumnado da ESO, en cada parcial o 20% da nota final corresponderá á valoración do traballo realizado polo alumno no caderno.

ALUMNADO DE ESO

- En cada avaliación faranse varias probas escritas.
- A cualificación de cada avaliación obterase a partir do seguinte baremo:
 - Coñecementos, valoración das probas escritas (curtas ou longas): 80%.
 - Traballo en clase (chamadas, observacións e traballo en clase): 10%.
 - Caderno de clase: 10%.
- Cada avaliación terá unha recuperación.
- Ao final de curso, para aprobar toda a materia será necesario aprobar as tres avaliacións. A nota final, neste caso, será a media das tres avaliacións.
- Excepcionalmente, farase tamén a media das tres avaliacións se as cualificacións desde a primeira á terceira avaliación son crecentes.

ALUMNADO DE BACHARELATO

- A materia dividirase en “bloques temáticos” e faranse probas escritas por bloques temáticos. Cada “bloque temático” terá a súa correspondente recuperación.
- Para acadar unha cualificación positiva en cada avaliación, se necesita ter aprobados os “bloques temáticos” (ou partes deles) correspondentes a ese período.
- A nota final será a media aritmética dos “bloques temáticos”, sempre e cando as notas parciais sexan superiores ou iguais a catro (4).
- Para ser cualificados positivamente, os exercicios que se propoñan nas probas escritas deben estar debidamente razoados, apoiándose nos coñecementos teóricos necesarios e razoando todos os pasos que conducen á solución.

CONTIDOS MÍNIMOS ESIXIBLES PARA A OBTENCIÓN DUNHA AVALIACIÓN POSITIVA

1º ESO

Números

- Operacións con números naturais (cun máximo de cinco números).
- Procura de múltiplos e divisores en casos sinxelos.
- Recoñecemento de números primos e compostos.
- Aplicación dos criterios de divisibilidade por 2 e 5.
- Obtención de múltiplos comúns.
- Obtención dos divisores dun número dividindo pola sucesión de números naturais.
- Cálculo do mínimo común múltiplo e do máximo común divisor a partir das observacións dos múltiplos e dos divisores comúns.
- Resolución de problemas sinxelos de divisibilidade utilizando o MCD ou o MCM.
- Operacións con números enteiros: adición e subtracción, multiplicación e división.
- Operacións con números decimais.
- Recoñecemento de fraccións equivalentes.
- Comparación de fraccións mediante gráficos e mediante as súas expresións decimais.
- Obtención de fraccións irreducibles en situacións contextualizadas.
- Representación das fraccións sobre a recta.
- Cálculo con fraccións (que impliquen tres fraccións como máximo).
- Utilización da xerarquía de operacións e o uso correcto das parénteses nas operacións con números naturais, enteiros, decimais e fraccións.
- Resolución de problemas sinxelos que requiran a utilización das operacións de suma, resta, multiplicación e división de números naturais, enteiros, decimais e fraccións.
- Recoñecemento magnitudes directamente proporcionais en problemas e situacións da vida cotiá.
- Resolución de problemas sinxelos nos que aparezan magnitudes directamente proporcionais e porcentaxes.

Álgebra

- Utilizar correctamente os signos matemáticos e letras para simbolizar distintas cantidades e obter expresións alxébricas como síntese en secuencias numéricas
- Calcular o valor numérico de fórmulas sinxelas.

Xeometría

- Puntos e rectas
- Segmentos. Mediatriz dun segmento.
- Ángulo. Bisectriz dun ángulo.
- Ángulos opostos polo vértice.
- Medida de ángulos.
- Operación con ángulos: suma, resta e multiplicación por un número.
- Ángulos nos polígonos.
- Ángulos na circunferencia.
- Emprego da regra e o compás para construír rectas paralelas, perpendiculares, mediatrices de segmentos e bisectrices de ángulos.
- Emprego de instrumentos de medida de ángulos, regra e compás para a representación de ángulos.
- Triángulos. Clasificacións. Criterios de igualdade. Construcións de triángulos.
- Alturas, medianas, bisectrices e mediatrices dun triángulo.
- Circunferencia inscrita e circunscrita a un triángulo.
- Comprobación da imposibilidade de construír triángulos e cuadriláteros con calquera lonxitude para os seus lados e os seus ángulos.
- Construción de triángulos e dalgúns cuadriláteros a partir de datos dados, utilizando a regra, a escuadra, o compás e o transportador de ángulos.
- Emprego dos instrumentos de medida e debuxo para a representación e busca das propiedades dos triángulos e dos cuadriláteros.

- Identificación das propiedades suficientes para a caracterización dun triángulo e dun cuadrilátero.
- Busca de criterios para a clasificación de triángulos e cuadriláteros: igualdade de ángulos, igualdade de lados, paralelismo de lados, etc.
- Polígonos regulares: clasificación segundo o número de lados
- Diagonais. Apotema.
- Circunferencia e círculo. Elementos.
- Posicións relativas de rectas e circunferencias.
- Perímetros e áreas de figuras planas.
- Cálculo das áreas dalgunhas figuras planas.
- Comparación de figuras planas de igual superficie e distinto perímetro, así como de igual perímetro e distinta superficie.
- Comparación de áreas de distintas figuras, mediante diversas transformacións.
- Medida da superficie das figuras planas, empregando distintas técnicas, tales como a descomposición noutras máis simples.

Funcións e gráficas

- Fenómenos causais descritos mediante relacións funcionais.
- Variable. Dependencia de variables.
- Formas de expresión: descrición verbal e gráficas.
- Interpretación dunha gráfica en relación cos fenómenos que representa e obtención de datos a partir da mesma.
- Asociación da gráfica coa descrición do fenómeno que representa.
- Identificación de relacións de proporcionalidade directa.
- Descrición dunha relación funcional a partir dunha gráfica.
- Identificación das relacións de dependencia en situacións cotiás, nos campos social e científico e nos medios de comunicación.

Estatística e probabilidade

- Recoñecer os os fenómenos aleatorios sinxelos.
- Organizar en táboas de datos de frecuencias absolutas e relativas recollidos nunha experiencia
- Elaborar diagramas de barras, de liñas e de sectores.

2º ESO

Números

- Os conxuntos $[N]$ e $[Z]$. Operacións con enteiros;
- Potencias de expoñente natural con números enteiros. Raíces cadradas. Estimación e obtención de raíces aproximadas.
- A relación de divisibilidade. Números primos e compostos; Criterios de divisibilidade; Descomposición en factores primos; Mínimo común múltiplo de dous ou máis números.
- O sistema de numeración decimal. Ordenación de decimais; Aproximacións e redondeos; Operacións con decimais.
- Fraccións equivalentes.
- Redución de fraccións a común denominador.
- Operacións con fraccións.
- Problemas aritméticos con fraccións.
- Os números racionais.
- Operacións con potencias.
- Razóns e proporcións.
- Magnitudes directamente proporcionais.
- Magnitudes inversamente proporcionais.
- Aumentos e diminucións porcentuais.

Álgebra

- Utilidade da álgebra.
- Paso da linguaxe verbal á linguaxe alxébrica e viceversa.

- Obtención do valor numérico dunha expresión alxébrica.
- Ecuacións de primeiro grao cunha incógnita.
- Resolución de problemas con axuda das ecuacións de primeiro grao.

Xeometría

- Elementos xeométricos no espazo.
- Teorema de Pitágoras. Aplicacións en figuras espaciais.
- Prismas (desenvolvemento e superficie).
- Paralelepípedos (desenvolvemento e superficie).
- Pirámides (desenvolvemento e superficie).
- Os poliedros regulares. Desenvolvemento dos poliedros regulares.
- Cilindros (clases, desenvolvemento e superficie).
- Conos (desenvolvemento e superficie).
- A esfera (superficie). A esfera terrestre.
- Unidades de volume.
- Volume do ortoedro.
- Volume do paralelepípedo.
- Volume do prisma e do cilindro.
- Volume da pirámide.
- Volume do cono.
- Volume da esfera.

Funcións e gráficas

- Descrición local e global de fenómenos presentados de forma gráfica.
- Obtención da relación entre dúas magnitudes directa ou inversamente proporcionais a partir da análise da súa táboa de valores e da súa gráfica.
- Representación gráfica dunha situación que vén dada a partir dunha táboa de valores, dun enunciado ou dunha expresión alxébrica sinxela.
- Interpretación das gráficas como relación entre dúas magnitudes. Observación e experimentación en casos prácticos.
- Utilización de calculadoras gráficas e programas de ordenador para a construción e interpretación de gráficas.

Estatística

- Variables estatísticas.
- Táboas de frecuencias.
- Representación gráfica: Diagrama de barras. Histograma. Polígono de frecuencias. Diagrama de sectores.
- Parámetros estatísticos: Moda. Mediana. Media. Percorrido. Valor máximo e mínimo.

3º ESO

Números

- Obtención da expresión decimal dun número racional.
- Cálculo con números racionais, utilizando a xerarquía de operacións e as regras de uso das parénteses.
- Ordenación de números expresados en diferentes notacións, pasándoos á forma decimal se é conveniente.
- Representación dos números racionais sobre a recta.
- Clasificación de números segundo o conxunto numérico a que pertencen.
- Aproximación de medidas segundo a precisión que requira o caso, redondeando convenientemente.
- Cálculo con potencias de base racional e expoñente enteiro.
- Resolución de problemas nos que interveñan números enteiros, fraccionarios, porcentaxes, etc.
- Utilización de números en diferentes contextos elixindo a notación máis axeitada para cada caso.

