$1+2+3+4=10$

TETRACTIS

BOLETÍN DE DIVULGACIÓN MATEMÁTICA — IES MONELOS — A CORUÑA

Ano II. Boletín nº 11 — *Depósito legal: C 2766-2006* — *Setembro, 2007*

www.estalmatgalicia.com

O sábado, 29 de setembro, tivo lugar na Facultade de Matemáticas de Santiago a inauguración do curso coa presentación dos 25 alumnos seleccionados e do equipo docente. Posteriormente os alumnos acudiron a un campamento en Sada.

O pasado día 18 de abril a Real Academia Española de Ciencias Exactas, Físicas y Naturais aprobou o Proxecto ESTALMAT GALICIA, pilotado pola Facultade de Matemáticas da Universidade de Santiago de Compostela, coa colaboración dun grupo entusiasta de profesores do ensino medio e das tres universidades galegas.

O proxecto ESTALMAT ten por obxectivo detectar, orientar e estimular de maneira continuada o talento matemático de estudiantes que están en 6º curso de Educación Primaria.

ESTALMAT Galicia está presidido polo Decano da Facultade de Matemáticas da Universidade de Santiago de Compostela, D. Juan Manuel Viaño Rey e a Vicepresidencia e Coordinadora Xeral está a cargo de Dona Mercedes Feijoo Díaz, Directora do IES Elviña da Coruña.

No proxecto Estalmat Galicia existen 3 comités (Organizador, Académico e Consultivo) e un equipo docente formado por 25 profesores e profesoras do ensino secundario e universitario de Galicia (pódese consultar a súa composición na páxina web).

O curso consta de 23 sesións (de 3 horas de duración) que se desenvolverán os sábados na Facultade de Matemáticas e cada sesión será impartida por dous profesores do equipo docente.

Na foto, os 200 alumnos de 6º de primaria que se presentaron, o 2 de xuño, ás probas de selección na Facultade de Matemáticas.

MÉTODO DE MONTECARLO PARA O CÁLCULO DO NÚMERO π

SIMULACIÓN CUNHA FOLLA DE CÁLCULO

O método de Montecarlo é un método non determinista (aleatorio) usado para aproximar expresións matemáticas moi custosas de avaliar con exactitude. O nome provén do "Casino de Montecarlo (Mónaco)" por ser a ruleta un bo exemplo de xerador de números aleatorios. Comezou a desenvolverse no ano 1944 para a creación da bomba atómica durante a segunda guerra mundial.

O método consiste en realizar un experimento aleatorio un número moi grande de veces, xa que a frecuencia coa que ocorre un suceso ten por límite a probabilidade do suceso.

Para o cálculo do número π teremos en conta:

- A área do círculo é $A = \pi r^2$, e se consideramos un círculo de raio r = 1 teriamos que a área do círculo sería $A = \pi$. Sen embargo, no desenvolvemento do método utilizaremos o cuadrante (cuarta parte) do círculo, polo que a súa área será $A_c = \pi/4$

  Este cuadrante estará inscrito nun cadrdado de área 1, polo que a relación entre áreas será $\pi/4$

- O método consiste en encher o o cadrado de puntos (coma se lanzaramos dardo a unha diana) de maneira que se o número de puntos e moi grande, a probabilidade de caer dentro do círculo será a relación de áreas, é dicir, $\pi/4$.

- O valor de π será 4 veces a relación de áreas.

SIMULACIÓN COA FOLLA DE CÁLCULO

- Consideramos un cadrado de raio r=1 construído cun sistema rectangular de coordenadas (x,y) no que se vai a inscribir o cuadrante de círculo.
- As coordenadas (x,y) son xeradas por unha función aleatoria da folla de cálculo con valores comprendidos entre 0 e 1.
- Fórmase unha táboa onde aparece: o número de tirada, a coordenada x, a coordenada y e unha función lóxica que serve para avaliar se o punto está ou non dentro do cuadrante.
- Esta función asigna un valor 1 se o punto de coordenadas (x,y) está dentro do cuadrante de círculo; é dicir, se cumpre a condición de pertenza ao interior do círculo: $x^2 + y^2 \leq 1$ e asigna un valor 0 senón cumpre a condición.

Por exemplo, na folla de cálculo podería ser:

SI(B2^2+C2^2 <= 1;1;0)

- Na táboa totalizariamos o número de tiradas N e o número de '1' (n).

