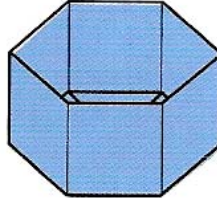


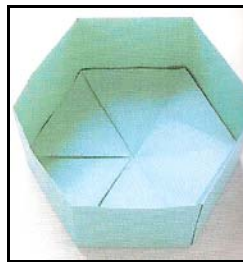
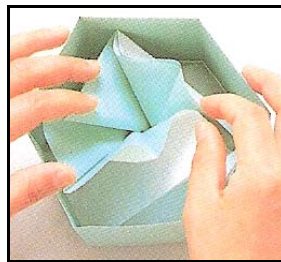
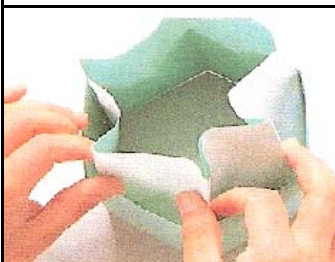
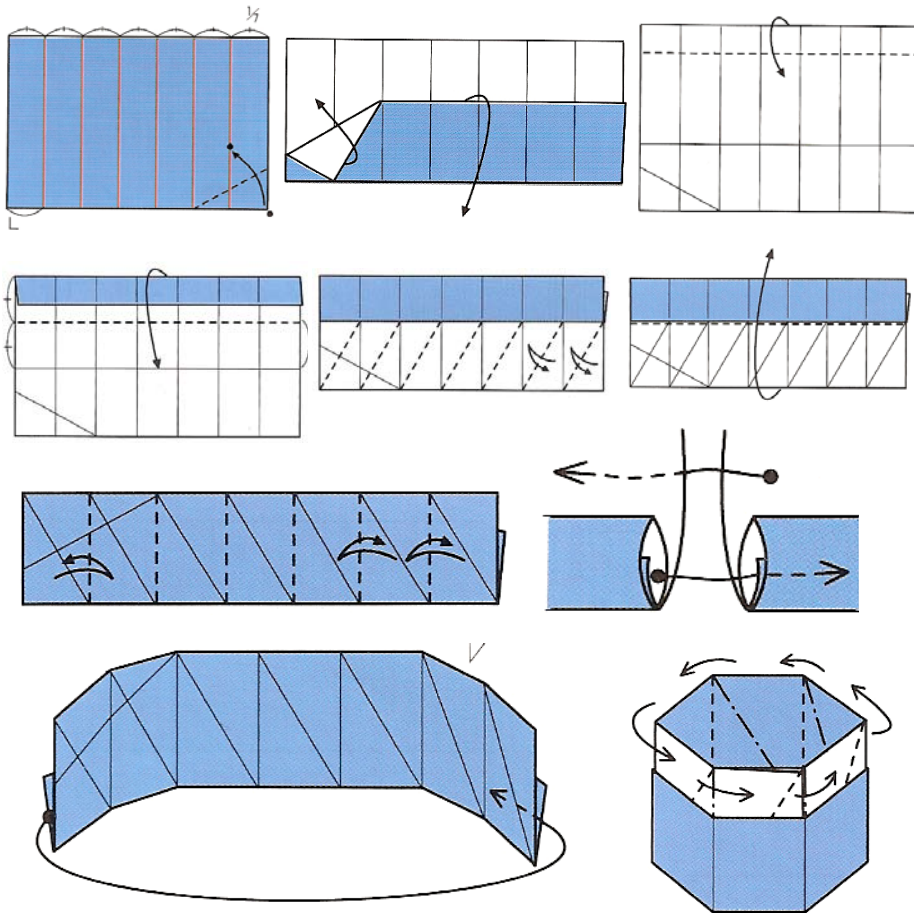
**CAIXA (PRISMA) HEXAGONAL**

**MATERIAL:** 2 follas rectangulares

- A folla é necesario dividila en sete partes; reco-mendo dividila en oito partes e cortar unha.
- Para a tapa seguimos os mesmos pasos pero coa base  $\frac{1}{2}$  cm máis longa e con menos altura.