Álgebra

- Cálculo do termo xeral e dun termo calquera dunha progresión aritmética.
- Cálculo da suma dos n primeiros termos dunha progresión aritmética.

- Cálculo do termo xeral e dun termo calquera dunha progresión xeométrica.
- Resolución de problemas sinxelos de progresións aritméticas e xeométricas.
- Tradución de situacións da linguaxe verbal ao alxébrico e viceversa.
- Transformacións de expresións alxébricas. Identidades notables.
- Diferenciación entre identidades e ecuacións.
- Recoñecemento dun número como solución dunha ecuación.
- Resolución de ecuacións de primeiro grao.
- Obtención de ecuacións equivalentes por aplicación das transformacións elementais.
- Utilización da xerarquía de operacións e o uso das parénteses nas simplificacións de ecuacións.
- Resolución analítica sistemas lineais de dúas ecuacións con dúas incógnitas.
- Discusión e resolución de ecuacións de segundo grao.
- Resolución de problemas prácticos de aplicación dos apartados anteriores, xeométricos e de outros tipos.

Xeometría

- Determinación e descrición de figuras a partir de certas propiedades. Lugar xeométrico.
- Aplicación da semellanza e dos teoremas de Tales e Pitágoras á resolución de problemas xeométricos e do medio físico.
- Translacións, simetrías e xiros no plano. Elementos invariantes de cada movemento.
- Poliedros, poliedros regulares. Corpos de revolución.
- Coordenadas xeográficas e fusos horarios.
- Interpretación de mapas e resolución de problemas asociados.

Funcións e gráficas

- Relacións funcionais. Variables.
- Construción de táboas de valores dunha función a partir de observación de fenómenos ou da expresión analítica.
- Interpretación dos puntos de cortes de dúas gráficas.
- Identificación da equivalencia entre enunciado, expresión analítica, táboa e gráfica para describir a relación entre dúas variables.
- Construción de gráficas a partir de táboas funcionais, de fórmulas e de descricións verbais dun problema.
- Recoñecemento das características dunha función sobre a súa gráfica.
- Construción de gráficas de funcións constantes, lineais e afíns.

Estatística e probabilidade

- Distinción entre poboación e mostra.
- Distinción entre caracteres estatísticos cuantitativos e cualitativos.
- Distinción entre variables estatísticas discretas e continuas.
- Recollida de datos mediante enquisas o a través de fontes documentais.
- Confección de táboas de frecuencias absolutas e relativas, acumuladas e porcentuais.
- Elaboración de gráficos estatísticos adecuados. Histogramas e polígonos de frecuencias.
- Cálculo da media aritmética, mediana e moda para datos non agrupados en clases.
- Cálculo do rango, varianza e desviación típica en distribución sinxelas.
- Interpretación dos gráficos e parámetros.
- Experiencias aleatorias. Sucesos e espazo mostral.
- Asignación de probabilidades utilizando a regra de Laplace ou as frecuencias relativas.

4º ESO OPCIÓN A

Números

- Interpretación e utilización dos números e as operacións en diferentes contextos, elixindo a notación e precisión máis axeitadas en cada caso.
- Proporcionalidade directa e inversa.
- As porcentaxes na economía.
- Aumentos e diminucións porcentuais.

- Porcentaxes sucesivas. Xuro simple e composto.
- Uso da folia de cálculo para a organización de cálculos asociados á resolución de problemas cotiáns e financeiros.
- Intervalos.
- Significado e diferentes formas de expresar un intervalo.
- Representación de números na recta numérica.

Álgebra

- Manexo de expresións literais para a obtención de valores concretos en fórmulas e ecuacións en diferentes contextos.
- Resolución gráfica e alxébrica dos sistemas de ecuacións con dúas incógnitas.
- Resolución de problemas cotiáns e doutras áreas de coñecemento mediante ecuacións e sistemas.
- Resolución doutros tipos de ecuacións mediante ensaio-erro ou a partir de métodos gráficos con axuda dos medios tecnolóxicos.

Xeometría

- Aplicación da semellanza de triángulos e o teorema de Pitágoras para a obtención indirecta de medidas.
- Resolución de problemas xeométricos frecuentes na vida cotiá.
- Utilización doutros coñecementos xeométricos na resolución de problemas do mundo físico: medida e cálculo de lonxitudes, áreas, volumes, etc.

Funcións e gráficas

- Interpretación dun fenómeno descrito mediante un enunciado, táboa, gráfica ou expresión analítica.
- Análise de resultados.
- A taxa de variación media como medida da variación dunha función nun intervalo.
- Análise de distintas formas de crecemento en táboas, gráficas e enunciados verbais.
- Estudo e utilización doutros modelos funcionais non lineais: exponencial e cuadrático, funcións dadas a anacos e de proporcionalidade inversa.
- Utilización de tecnoloxías da información para a súa análise.
- Obtención da expresión alxébrica dunha función en casos sinxelos.

Estatística e probabilidade

- Identificación das fases e tarefas dun estudo estatístico a partir de situacións concretas próximas ao alumno.
- Análise elemental da representatividade das mostras estatísticas.
- Gráficas estatísticas: gráficas múltiples, diagramas de caixa.
- Uso da folia de cálculo.
- Utilización das medidas de centralización e dispersión para realizar comparacións e valoracións.
- Experiencias aleatorias. Espazo mostral. Regra de Laplace.
- Experiencias compostas.
- Utilización de táboas de continxencia e diagramas de árbore para o reconto de casos e a asignación de probabilidades.
- Utilización do vocabulario adecuado para describir e cuantificar situacións relacionadas co azar.

4º ESO OPCIÓN B

Números

- Recoñecemento de números que non poden expresarse en forma de fracción. Números irracionais.
- Representación de números na recta real.
- Intervalos. Valor absoluto.
- Significado e diferentes formas de expresar un intervalo.
- Interpretación e uso dos números reais en diferentes contextos elixindo a notación e aproximación axeitadas en cada caso. Erros absoluto e relativo.
- Expresión de raíces en forma de potencia.
- Radicais equivalentes.

- Comparación e simplificación de radicais.
- Utilización da xerarquía e propiedades das operacións para realizar cálculos con potencias de expoñente enteiro e fraccionario e radicais sinxelos.
- Utilización da calculadora para realizar operacións con calquera tipo de expresión numérica.
- Cálculos aproximados.
- Recoñecemento de situacións que requiran a expresión de resultados en forma radical.
- Logaritmo dun número real. Propiedades.

Álxebra

- Manexo de expresións literais.
- Utilización de igualdades notables.
- Resolución gráfica e alxébrica dos sistemas de ecuacións con dúas incógnitas.
- Resolución de problemas cotiáns e doutras áreas de coñecemento mediante ecuacións e sistemas.
- Resolución doutros tipos de ecuacións mediante ensaio-erro ou a partir de métodos gráficos con axuda dos medios tecnolóxicos.
- Resolución de inecuacións lineais cunha e dúas incógnitas. Interpretación gráfica.
- Formulación e resolución de problemas en diferentes contextos utilizando inecuacións.

Xeometría

- Razóns trigonométricas.
- Relacións métricas nos triángulos.
- Uso da calculadora para o cálculo de ángulos e razóns trigonométricas.
- Resolución de triángulos rectángulos. Aplicación dos coñecementos xeométricos á resolución de problemas métricos no mundo físico: medida de lonxitudes, áreas e volumes.
- Razón entre lonxitudes, áreas e volumes de corpos semellantes.

Funcións e gráficas

- Interpretación dun fenómeno descrito mediante un enunciado, táboa, gráfica ou expresión analítica.
- Análise de resultados.
- A taxa de variación media como medida da variación dunha función nun intervalo.
- Análise de distintas formas de crecemento en táboas, gráficas e enunciados verbais.
- Funcións definidas a anacos.
- Busca e interpretación de situacións reais.
- Recoñecemento doutros modelos funcionais: función cuadrática, de proporcionalidade inversa, exponencial e logarítmica.
- Aplicacións a contextos e situacións reais.
- Uso das tecnoloxías da información na representación, simulación e análise gráfica.
- Obtención da expresión alxébrica dunha función en casos sinxelos.

Estatística e probabilidade

- Identificación das fases e tarefas dun estudo estatístico.
- Análise elemental da representatividade das mostras estatísticas.
- Gráficas estatísticas: gráficas múltiples, diagramas de caixa.
- Análise crítica de táboas e gráficas estatísticas nos medios de comunicación. Detección de falacias.
- Representatividade dunha distribución pola súa media e desviación típica ou por outras medidas ante a presenza de descentralizacións, asimetrías e valores atípicos.
- Valoración da mellor representatividade, en función da existencia ou non de valores atípicos.
- Utilización das medidas de centralización e dispersión para realizar comparacións e valoracións. Coeficiente de variación.
- Experiencias aleatorias. Espazo mostral. Regra de Laplace.
- Experiencias compostas.
- Utilización de táboas de continxencia e diagramas de árbore para o reconto de casos e a asignación de probabilidades.
- Probabilidade condicionada.
- Utilización do vocabulario adecuado para describir e cuantificar situacións relacionadas co azar.

1º BACHARELATO: MATEMÁTICAS I**Aritmética e álgebra****Números reais**

- Os números racionais.
- Os números irracionais.
- Os números reais. A recta real.
- Intervalos e semirrectas.
- Valor absoluto dun número real.
- Notación científica.
- Logaritmos. Propiedades.

Álgebra

- Ecuacións de segundo grao e bicadradas.
- Ecuacións con radicais.
- Ecuacións con x no denominador.
- Ecuacións exponenciais e logarítmicas.
- Sistemas de ecuacións.
- Inecuacións cunha incógnita.