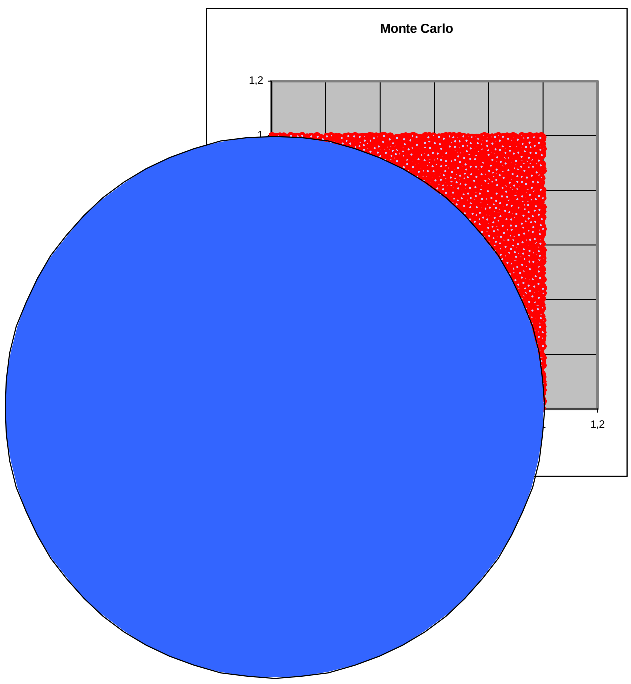
Num	Coord X	Coord Y	Dentro (S/N)
1	0,80938399	0,72527152	0
2	0,93140531	0,1391148	1
3	0,9751538	0,27703434	0
4	0,37890005	0,73828095	1
5	0,60270417	0,36923677	1
6	0,42773223	0,86546606	1
7	0,65010393	0,19017226	1
8	0,32552147	0,34031123	1
9	0,97092974	0,24161083	0
10	0,37945771	0,80374664	1

Neste exemplo, os resultados foron:

Nº de tiradas N= 20000
Nº de puntos interiores ao cuadrante n = 15744

Probabilidade de caer dentro do círculo = 15744/20000 = 0,7872

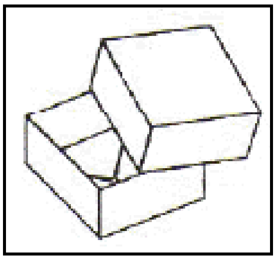
Valor de π obtido $= 4 \bullet 0{,}7872 = 3{,}1488$



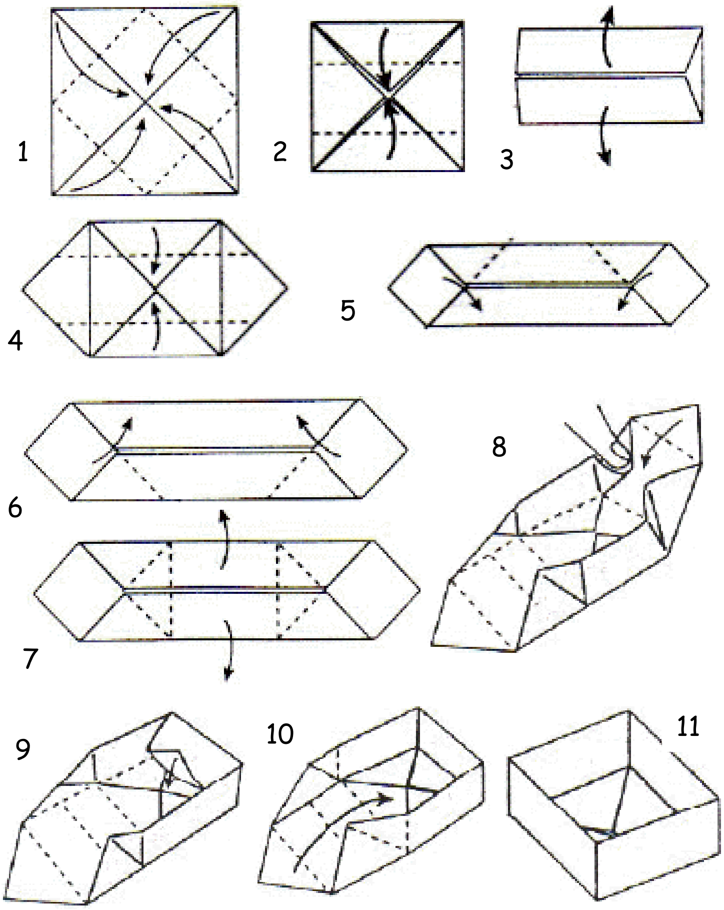
Enrique Currás Piñeiro
1º Bach. C (2006-07)