**DIAGRAMAS:**



A base do prisma é un hexágono regular, que está formado por seis triángulos equiláteros, os ángulos do triángulo equilátero son de  $60^\circ$ . No triángulo ABC do paso 2, o ángulo  $B = 60^\circ$ , pois o  $\cos B = 1/2$ , xa que a hipotenusa é dobre que o cateto.

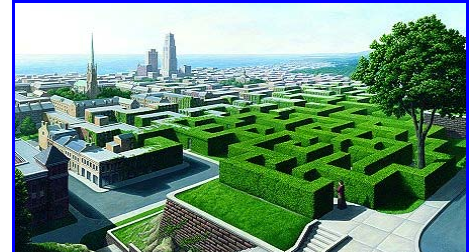
Alicia Pedreira Mengotti

**ROB GONSALVES**

REALISMO MÁXICO

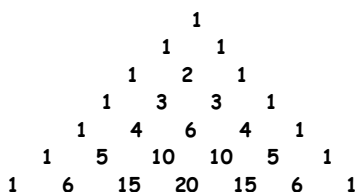
Pintor canadense nacido en Toronto en 1959, e que recorda a Dalí ou M.C. Escher. Podes ver a súa obra en

[www.sapergalleries.com/Gonsalves.html](http://www.sapergalleries.com/Gonsalves.html)



# TRIÁNGULO DE PASCAL OU TARTAGLIA

O triángulo de Pascal, tamén coñecido como triángulo de Tartaglia, é un triángulo de números enteiros, infinito e simétrico cuxas sete primeiras liñas están representadas na figura:



BLAISE PASCAL

O Triángulo de Pascal debe o seu nome ao filósofo e matemático francés Blaise Pascal (1623-1662) quen estableceu as leis da teoría da probabilidade, campo no que apareceu por primeira vez o "Triángulo de Pascal", e obtivo resultados moi importantes en xeometría, cálculo e álgebra. O de Tartaglia (1500-1557) ven porque este italiano foi un dos primeiros que o publicaron en Europa.

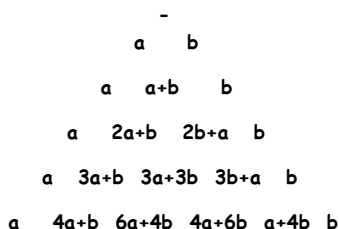


TARTAGLIA

Mais, a súa orixe é moi anterior: algunhas das súas propiedades xa foron estudadas polo matemático chino Yang Hui (século XIII), así como o persa Omar Khayyam (século XII).

### CONSTRUCCIÓN

A súa estrutura é xerada por dous números. O triángulo constrúese dende a cúspide cara abaixo. O primeiro elemento é o número 1, formando a fila 0. A fila 1 está formada por dous elementos, ambos o número 1. A partir de aquí a construción é: cada fila está formada por un elemento máis que a anterior. O primeiro e o último elemento de cada unha sempre será o número 1, e cada elemento interior será o número resultado de sumar os dous elementos que se sitúan enriba del e adxacentes na fila superior.



O triángulo ten un vínculo co álgebra elemental, as cifras 1 2 1 e 1 3 3 1 recordan as identidades:

$$\begin{aligned}
 (a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\
 (a+b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3
 \end{aligned}$$

Pois son os coeficientes dos seus monomios. Este parecido non é casual e xeneralízase a calquera potencia do binomio  $a + b$ .

### TRIÁNGULO DE PASCAL E BINOMIO DE NEWTON

$(a + b)^n$  chámase binomio de Newton e garda unha relación co triángulo de Pascal: "os coeficientes da fórmula

desenvolvida de  $(a + b)^n$  están dados pola liña número  $n+1$  do triángulo de Pascal (que empeza por 1 e  $n$ )". O único que se descoñece son os coeficientes  $d^k b^{n-k}$ . Por exemplo: Para  $(a+b)^4$

$$\begin{aligned}
 (a+b)^4 &= (a+b)(a+b)^3 = a(1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3) \\
 &+ b(1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3) \\
 &= 1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4
 \end{aligned}$$

Como o mostra a figura, o desenvolvemento de  $(a + b)^4$  consiste en facer o produto de  $(a+b)$  e  $(a + b)^3$ .

Como se pode comprobar na fórmula as potencias de  $a$  decrecen e as de  $b$  crecen.