Trigonometría**Resolución de triángulos**

- Razóns trigonométricas dun ángulo agudo.
- Razóns trigonométricas con calculadora.
- Razóns trigonométricas de ángulos calquera.
- Relacións entre as razóns trigonométricas dalgúns ángulos.
- Resolución de triángulos rectángulos.
- Resolución de triángulos calquera.

Funcións e fórmulas trigonométricas

- O radián.
- Funcións trigonométricas ou circulares.
- Fórmulas trigonométricas.
- Ecuacións trigonométricas.

Xeometría analítica plana**Vectores**

- Os vectores e as súas operacións.
- Coordenadas dun vector.
- Operacións con coordenadas.
- Produto escalar de vectores. Propiedades e expresión analítica.

Xeometría analítica. Problemas afíns e métricos

- Puntos e vectores no plano.
- Ecuacións dunha recta.
- Paralelismo e perpendicularidade.
- Posicións relativas de dúas rectas.
- Ángulo de dúas rectas.
- Cálculo de distancias.

Lugares xeométricos. Cónicas

- Lugares xeométricos.
- Estudo da circunferencia.
- As cónicas como lugares xeométricos.
- Estudo da elipse.
- Estudo da hipérbola.
- Estudo da parábola.
- Tanxentes ás cónicas.

Análise**Funcións elementais**

- As funcións describen fenómenos reais.
- Concepto de función.
- Funcións definidas “a anacos”.
- Dúas funcións interesantes: parte enteira e parte decimal.
- Valor absoluto dunha función.
- Transformacións elementais de funcións.
- Composición de funcións.
- Función inversa ou recíproca doutra.
- As funcións exponenciais.
- As funcións logarítmicas.

Límites de funcións. Continuidade e ramas infinitas

- Descontinuidades.
- Continuidade.
- Límite dunha función nun punto.
- Comportamento dunha función cando $x \rightarrow +\infty$.
- Ramas infinitas. Asíntotas.
- Comportamento dunha función cando $x \rightarrow -\infty$.
- Ramas infinitas nas funcións trigonométricas, exponenciais e logarítmicas.

Iniciación ao cálculo de derivadas. Aplicacións

- Crecemento dunha función nun intervalo.
- Crecemento dunha función nun punto.
- Derivada.
- Función derivada doutra.
- Regras para obter as derivadas dalgunhas funcións.
- Utilidade da función derivada.
- Representación de funcións polinómicas.

Estatística e probabilidade

Distribucións bidimensionais

- Nubes de puntos.
- Correlación.
- Medida da correlación.
- Recta de regresión.
- Hai dúas rectas de regresión.
- Táboas de dobre entrada.

Cálculo de probabilidades

- Experiencias aleatorias.
- Sucesos.
- Frecuencia e probabilidade.
- Lei de Laplace.
- Probabilidade condicionada.
- Sucesos independentes.
- Probas compostas.
- Probabilidade total.
- Probabilidades a posteriori.
- Fórmula de Bayes.

Distribucións de probabilidade

- Distribucións estatísticas.
- Distribucións de probabilidade de variable discreta.
- A distribución binomial.
- Distribucións de probabilidade de variable continua.
- A distribución normal.
- A distribución binomial aproxímase á normal.

1º BACHARELATO: MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CCSS I**Aritmética e álgebra****Números reais**

- Números racionais.
- Expresión decimal dun número racional; expresións decimais exactas e periódicas.
- Expresións decimais non periódicas. Números irracionais.
- Aproximación dun número real. Erros.
- Potencias de números reais. Propiedades.
- Radicais. Operacións con radicais. Racionalización.
- Notación científica.
- Ordenación en \mathbb{R} . A recta real.
- Valor absoluto dun número real. Propiedades.
- Intervalos, contornos, semirrectas.
- Os números reais na resolución de problemas do contorno próximo.

Ecuacións e Sistemas de ecuacións

- Igualdades e identidades. Ecuacións.
- Ecuacións cunha soa incógnita: lineais, polinómicas, racionais, radicais.
- Ecuacións equivalentes. Transformación dunha ecuación noutra equivalente.
- Solución dunha ecuación. Ecuacións compatibles e incompatibles.
- Ecuacións de segundo grao. Ecuacións incompletas; método xeral de resolución. Ecuacións bicadradas.
- Ecuacións polinómicas de grao superior a dous. Factorización.
- Ecuacións racionais.
- Ecuacións radicais.
- Sistemas de dúas ecuacións lineais con dúas incógnitas. Resolución gráfica.
- Sistemas de tres ecuacións lineais con tres incógnitas. Método de Gauss.

Matemática financeira

- Logaritmo en base a dun número positivo. Logaritmos decimais e logaritmos neperianos.
- Propiedades dos logaritmos.
- Operacións con logaritmos.
- Aumentos e diminucións porcentuais. Índice de variación.
- Xuros bancarios. Xuro simple e xuro composto.
- Anualidades de amortización.
- Anualidades de capitalización.

Análise**Funcións**

- Función real de variable real. Expresión analítica.
- Dominio e percorrido dunha función.
- Gráfica dunha función. Gráfica das funcións elementais.
- Translacións e dilatacións da gráfica dunha función.
- Propiedades globais dunha función: monotonía, cota periodicidade, simetrías etc.
- Operacións aritméticas con funcións.
- Composición de funcións.
- Funcións invertibles. Funcións inversa e recíproca.

Funcións polinómicas. Interpolación

- Funcións definidas por táboas.
- Interpolación.
- Interpolación lineal.
- Extrapolación.
- Aplicacións da interpolación.

Funcións elementais

- Gráfica dunha función. Propiedades globais.
- Funcións cuadráticas.
- Funcións polinómicas.
- Funcións de proporcionalidade inversa.

- Funcións racionais sinxelas
- Funcións exponenciais e logarítmicas.
- Funcións valor absoluto e parte enteira.
- Aplicacións das funcións á vida cotiá.

Límites de funcións. Continuidade

- Estudo, por métodos gráficos e numéricos, dunha función nas proximidades dun punto.
- Estudo, por métodos gráficos e numéricos, dos comportamentos asintóticos dunha función.
- Continuidade nun punto.
- Identificación de descontinuidades e os seus diferentes tipos.

Introducción ás derivadas e ás súas aplicacións

- Taxa de variación media dunha función nun intervalo.
- Comportamento das taxas de variación media nas proximidades dun punto.
- Derivada dunha función nun punto.
- Ecuación da recta tanxente a unha función nun punto.
- Monotonía: funcións crecentes e decrecentes nun punto e nun intervalo.
- Extremos relativos: máximos e mínimos.

Estatística e probabilidade

Estatística unidimensional. Táboas, gráficos e parámetros

- Variables estatísticas. Clasificación.
- Variables cualitativas. Distribución de frecuencias. Representación gráfica.
- Variables cuantitativas discretas. Distribución de frecuencias. Representación gráfica. Frecuencias acumuladas. Táboas e gráficos.
- Variables cuantitativas continuas. Intervalos e marcas de clase. Distribución de frecuencias. Representación gráfica. Frecuencias acumuladas. Táboas e gráficos.
- Medidas de centralización: media, moda e mediana.
- Medidas de dispersión: varianza e desviación típica.
- Medidas de posición: mediana, cuartís e percentís.

Distribucións bidimensionais. Correlación e regresión

- Variables bidimensionais.
- Diagramas de dispersión.
- Covarianza.
- Correlación.
- Coeficiente de correlación lineal.
- Rectas de regresión lineal.
- Aplicacións.

Probabilidade. A distribución binomial e a distribución normal

- Experimento aleatorio. Espazo de mostra.
- Sucesos. Operacións con sucesos. Álgebra de sucesos.
- Frecuencia absoluta e relativa dun suceso.
- Probabilidade. Definición axiomática. Propiedades.
- Regra de Laplace.
- Probabilidade condicionada.
- Probabilidade composta.
- Probabilidade total.
- Teorema de Bayes.
- Variables aleatorias discretas e continuas.
- Función de probabilidade e de distribución dunha variable aleatoria discreta.
- Parámetros en distribucións discretas.
- A distribución binomial.
- Función de probabilidade da distribución binomial.
- Media e varianza da distribución binomial.
- Axuste dun conxunto de datos a unha distribución binomial.
- Aplicacións da distribución binomial ás ciencias sociais.
- Distribución normal. Distribución normal estandar. Tipificación.

2º BACHARELATO: MATEMÁTICAS II**Álgebra lineal.**

- Emprego das matrices como ferramenta para representar e operar con datos tirados de táboas e gráficos procedentes de diferentes contextos.
- Operacións con matrices. Aplicación das operacións e das súas propiedades na resolución de problemas extraídos de contextos reais.
- Determinantes.
- Propiedades elementais dos determinantes.
- Rango dunha matriz. Matriz inversa.
- Utilización das propiedades das matrices e os determinantes na discusión e resolución de sistemas de ecuacións lineais.

Xeometría.

- Vectores no espazo. Operacións.
- Produto escalar, vectorial e mixto. Interpretación xeométrica.
- Ecuacións da recta e o plano.
- Resolución de problemas de incidencia, paralelismo e perpendicularidade entre rectas e planos.
- Resolución de problemas métricos relacionados co cálculo de ángulos, distancias, áreas e volumes.

Análise.

- Concepto de límite dunha función.
- Cálculo de límites sinxelos.
- Continuidade dunha función. Tipos de descontinuidade.
- Concepto de derivada dunha función nun punto. Interpretación xeométrica e física.
- Función derivada. Cálculo de funcións derivadas.
- Derivada da suma, do produto e do cociente de funcións e da función composta.
- Aplicación da derivada ao estudo das propiedades locais e globais dunha función. Problemas de optimización.
- Representación gráfica de funcións polinomiais e racionais.
- Introducción ao concepto de integral definida a partir do cálculo de áreas encerradas baixo unha curva.
- Técnicas elementais para o cálculo de primitivas.
- Cálculo de áreas de rexións planas.