XEOMETRÍA DE PAPEL

CAIXA



Material necesario:
Dous papeis cadrados, un deles co lado un pouco maior ca o outro.
Pasos:



Resolve as seguintes cuestións:

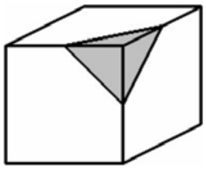
1. As dobreces do paso 1, forman un novo cadrado onde os vértices son os puntos medios dos lados de partida. ¿Qué fracción representa a área do cadrado formado no paso 2 con respecto ao cadrado inicial?
2. Observa o rectángulo formado no paso 3, ¿que fracción representa a área deste rectángulo con respecto ao cadrado de partida?
3. A figura formada no paso 4 e un hexágono. ¿Canto miden os seus ángulos? ¿Cal é a fracción que representa a súa área con respecto do cadrado inicial?
4. Se o cadrado orixinal ten 10 cm de lado. ¿Canto medirá o lado da base da caixa?, ¿e a súa altura?, ¿canto valerá a área da caixa?, ¿cal será o seu volume?

Alicia Pedreira Mengotti

CAIXÓN DOS PROBLEMAS

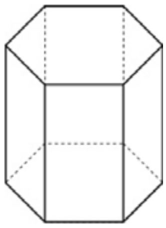
CUBO CORTADO

a) Unindo os puntos medios das arestas dun cubo, como se ve na figura, obténense pirámides triangulares. Se construímos unha nova figura xeométrica sólida quitando estas pirámides, cantas caras, vértices e arestas ten o corpo resultante? Describe como chegaches ao resultado.



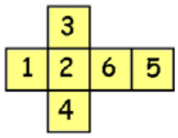
b) Agora imos facer unha variación sobre o problema anterior. No canto de tomar os puntos medios, eliximos os puntos sobre as arestas e situados a un tercio de distancia dos vértices, resultando, ao unilos, unhas pirámides máis pequenas e que non se tocan entre elas. Se recortamos estas pirámides, cantas caras, vértices e arestas ten a figura que resulta? Describe como chegaches ao resultado.

c) Se, en lugar dun cubo, consideramos o prisma hexagonal regular da figura (as bases son hexágonos regulares), e procedemos como no apartado a), cantas caras, vértices e arestas ten o corpo resultante? Describe como chegaches ao resultado.



DADOS XIGANTES

Temos 8 dados iguais coas caras numeradas de 1 a 6. Cada un dos dados ten o desenvolvemento plano seguinte:



Cos 8 dados construímos un cubo, que chamaremos "Gran Dado".

a) Se sumamos tódolos números que vemos nas 6 caras do "Gran Dado", cal é a suma máis grande que se pode obter?

b) No dado pintado, a suma dos puntos de dúas caras opostas é sempre a mesma. Podemos construír un "Gran Dado" de maneira que, se miramos dúas caras opostas, a suma de tódolos puntos que hai nesas caras sempre é a mesma? Describe como chegaches ao resultado.

c) Podemos construír un "Gran Dado" de forma que a suma dos puntos que hai en cada unha das súas 6 caras sexan os números consecutivos 19, 20, 21, 22, 23 e 24? Razoa a túa resposta.

Agora temos 27 dados iguais coas caras numeradas de 1 a 6. Cos 27 dados construímos un cubo máis grande co anterior, ao que lle chamaremos "Mega Dado".

d) Se sumamos tódolos números que vemos nas 6 caras do "Mega Dado", cal é a suma máis grande que se pode obter?

ESTALMAT, 2007

2 Polígonos nazarís

Para construir os polígonos nazarís, tomamos como base un polígono (normalmente triángulo ou cadrado) que tesela o plano e facendo distintas transformacións como recortar unha ou varias partes do polígono de partida para situalas, mediante xiros ou translacións, noutra posición.
O polígono resultante mantén co orixinal dúas propiedades: tesela o plano e ten a mesma área.