2º BACHARELATO: MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CCSS II**Álgebra.**

- Operacións con matrices.
- Cálculo da matriz inversa polo método de Gauss.
- Resolución de sistemas de ecuacións lineais en forma matricial.
- Inecuacións lineais cunha ou dúas incógnitas.
- Sistemas de inecuacións.
- Programación lineal.
- Aplicacións das matrices, dos sistemas de ecuacións lineais e dos sistemas de inecuacións lineais á resolución de problemas extraídos das ciencias sociais.
- Interpretación das solucións.

Análise.

- Interpretación dos diferentes tipos de descontinuidade e das tendencias asintóticas no tratamento da información.
- Derivada dunha función nun punto. Interpretación xeométrica da derivada.
- Función derivada.
- Cálculo de funcións derivadas.
- Aplicación das derivadas ao estudo de crecemento e decrecemento, extremos relativos, convexidade e concavidade de funcións habituais e á resolución de problemas de optimización relacionados coas ciencias sociais e a economía.
- Estudo e representación gráfica dunha función polinomial ou racional sinxela a partir das súas propiedades.

Probabilidade e estatística.

- Probabilidade: propiedades.
- Probabilidade condicionada, regra do produto, da probabilidade total e de Bayes.
- Aproximación da binomial á normal.
- Resolución de problemas relacionados coa elección das mostras.
- Parámetros dunha poboación.
- Teorema central do límite.
- Distribucións de probabilidade das medias e proporcións mostrais.
- Intervalo de confianza para a proporción nunha distribución de Bernoulli e para a media dunha distribución normal de desviación típica coñecida.
- Contraste de hipóteses sobre a proporción dunha distribución de Bernoulli e sobre a media e as diferenzas de medias de distribucións normais con desviacións típicas coñecidas.

TEMPORALIZACIÓN. DISTRIBUCIÓN DA MATERIA DOS DISTINTOS CURSOS

ESO

1º Curso de ESO

1ª Avaliación: Números naturais, divisibilidade de números naturais, números enteiros e números decimais.

2ª Avaliación: Fraccións, proporcionalidade directa, porcentaxes, tradución alxébrica, rectas e ángulos e triángulos.

3ª Avaliación: Cuadriláteros, polígonos, circunferencia, perímetros e áreas de figuras planas, táboas e gráficas de funcións, táboas e gráficos estatísticos.

2º Curso de ESO

1ª Avaliación: Números e operacións.

2ª Avaliación: Xeometría e álgebra.

3ª Avaliación: Funcións e gráficas, estatística e probabilidade.

3º Curso de ESO

1ª Avaliación: Números e operacións, progresións e expresións alxébricas.

2ª Avaliación: Ecuacións, sistemas e funcións e gráficas.

3ª Avaliación: Xeometría. Estatística e probabilidade.

4º Curso ESO opción A

1ª Avaliación: Números e operacións, aritmética financeira, expresións alxébricas e ecuacións.

2ª Avaliación: Sistemas, funcións e gráficas.

3ª Avaliación: Xeometría, estatística e probabilidade.

4º Curso ESO opción B

1ª Avaliación: Números reais, radicais, expresións alxébricas, ecuacións e inecuacións.

2ª Avaliación: Sistemas, funcións e gráficas e semellanza.

3ª Avaliación: Trigonometría, estatística e probabilidade.

BACHARELATO

Matemáticas I

1ª Avaliación: Aritmética e Álgebra, trigonometría e vectores.

2ª Avaliación: Xeometría do plano, funcións elementais.

3ª Avaliación: Límite, continuidade, derivada e Estatística e probabilidade.

Matemáticas II

1ª Avaliación: Álgebra.

2ª Avaliación: Xeometría.

3ª Avaliación: Análise.

Matemáticas Aplicadas ás Ciencias Sociais I

1ª Avaliación: Aritmética e Álgebra.

2ª Avaliación: Análise.

3ª Avaliación: Estatística e probabilidade.

Matemáticas Aplicadas ás Ciencias Sociais II

1ª Avaliación: Álgebra.

2ª Avaliación: Análise.

3ª Avaliación: Estatística e probabilidade.

ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS E EXTRAESCOLARES

A Xefatura do Departamento procurará, na medida do posible, a colaboración e organización de actividades de forma conxunta con outros Departamentos do centro.

Como actividades específicas vinculadas á área de Matemáticas propoñemos:

- Estudio matemático do contido dun xornal:
 - Gráficas, táboas, números...
 - Análise da superficie escrita: galego, noticias locais, cartas...
- Elaboración de traballos para a revista do instituto: Biografías de matemáticos e matemáticas de relevancia internacional e prioritariamente galegos, concursos, problemas matemáticos, resolución de dúbidas, traballos de investigación...
- Participación na Olimpíada Matemática para 2º de ESO, organizada pola Asociación AGAPEMA. Intentarase implicar algún grupo de ESO.
 - Alumnado: 2º ESO.
 - Importe: Gratis.
 - Duración: Xornada de mañá.
 - Lugar: Santiago.
 - Data: Terceiro trimestre.
- Participación na Olimpíada Matemática para 2º de Bacharelato.
 - Alumnado: 2º Bacharelato, modalidade de Ciencias da Natureza.
 - Importe: Gratis.
 - Duración: Xornada completa.
 - Lugar: Facultade de Matemáticas de Santiago.
 - Data: Terceiro trimestre.
- Participación no XVIII Rallye Matemático sen fronteiras 2010.
 - Alumnado: 3º e 4 de ESO.
 - Importe: Gratis.
 - Duración: Xornada de tarde.
 - Lugar: IES de Sar.
 - Data: Terceiro trimestre.
- Saídas didácticas do centro:
 - Ao centro urbán de Santiago para asistir a sesións de cine, exposicións de carácter científico, ou concursos de divulgación matemática, se hai ocasión e se realizara algún tipo de convocatoria específica.
 - Importe para o alumnado: A determinar según a actividade.
 - Duración: Media xornada.
 - Data: Todo o curso.
 - Alumnado: ESO e Bacharelato.

PLAN DE INTEGRACIÓN, NO ENSINO-APRENDIZAXE DAS MATEMÁTICAS, DAS TECNOLOXÍAS DA INFORMACIÓN E DA COMUNICACIÓN

Ser competente na utilización das tecnoloxías da información e da comunicación como instrumento de traballo intelectual inclúe utilízalas na súa dobre función de transmisoras e xeradoras de información e de coñecemento.

O tratamento da información e a competencia dixital implican ser unha persoa autónoma, eficaz, responsable, crítica e reflexiva ao seleccionar, tratar e utilizar a información e as súas fontes, así como as distintas ferramentas tecnolóxicas; tamén ter unha actitude crítica e reflexiva na valoración da información dispoñible, contrastándoa cando for necesario, e respectar as normas de conduta acordadas socialmente para regular o uso da información e as súas fontes nos distintos soportes.

As calculadoras e os ordenadores non só realizan as tarefas rutinarias como o cálculo, a organización de datos, a elaboración de gráficas, etc. dunha forma eficiente. Tamén facilitan a análise de datos, proporcionan imaxes de conceptos matemáticos ou apoian a tarefa de investigación e descubrimento en xeometría, estatística, álgebra, etc. Desta forma o uso da tecnoloxía favorece a dedicación de máis tempo a tarefas típicas da resolución de problemas como a reflexión, o razoamento, a toma de decisións, a comunicación do proceso seguido e dos resultados obtidos, etc. Por todo iso, a tecnoloxía inflúe tanto nas matemáticas que se deben ensinar como no xeito en que hai que ensinalas.

OBXECTIVOS XERAIS

1. Introducción de actividades relacionadas coas TIC na Programación Anual do departamento fixando unha cantidade mínima de contidos por curso.
2. Redeseño da páxina web do departamento, prestando especial atención á facilidade de uso do novo deseño e aos novos contados incorporados.
3. Edición e carga na web en formato PDF de fichas de traballo da materia por parte do alumnado.
4. Realización de, polo menos, dúas actividades na aula de informática por trimestre.
5. Iniciar o cambio ao software libre e gratuito no ordenador do departamento.
6. Potenciar o uso das TIC na biblioteca, propoñendo ao alumnado a realización de monográficos ou proxectos que obriguen á consulta de bibliografía, internet ou visionado de vídeos.
7. Realización de, polo menos, unha actividade na biblioteca por trimestre.
8. Participación nun proxecto E-Twining para traballar con outro centro as Matemáticas e outras áreas, de maneira interdisciplinar.

OBXECTIVOS ESPECÍFICOS

- Instalación dunha estación meteorolóxica. Recollida diaria dos datos. Carga e xestión dos datos mediante unha ferramenta informática de folla de cálculo. Envío dos datos a Meteogalicia utilizando a web.
- Tratamento de datos e información por medio de aplicacións informáticas (follas de cálculo, bases de datos, representacións gráficas).
- Tems de xeometría, representacións gráficas de funcións, resolución de ecuacións utilizando os recursos da web Descartes.
- Realización de actividades de Jclíc sobre conceptos básicos de informática, numeración e cálculo.
- Utilizar e coñecer a potencia das aplicacións informáticas: *Celestia*, *Stellarium*, *Google Earth*, *Google Maps*, *Six Pac*, etc.
- Participación en concursos que requiran a inscrición e a participación do alumnado vía web: “El País de los estudiantes”, “O xogo da bolsa”, ...
- Unha sesión, polo menos, por trimestre de vídeo-forum sobre algún documental divulgativo matemático ou cine científico.
- Producción dun programa radiofónico sobre efemérides matemáticas, a obra matemática das mulleres ao longo da historia e os matemáticos galegos que destacaron polas súas aportacións.

DESENVOLVEMENTO POR BLOQUES TEMÁTICOS

FUNCIÓNS.

Posto que tanto nas táboas como gráficas estadísticas, así como para comprensión de límites de funcións e de derivadas necesítase uns coñecementos amplos de funcións, vemos interesante desenrolar unha unidade relacionada cas funcións.

OBXECTIVOS.

- Construír unha táboa e unha gráfica dunha función.
- Representar unha situación mediante unha función e expresar a situación que representa unha función.
- Relacionar magnitudes.
- Saber expresar situacións e fenómenos mediante linguaxe gráfico e simbólico.
- Comprender diversas noticias e titulares que incluían táboas e gráficas.
- Interpretar a gráfica dunha situación.

CONCEPTOS.

- Representación de funcións.
- Análise de funcións.
- Resolución de problemas da vida cotiá na que se empreguen gráficas.

SUXESTIÓNS METODOLÓXICAS.

- En grupos de 2 alumnos, crearán unha serie de diapositivas a través do Powerpoint na que tratarán de explicar e propoñer os demais alumnos a:
- Realización de actividades de análise e representación gráfica de situacións e
- fenómenos da vida cotiá.

MATERIAL DIDÁCTICO.

- Prensa, revistas especializadas...etc. Na súa versión dixital.
- Powerpoint.
- Excel
- Outros materiais xa elaborados, de carácter multimedia, para traballar co grupo co ordenador e proxeutor.

TEMPORALIZACIÓN.

1º Trimestre, unha semana.

ESTADÍSTICA.

Dende os factores determinantes da economía como o consumo ata as transmisións deportivas, (tenis, baloncesto, fútbol, etc), pasando pola proliferación de enquisas en épocas electorais, practicamente toda a información encóntrase impregnada de datos estadísticos.

OBXECTIVOS.

- Saber organizar os datos agrupados por intervalos.
- Interpretar gráficas.
- Saber elaborar e representar gráficas de táboas e frecuencias.
- Saber calcular parámetros estadísticos.

CONCEPTOS.

- Carácter e variables estadísticos.
- Representación gráfica: Diagrama de barras, polígono de frecuencias,
- histogramas e diagrama de sectores.
- Parámetros estadísticos.

SUXESTIÓNS DIDÁCTICAS.

En grupos de 2 alumnos, crearán unha serie de diapositivas a través do Powerpoint ou o Corel?...etc, na que tratarán de explicar e propoñer os demais alumnos a:

- Organización de datos agrupados.
- Realización de actividades de análise e representación gráfica de situacións e fenómenos da vida cotiá.
- Cálculo de parámetros estadísticos.

MATERIAL DIDÁCTICO.

- Prensa escrita, informes anuarios...etc. en versión dixital.
- Powerpoint.

- Excel
- Outros materiais xa elaborados, de carácter multimedia, para traballar co grupo co ordenador e proxector.

TEMPORALIZACIÓN.

2º Trimestre, unha semana.

VOLUMES DE CORPOS XEOMÉTRICOS.

Dada a importancia do volume no día a día, tetra briks, latas de conservas, iogures...etc, sería unha opción interesante para desenrolalas a través das novas tecnoloxías.

OBXECTIVOS.

- Desenrolar técnicas relacionadas co traballo en grupo.
- Coñecer diversas construción xeométricas.
- Aplicar diversas estratexias para a resolución de problemas.
- Comprender diversas situacións reais e a partir das mesmas chegar a representación e descrición de problemas.
- Relacionar la descrición de un obxecto co corpo ou corpos correspondentes.
- Relacionar masa-volume.
- Sensibilizar no consumo responsable, especialmente relacionado cas unidades de volume e a súa correspondencia ca capacidade.

CONCEPTOS.

Unidades de volume e capacidade:

- Equivalencia.
- Utilidade.

Volumes:

- Ortoedro.
- Cubo.
- Outros prismas.
- Pirámides.
- Cilindros.
- Conos.
- Esferas.
- Tronco de pirámide.
- Tronco de cono.

SUXESTIÓNS METODOLÓXICAS.

En grupos de 2 alumnos, crearán unha serie de diapositivas a través do Powerpoint, na que trataran de explicar e propoñer os demais alumnos a:

- Realización de cuestións onde se marquen as diferenzas entre capacidade e volume.
- Utilización de corpos xeométricos para desenrolar a visión espacial do alumno e axudar a que este comprenda o cálculo do volume de ditos corpos.
- Realización de exercicios onde se calculen volumes de corpos xeométricos onde aparezan ditas figuras, presentadas ben xa descompostas o conxuntamente.
- Resolución de problemas relacionados co cálculo de volumes de obxectos cotiáns, onde o alumno deba expresar o resultado en distintas unidades.

MATERIAL DIDÁCTICO.

- Botellas, material de vidro, cubos, colección de poliedros e copos de revolución.
- Powerpoint.
- Outros materiais xa elaborados, de carácter multimedia, para traballar co grupo co ordenador e proxector.

TEMPORALIZACIÓN

Unha semana no 3º trimestre.

OUTROS CAMPOS DE INTERVENCIÓN

A utilización das TIC pode ampliarse a outros campos da matemática, cuestión que pode abarcar pouco a pouco en función da dispoñibilidade de material e dotación do centro, así como da capacidade do alumnado e implicación do profesorado. As vías a explorar en próximos cursos poden ser:

- Derivadas.
- Vectores no plano.

PLAN PARA O FOMENTO DA LECTURA

O Plan para o Fomento da Lectura constitúe una das liñas fundamentais da filosofía do departamento, polo recoñecemento que a lectura ten como ferramenta básica na aprendizaxe e na formación integral do noso alumnado, así como principal vía de acceso ao coñecemento e á cultura.

O valor da lectura é insustituíble. Sen ela non é posible comprender a información contida nos textos e asimilala dun modo crítico. A lectura estimula a imaxinación e axuda ao desenvolvemento do pensamento abstracto. Na actual sociedade da comunicación, caracterizada pola sobreabundancia de datos, a lectura comprensiva ten un papel clave para converter a información en coñecemento.

Dada a transcendencia da lectura na conformación do individuo e, polo tanto da sociedade, a adquisición e consolidación do hábito lector debe ser un obxectivo prioritario do departamento de matemáticas.

OBXECTIVOS XERAIS

- Promover a lectura.
- Crear e fomentar no alumnado o gusto de ler, de aprender e de utilizar o libro como recurso básico na súa aprendizaxe.
- Conseguir que o profesorado de matemáticas considere a biblioteca como centro de recursos fundamental para acadar os obxectivos dos seus currículos, e impulse dende as aulas a busca da información e implicación do alumnado neste proceso.
- Conseguir que os membros da comunidade escolar coñezan os fondos e posibilidades da biblioteca do IES de Sar.
- Utilizar a biblioteca para a busca de información e aprendizaxe, e como fonte de pracer.
- Desenvolver a comprensión e expresión oral conforme ao momento evolutivo do alumnado.
- Desenvolver estratexias para ler con fluidez e entoación adecuadas.
- Comprender distintos tipos de textos adaptados á idade do alumnado.
- Utilizar a lectura como medio para ampliar o vocabulario e fixar a ortografía.
- Utilizar estratexias de comprensión lectora para obter información.
- Apreciar o valor dos textos literarios e utilizar a lectura como medio de pracer e información, á vez que de enriquecemento persoal.
- Ensinar ao alumnado as habilidades para avaliar e empregar a información en calquera soporte, formato ou medio.
- Utilizar as tecnoloxías da información e da comunicación como instrumento de traballo e aprendizaxe.
- Proporcionar o acceso aos recursos locais, rexionais, nacionais e mundiais que permitan ao alumnado poñerse en contacto con ideas, experiencias e opinións diversas.
- Organizar actividades que favorezan a toma de conciencia e a sensibilización coas inquiredanzas culturais e sociais da actualidade.

PROPOSTA DE ACTIVIDADES

- Intervir na páxina web do departamento, dentro da do centro, coas seguintes seccións:
 - ✓ Creación dun espazo dedicado á bibliografía con contido científico-matemático dentro do espazo web do departamento na páxina do instituto.
 - ✓ Acceso á base de datos do programa Meiga, de xeito que ademais de consultar os recursos existentes, o usuario poda coñecer se o recurso está prestado ou non, a quen está prestado, cando será devolto, se está na lista de morosos... etc.
 - ✓ Habilitar un buzón de suxestións, onde os membros da comunidade escolar poidan propor a adquisición de documentos, en calquera dos seus soportes (libro, cómic, revista, DVD, CD...).
 - ✓ Sección de novidades, onde podamos colgar as novas adquisicións do departamento (cunha breve presentación e imaxe de portada) e os lectores/as poidan engadir comentarios.
 - ✓ Ligazóns coas páxinas de consulta e buscadores máis frecuentes.
- Realización de concursos “en liña” que impliquen a consulta de libros e outras web para atopar as respostas.

- Visitar a biblioteca polo menos unha vez ao trimestre co obxectivo de que o alumnado:

- ✓ Considere a biblioteca como un ben común.
- ✓ Adquiera o hábito de estar informado.
- ✓ Adquiera o hábito de uso da biblioteca como recurso para a información e o lecer.
- ✓ Adquiera, manteña ou aumente o hábito da lectura.

- Dedicar na aula un tempo de aproximadamente 30 minutos semanais, por termo medio, a actividades de fomento da lectura, como:

- ✓ Lectura en voz alta de textos, artigos de prensa ou publicacións científicas, novelas ou contos con algunha relación coas matemáticas, problemas, efemérides, bibliografías de científicos e matemáticos cunha atención específica aos galegos e mulleres.
- ✓ Facer resúmenes de prensa ou textos.
- ✓ Analizar, comentar e interpretar oralmente gráficos da prensa diaria.
- ✓ Visitar a biblioteca do centro.
- ✓ Realizar consultas e búsquedas de información en internet.

BIBLIOGRAFÍA RECOMENDADA**LIBROS DE TEXTO****ALUMNADO COAS MATEMÁTICAS PENDENTES DE CURSOS ANTERIORES (PLAN DE RECUPERACIÓN)**

Aprueba tus exámenes. (1º ESO, 2º ESO, 3º ESO). Matemáticas.

Manuel Leandro Toscano, Carles Martí Salleras e outros.

Editorial Oxford.

ISBN: 978-84-673-3188-2 (1º ESO), 978-84-673-1588-2 (2º ESO), 978-84-673-3189-9 (3º ESO)

ALUMNADO DOS DISTINTOS CURSOS**1º ESO**

Matemáticas 1º ESO

J. Colera, I. Gaztelu

Editorial Anaya

ISBN: 978-84-667-5967-0

Edición 2007

2º ESO

Matemáticas 2º ESO

J. Colera, I. Gaztelu

Editorial Anaya

ISBN: 978-84-667-7034-7

Edición 2008

3º ESO

Matemáticas 3º ESO

J. Colera, I. Gaztelu

Editorial Anaya

ISBN: 978-84-667-6137-6

Edición 2007

4º ESO

Matemáticas 4º ESO, opción A

J. Colera, I. Gaztelu, M. J. Oliveira, M. Martínez

Editorial Anaya

ISBN: 978-84-667-7189-4

Edición 2008

Matemáticas 4º ESO, opción B

J. Colera, I. Gaztelu, M. J. Oliveira, M. Martínez

Editorial Anaya

ISBN: 978-84-667-7191-7

Edición 2008

1º BACHARELATO

Matemáticas I. 1º Bacharelato de Ciencias e Tecnoloxía

Miguel Antonio, Lorenzo González, José Lorenzo, Antonio Molano, José del Río, Daniel Santos,

Mariano de Vicente

Editorial Santillana

ISBN: 978-84-294-4330-1

Edición 2008, en galego.

Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales I. 1º Bachillerato de Humanidades e CCSS

Carlos González, Jesús Llorente, Mª José Ruiz

Editorial Editex

ISBN: 978-84-9771-344-3

Edición 2008

2º BACHARELATO

Matemáticas II. 2º Bacharelato.

Angélica Escoredo, Mª Dolores Gómez, José Lorenzo, Pedro Machín, José del Río, Carlos Pérez, Domingo

Sánchez.

Editorial Obradoiro Santillana. Proxecto “A Casa do Saber”.
ISBN: 978-84-8224-865-3

Matemáticas aplicadas ás Ciencias Sociais II. 2º Bacharelato.
Angélica Escredo, M^a Dolores Gómez, José Lorenzo, Pedro Machín, José del Río, Carlos Pérez, Domingo Sánchez, M^a José Rey.
Editorial Obradoiro Santillana. Proxecto “A Casa do Saber”.
ISBN: 978-84-8224-867-7

LIBROS DE LECTURA

Título: **La selva de los números**

Autor: Ricardo Gómez

Colección: Alfaguara. Páxinas: 116.

Editorial: Santillana 2002

Cursos: 1º ESO

Comentario.- Unha tartaruga inventa os números e vai impartindo as súas ensinanzas por toda a selva: sistemas de numeración, números primos, ritmos musicais, etc.

Título: **El asesinato del profesor de matemáticas**

Autor: Jordi Sierra i Fabra

Colección: Duende Verde. Páxinas: 169.

Editorial: Anaya 2000

Cursos: 2º ESO

Comentario.- Tres estudantes a través de adiviñas e problemas matemáticos tratan de encontrar ó asasino do seu profesor de matemáticas.

Moitos problemas de inxenio e con aplicación á resolución de problemas.

Título: **Malditas matemáticas**

Autor: Carlo Frabetti

Colección: Alfaguara. Páxinas: 132. Editorial: Santillana 2002

Cursos: 2º ESO

Subtítulo: Alicia en el país de los números

Comentario.- Unha rapaza, á que non lle gustan as matemáticas, chamada Alicia viaxa ó país dos números acompañada dun escritor que se chama Lewis Carroll. Recorren capítulos como A criba de Eratóstenes, o labirinto, o cadrado máxico, etc.

Título: **Los viajes de Gulliver**

Autor: Jonathan Swift

Colección: Biblioteca juvenil. Páxinas: 348.

Editorial: Alianza Editorial 2000

Cursos: 4º ESO

Comentario.- Gulliver aproveita a estancia en diferentes “países” para facer unha crítica da sociedade do seu tempo reflexándoa neses outros países. Destaca as aplicacións que se poden facer cara o estudio das proporcións, e os diferentes problemas que se poden plantexar entre proporcións de lonxitude, superficies e volumes

Título: **El señor del cero**

Autor: M^a Isabel Molina Colección: Alfaguara. Páxinas: 153.

Editorial: Santillana 2002

Cursos: 3º y 4º ESO

Comentario.- Un rapaz moi dotado para o cálculo numérico ten que abandonar Córdoba por culpa da envexa que esa capacidade provoca. É unha novela ca desenrola nos tempos do Gran Califa de Córdoba durante o século X. En xeral é unha novela é entretida. Pode ser algo asfixiante ó comenzo porque ten moitos nomes de protagonistas con multitude de cargos, que a fan difícil de assimilar, pero ó mesmo tempo é unha descrición moi boa da entrada dunha comitiva en Córdoba. O transfondo é a introducción das cifras arábicas na península e máis tarde en Francia.

Título: El gran juego

Autor: Carlo Frabetti

Colección: Alfaguara. Páxinas: 131.

Editorial: Santillana 1998

Cursos: 4º ESO

Comentario.- Un rapaz encóntrase xogando a través de internet, os problemas xorden cando o misterioso compañeiro de xogos o reta a seguir xogando, trátase dun xogo de xogos. O final e sorprendente, ¿seremos nós as fichas dun super xogo dirixido por mentes superiores sen sabelo?

Título: El país de las mates para novatos

Autor: L.C. Norman Colección: El rompecabezas nº 1. Páxinas: 80.

Editorial: Nivola 2000

Cursos: 1º ESO

Comentario.- Un xogo de aventuras con problemas matemáticos do tipo “constrúe a túa propia historia”. As solucións son parciais a modo de pistas, onde cada unha delas vainos levando a diferentes páxinas do libro, resulta moi entretido e practicamente imposible de chegar directamente á solución.

Título: Matemática es nombre de mujer

Autor: Susana Mataix

Páxinas: 159. Editorial: Rubes Editorial 1999

Cursos: 3º ESO

Comentario.- É un compendio de biografías das matemáticas máis famosas da historia, contadas en primeira persoa, cun nexo para todas elas que é a biografía de Hipatía.

Título: El país de las mates para expertos

Autor: L.C. Norman

Colección: El rompecabezas nº 2

Páxinas: 74

Editorial: Nivola 2000

Cursos: 3º ESO

Comentario.- Un xogo de aventuras con problemas matemáticos do tipo “construe a túa propia historia”. As solucións son parciais a modo de pistas, onde cada unha delas vainos levando a diferentes páxinas do libro, resulta moi entretido e practicamente imposible de chegar directamente a solución. Igual ó anterior pero con problemas de maior dificultade.

Título: Póngame un kilo de matemáticas

Autor: Carlos Andradas Heranz

Colección: El barco de vapor

Páxinas: 125

Editorial: S.M. 2000

Cursos: 4º ESO

Comentario.- Múltiples e variados “artigos”, chistes, e experiencias como por exemplo construír cadrados máxicos, ¿Por que odiamos as matemáticas? Pequenas sipnoses do que son as matemáticas e para que serven, ¿como é a vida dun matemático?. Ademais un pequeno relato datado en Bagdad durante o século XII, onde dous alumnos conseguen descubrir o gran secreto de Al – Khowarizmi, despois de descifrar o resultado dun cadrado máxico. Contén unha ecuación co teorema de Pitágoras polo resto é asequible ós alumnos de calquera curso de ESO.

Título: Los matemáticos no son gente seria

Autor: Claudi Alsina y M. de Guzmán Páxinas: 127

Editorial: Rubes 1998

Cursos: 1º ESO

Comentario.- É un divertido tratado de anécdotas, curiosidades e historietas.

Título: ¿Odias las matemáticas?

Autor: Vallejo-Nágera, Alejandra

Páxinas: 159

Editorial: Martínez Roce 2000

Cursos: 1º ESO

Comentario.- Con ilustracións tipo comic vai plantexando preguntas e preséntanos matemáticas divertidas e tamén matemaxia, é ameno, o que se nota en falta e a cor, pois tódalas páxinas son en branco e negro. (Ten algo que engancha)

Título: El diablo de los números.

Autor: Hans Magnun Brizensberger

Páxinas: 255

Editorial: Siruela 1999

Cursos: 1º BAC

Comentario.- Un percorrido pola teoría de números, é entretido, aínda que se pode facer longo e, ás veces, denso, non é o clásico libro que se le dun tirón, pero os primeiros capítulos son moi bos, pode parecer algo repetitivo no desenvolvemento, pero merece a pena polo tratamento que fai do estudio da combinatoria, binomio de Newton, triángulo de Tartaglia, e as sucesións, en particular da de Fibonacci, sendo un bo complemento para 1º de BAC.

Título: Planilandia

Autor: Edwin A. Abbott

Páxinas: 126

Editorial: Torre de viento 1999

Cursos: 3º ESO

Comentario.- ¿Como sería a vida nun mundo que só tivera dúas dimensións?. Nesta obra descríbese como tamén neste mundo houbo unha especialización, fundamentalmente na visión, no proceso evolutivo para poder vencer as dificultades que xorden para diferenciar ós distintos habitantes. A visión social está desfasada totalmente.

Título: Taller de matemáticas con calculadora

Autor: Abel Martín y otros

Páxinas: 194

Editorial: Ediciones Trea, S.L. 1998

Cursos: 1º ESO

Comentario.- Un curso completo de calculadora con exercicios resoltos e propostos, con gráficos agradables e en xeral unha presentación acertada.

Título: Alicia a través del espejo

Autor: Lewis Carroll

Colección: Biblioteca Juvenil

Páxinas: 236

Editorial: Alianza Editorial

Cursos: 1º BAC

Comentario.- Alicia atravesada o espello e encóntrase cruzando un taboleiro de xadrez onde comencan as súas peripecias coa raíña bermella e as demais pezas. É clave a idea de que ó atravesar o espello “todo é ó revés”. Unha boa cantidade de notas explicativas.

Título: Alicia en el país de las maravillas.

Autor: Lewis Carroll

Colección: Biblioteca juvenil Páxinas:

Editorial: Alianza Editorial Cursos: 1º BAC

Comentario.- As peripecias de Alicia acompañada polo coello branco, o sombrereiro tolo ..., é destacable o xeito de desenrolar a historia a base de preguntas, que vai facendo a protagonista, sendo interesante desde o punto de vista da aprendizaxe a súa lectura polos alumnos, polo que conleva de razoamento lóxico dentro dun contexto divertido nunha conversa moitas veces absurda.

Título: Esas mortíferas mates

Autor: Kjartan Poskitt

Colección: Esa horrible ciencia

Páxinas: 144

Editorial: Molino 1998

Cursos: 2º ESO

Comentario.- De lectura amena preséntanos problemas clásicos desenrolados de xeito distinto e moi fácil de ler, tamén nos presenta trucos matemáticos que lles resultan divertidos ós alumnos.

Título: Más mortíferas mates

Autor: Kjartan Poskitt

Colección: Esa horrible ciencia

Páxinas: 159

Editorial: Molino 1998 Cursos: 2º ESO

Comentario.- De lectura amena preséntanos máis problemas clásicos desenrolados de xeito distinto e moi fácil de ler, tamén nos presenta trucos matemáticos que resultan divertidos ós alumnos.

Título: Teatromático

Autor: Ismael Roldán Castro

Colección: Rompecabezas nº 3

Páxinas: 107

Editorial: Nivola 2002

Cursos: 4º ESO

Comentario.- Divertimentos teatrais, con poucos actores, para presentar conceptos matemáticos.

Título: Bruno y la casa del espejo

Autor: Ricardo Gómez

Colección: Próxima Parada

Páxinas: 177 Editorial: Alfaguara 2002

Cursos: 1º ESO

Comentario.- O libro de Alicia no país das maravillas é o desencadeante dunha serie de estranos sucesos relacionados con "Alicia a través do espello". Un caso de suplantación de personalidade que afecta a Bruno e que terá que resolver, axudado pola súa amiga, se quere recuperar a súa familia. O final, aínda que é previsible, sorprende.

Título: Ernesto el aprendiz de matemago

Autor: José Muñoz Santonia

Colección: El rompecabezas nº 6

Páxinas: 153

Editorial: Nivola 2003

Cursos: 1º ESO

Comentario.- Un gran número de xogos e trucos máxicos cun fondo matemático, presentados a través da amizade dun rapaz e un mago. Entretido, e ben explicado se se quere levar á práctica algunha sesión de matemática.

Título: Contar bien para vivir mejor

Autor: Claudi Alsina

Páxinas: 143

Editorial: Rubes 1998

Cursos: 3º ESO

Comentario.- A través de cuestións que dan título a pequenos artigos cargados de ironía analízase a cantidade de matemáticas que hai: Nunha lata de Coca – Cola, o índice de masa corporal, a herdanza, a descendencia, os impostos, etc. terminando cada un deles con un consello.

Título: El tío Petrus y la conjetura de Golbach

Autor: Apóstolos Doxiadis

Páxinas: 166

Editorial: Ediciones B Grupo Z 2002

Cursos: 3º ESO

Comentario.- Toda familia ten unha ovella negra e nesta é o tío Petrus. A historia do tío Petrus contada polo seu sobriño favorito tal e como vai descubriéndose que o seu tío é un matemático que cumpre co estereotipo, xenial, antisocial, bo xogador de xadrez, Entretido e divertido, a conxectura de Golbach non é impedimento para podelo entender, só é unha desculpa para contar a historia.

Título: Alicia en el país de las adivinanzas

Autor: Raymond Smullyan

Colección: Teorema

Páxinas:207

Editorial: Catedra, Madrid 1989

Cursos: BAC

Comentario.- Utilizando as personaxes de "Alicia no país das maravillas" o autor introdúcenos con formato de diálogo no mundo das adiviñas lóxicas, das paradoxas e doutros problemas xa máis coñecidos como o da rá que cae no pozo e polo día sobe tres metros e pola noite esvara dous. Os problemas e as cuestións veñen solucionadas, ó final do libro.

Título: ¿Cómo se llama este libro?

Autor: Raymond Smullyan

Colección: Teorema

Páxinas: 292 pgs.

Editorial: Cátedra, Madrid 1989

Cursos: BAC

Subtítulo: El enigma de Drácula y otros pasatiempos lógicos

Comentario.- Cabaleiros e escudeiros, que sempre din a verdade ou sempre menten, mesturados con outros xa máis coñecidos de pique como ¿Onde enterrar os superviventes?; en total máis de 265 cuestións para afinar o xuízo lóxico coas correspondentes solucións.

Título: ¿La dama o el tigre? y otros pasatiempos lógicos

Autor: Raymond Smullyan

Colección: Teorema

Páxinas: 269

Editorial: Cátedra, Madrid 1982

Cursos: BAC

Comentario.- Do estilo dos anteriores, este libro e vainos introducindo na dificultade da lóxica de xeito gradual. Incluíndo unha novela que nos leva á teoría de indecidibilidade de Godel.

Título: Arquímedes, alrededor del círculo

Autor: R. Torija Herrera

Colección: La matemática en sus personajes nº 1

Páxinas: 136

Editorial: Nivola 1999

Cursos: 1º BAC

Comentario.- Cunha introdución ó seu tempo e a súa vida e obra entramos nun breve resume das súas obras máis características, dándonos una pequena mostra do tratado en cada unha delas, a un nivel moi adecuado para rapaces de BAC ou incluso de 4º de ESO

Título: ¡A estadística en caricaturas!

Autor: Larry Gonick, Woollcott Smith

Páxinas: 230

Editorial: SGAPEIO 2001

Cursos: 1ºBAC

Comentario.- Ademáis de ser un curso completo de estadística, fíxase incide en cuestións puntuais que axudan ó alumno a comprender o porque duns métodos fronte a outros, m o feito de presenta-los temas seccionados en pequenas doses xunto coa presentación en forma de comics fanno moi agradable no monton do estudio

Título: Euler del maestro de todos los matemáticos

Autor: William Dunham

Colección: La matemática en sus personajes nº 6

Páxinas: 280

Editorial: Nivola 200

Cursos: 1º BAC

Comentario.- Unha viaxe pola vida e obra de Euler onde nos mostra unha pequena parte das súas publicacións con algunhas demostracións dos teoremas máis representativos de cada obra.

Título: Ingenio2

Autor: Angels Navarro, Tere Moral

Páxinas: 109

Editorial: Aleph 2003

Cursos: 1º ESO

Comentario.- Destaca a súa presentación e o colorido, son os xogos de sempre: inxenio, problemas, encrucillados numéricos etc., pero con un tratamento da cor e da presentación que a fan sumamente agradable e distinta

Título: Omar Jayyam poeta y matemático

Autor: Ricardo Moreno Castillo

Colección: La matemática en sus personajes nº 12

Páxinas: 92

Editorial: Nivola 2002

Cursos: BAC

Comentario.- Cunha introducción á ciencia árabe e ós precursores de Omar Jayyan o libro lévanos por unha parte da súa obra matemática, fundamentalmente pola resolución de ecuacións de grao tres, coas correspondentes demostracións apoiadas na xeometría.

Título: Un cuento enmarañado

Autor: Lewis Carroll

Colección: El rompecabezas nº 5

Páxinas: 188

Editorial: Nivola 2002

Cursos: 1º BAC

Comentario.- Trátase da recuperación dunha das obras orixinais de Lewis Carroll coas solucións aportadas por el e coa correspondente tradución e resolución en termos actuais.

Título: ¡Cuánta geometría hay en tu vida!

Autor: Rosa Mª Herrero Merino

Colección: El barco de vapor

Páxinas: 109

Editorial: S.M. 2001

Cursos: 1º ESO

Comentario.- Ademais do conto "A medición da dozura" por métodos inxeniosos e matemáticos, esta obra preséntanos en pequenos artigos de tipo periodístico numerosos temas de información xeral sobre matemáticas e algúns xogos de tipo matemático.

Título: El matemático del rey

Autor: Juan Carlos Arce

Páxinas: 214

Editorial: Planeta 2000

Cursos: 4º ESO

Comentario.- Intrigas de alta política, entre a Igrexa e o Estado que xiran o redor das teorías de Galileo. Unha novela de amor, de intriga e ó mesmo tempo unha novela costumista. Explica moi ben o porqué da negativa da Igrexa a aceptar a teoría heliocéntrica. No medio de todos está o mestre de matemáticas do rei Felipe VI. Unha novela de capa e espada narrada en tono de humor.

Título: Juegos matemáticos

Autor: Derrick Niederman

Colección: Aprende y practica

Páxinas: 173

Editorial: Robinbook

Cursos: 1º ESO

Comentario.- Colección de problemas de inxenio, moitos deles coñecidos pero un bo número non son dos habituais, con unha clasificación por dificultade que ó final do libro agrupa os da mesma categoría. A estrutura é moi axeitada cara ós alumnos pois comenza con unha explicación de como se debe utiliza-lo libro, a continuación veñen os enunciados dos problemas seguidos dunha parte chamada pistas onde o autor aporta pequenas axudas para cando non se pode chegar a solución final; e por último veñen as solucións a tódolos acertixos propostos.

Título: ¡Ojalá no hubiera números!

Autor: Esteban Serrano Marugan Cursos: 6º Primaria

Colección: El rompecabezas nº 4

Páxinas: 59

Editorial: Nivola

Comentario.- A frase que da ó título é pronunciada polo protagonista e oída por Pitágoras V. A assemblea do reino dos matemáticos toma a decisión de borrar da mente de todo o mundo o concepto de número, excepto da mente do protagonista da historia que terá que convencer polo menos a unha persoa da necesidade dos números para que o maleficio deixe de actuar. Algúns diálogos resultan simpáticos pola confusión reinante.

Título: **El teorema del loro**

Autor: Denis Guedj

Cursos: 2º BAC

Colección:

Páxinas: 536

Editorial: Anagrama

Comentario.- Un percorrido moi peculiar pola historia das matemáticas acompañando a un vello libreiro de París mentras resolve o misterio que encerra “a biblioteca da selva”, (completísima biblioteca matemática), herencia que lle legou un amigo xunto con un loro. A solución do misterio pode que lle axude a comprender o porque da herencia e as circunstancias da morte do seu amigo en Sudamérica.

Título: **Palillos aceitunas y refrescos matemáticos**

Autor: Luis Balbuena y otros

Cursos: 1º ESO

Páxinas:110

Editorial: Rubes Editorial

Comentario.- Os clásicos problemas con escarbidentes presentados de xeito moi atractivo no enunciado e con solucións; ideal para obradoiros, gardas, etc.

Título: **Historia de las matemáticas**

Autor: José Luis Carlavilla Fernández Gabriel Fernández García

Páxinas:349

Editorial:Proyecto Sur

Cursos:Segundo Ciclo ESO

Comentario: Unha historia contada a través do comic analizando os descubrimentos máis notables de forma moi sintética e non exenta de humor.

Título: **Azarquiel. El astrónomo andalusí.**

Autor: Carlos Dorce

ISBN: 978-84-96566-82-8

Encuadernación: Rústica, con solapas. 160 páxinas.

Editorial: Nivola. 19,90 €

Cursos: Bacharelato.

Comentario: Dentro da historia da ciencia o papel do mundo árabe non se limita a ser un mero transmisor dos antigos coñecementos clásicos ao mundo renacentista europeo, pois temos que lle sumar a esta labor a grande cantidade de estudos e aportación orixinais que realizaron grandes científicos que nada tiveron que envexar a ningún dos seus predecesores. Como non podía ser de outro modo, un dos escenarios onde se desenvolveu toda esta actividade foi al-Andalus, e un dos seus grandes protagonistas, Azarquiel.

Con este ilustre personaxe como noble excusa, este libro é unha introducción a todas as aportacións hispanoárabes que tiveron a súa orixe na península Ibérica e que marcaron a ciencia e filosofía europeas nos séculos posteriores.

Título: **El diariomático y el mateconcurso.**

Autor: Andrés Enrique Cabana González - César Docanto Vázquez - Raquel Ramírez Gómez.

ISBN: 978-84-92493-07-4

Encuadernación: Rústica. 112 páxinas.

Editorial: Nivola.

Cursos: A partir de 11 anos.

Comentario: O Diariomático, é un telexornal casi coma o de calquera televisión, pero no que as noticias son algo diferentes, en todas hai algo de matemáticas. Entre outras cousas, coa narración da conquista do país dos enteiros, coa crónica política de Matelandia e, nos deportes, coa liga das figuras xeométricas.

E despois da publicidade, o Mateconcurso, con probas e retos para resolver.

Título: ¿Juega Darwin a los dados? Simulando la evolución en el ordenador.

Autor: Rafael Lahoz-Beltrá.

ISBN: 978-84-96566-42-2

Encuadernación: Rústica, con solapas. CD incluído. 160 páxinas.

Editorial: Nivola.

Cursos: ESO e Bacharelato.

Comentario: O CD que acompaña a este libro permite xogar no ordenador con fenómenos e propiedades que ata ben pouco eran patrimonio exclusivo dos seres vivos, xa foran plantas, animais ou microorganismos. Pódense ver na pantalla do ordenador os cambios e transmutacións experimentados por organismos dixitais, a súa morte e a súa reprodución con ou sen sexo, combate ou loita entre individuos, os seus comportamentos cooperativos ou egoístas, a aprendizaxe ou a intelixencia colectiva, e incluso simular un cambio climático ou a extinción en masa de especies.

Título: Los recortables del joven Einstein.

Autor: David Blanco Laserna.

ISBN: 978-84-96566-99-6

Encuadernación: Rústica, con solapas. 96 páxinas.

Editorial: Nivola.

Cursos: A partir de 10 anos.

Comentario: Cada recortable deste libro é un experimento alucinante: trasnos que levitan, espadachíns que se baten sós no chan, dragóns obedientes, vampiros acuáticos, momias magnéticas, pilotos de pompas de xabón...

Título: ¡Ojalá no hubiera números!

Autor: Esteban Serrano Marugán. Ilustracións: Carlos Pinto.

ISBN: 978-84-96566-44-6

Encuadernación: Rústica, con solapas. 96 páxinas.

Editorial: Nivola.

Cursos: De 8 a 15 anos.

Comentario: Imaxina que unha mañán despertas e non se pode ler a hora do reloxo, as matrículas dos coches están en branco, os prezos da tenda desapareceron, non sabes cantos anos tes... ¡un mundo sen números! Iso ocurriulle a Arturo Comelibros por dicir o que non debía e enfadar a Pitágoras V, o rey das matemáticas.

Título: Los crímenes de Oxford.

Autor: Guillermo Martínez

Editorial: Destino (2006).

ISBN: 8423336018. 216 páxinas.

Cursos: 4º ESO e Bacharelato.

Comentario: Poucos días despois de chegar a Oxford, un mozo estudante arxentino atopa o cadáver dunha anciá asfixiada cunha almofada.

O asasinato resulta ser un desafío intelectual dirixido a un dos lóxicos máis eminentes do século, Arthur Seldom, e o primeiro dunha serie de crimes.

Título: La clave secreta del universo.

Autor: Hawking, Lucy e Hawking, Stephen.

Lingua: Castelán.

Encuadernación: Tapa dura. Nº Edición: 1ª. 320 pax.

ISBN: 9788484414216

Editorial: Ediciones Montena.

Ano de edición: 2008. 19.95€

Cursos: Alumnado de ESO.

Título: Matemagia. Los mejores trucos para entender los números.

Autor: Fernando Blasco.

Editorial: Temas de Hoy

Colección: Tanto por saber. 288 páxinas. 18 euros.

ISBN: 978-84-8460-611-6

Cursos: 4º ESO e Bacharelato.

Comentario: A boa parte do censo escolar atragántanselle as matemáticas, a pesar do contacto diario de calquera persoa con elas. Isto é porque a primeira mirada sobre elas preséntaas como aburridas e sen máis aliciente que ter que aprender e memorizar fórmulas e procedementos. Pero as cousas non son exactamente así. Hai números máxicos. O 12345679 é un deles. Pódese comprobar elixindo un número comprendido entre o 1 e o 9. Ese número multiplícase por nove e a cifra que resulte polo número máxico.

O mundo dos números pode ser divertido se nos metemos nel e investigamos as súas propiedades.

Título: Matecuentos. Cuentos con problemas.

Autor: Joaquín Collantes Hernández - Antonio Pérez Sanz

ISBN: 978-84-96566-62-0

Encuadernación: Rústica. 128 páxinas. 9,90€.

Editorial: Nivola.

Cursos: ESO, Bacharelato.

Comentario: Estos contos con problemas, ou estos problemas con conto, son historias curtas cuns protagonistas que corren aventuras e que non paran de meterse en líos, e ademais en líos problemáticos xa que para saír deles teñen que resolver algún problema. É o que pode facer o lector é axudarlles a resolvelos.

Título: Matecuentos 2. Cuentos con problemas.

Autor: Joaquín Collantes Hernández - Antonio Pérez Sanz

ISBN: 84-95599-98-8.

Encuadernación: Rústica. 128 páxinas. 9,90€.

Editorial: Nivola.

Cursos: ESO, Bacharelato.

Comentario: Estos contos con problemas, ou estos problemas con conto, son historias curtas cuns protagonistas que corren aventuras e que non paran de meterse en líos, e ademais en líos problemáticos xa que para saír deles teñen que resolver algún problema.