Se consideramos só os coeficientes, inscritos en sendas caixas, obteremos a suma:



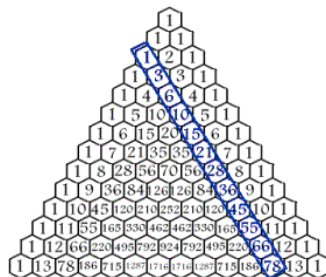
A suma consiste en engadir ao coeficiente o coeficiente inmediatamente á súa dereita (ó 1 co 3, ó 3 co segundo 3, etc.). Isto é o que pasa no triángulo de Pascal: a simulación da multiplicación de  $(a+b)^n$ , dunha liña á seguinte.

### ALGUNHAS PROPIEDADES

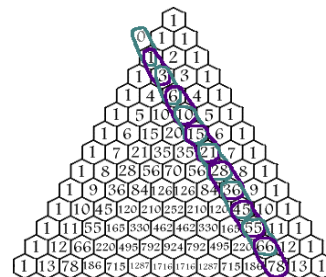
#### A. Números poligonais

Mirando as diagonais observamos:

- ◆ As primeiras pola dereita e pola esquerda están formadas por 1.
- ◆ As segundas son sucesións de números enteiros naturais.
- ◆ As terceiras diagonais están formadas polos números triangulares.
- ◆ Os números cadrados obtémolos tamén na terceira diagonal, sumando dous números triangulares consecutivos.



NÚMEROS TRIANGULARES

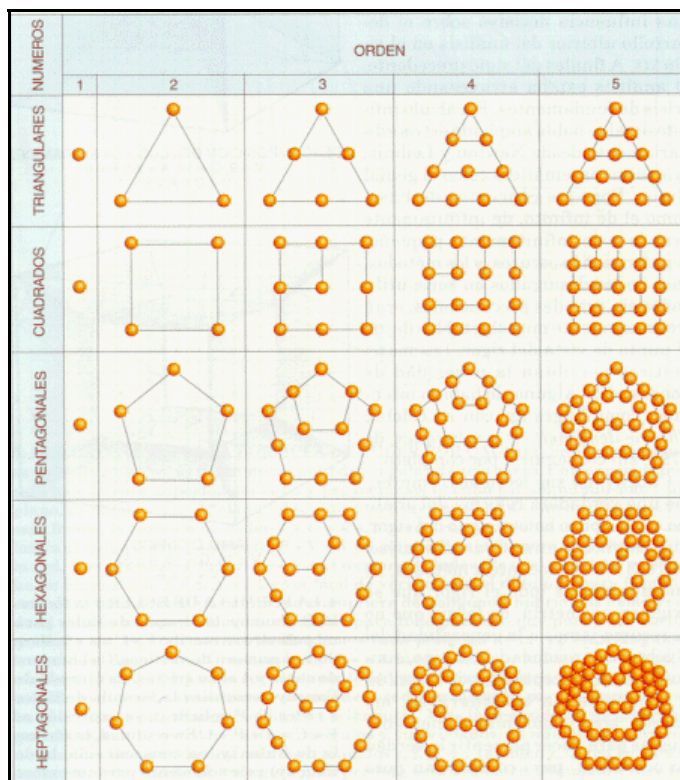


NÚMEROS CADRADOS

Polo método de recorrencia podemos construír todos os números poligonais.



Os Pitagóricos descubriron os números poligonais, que son números enteiros cos que se poden formar figuras xeométricas.



Así construíron:

- Os números triangulares (1, 3, 6, 10, 15, ...) son enteiros do tipo  $N = 1 + 2 + 3 + \dots + n$
- Os números cadrados (1, 4, 9, 16, 25, ...) son enteiros do tipo  $N = 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n-1)$
- Os números pentagonais (1, 5, 12, 22, ...) son enteiros do tipo  $N = 1 + 4 + 7 + \dots + (3n-2)$
- Os números hexagonais (1, 6, 15, 28, ...) son enteiros do tipo  $N = 1 + 5 + 9 + \dots + (4n-3)$

É así sucesivamente.

En xeral, os números poligonais son enteiros do tipo

$$n + \frac{n(n-1)b}{2}$$

Para  $b=1$  teremos números triangulares, para  $b=2$  cadrados, para  $b=3$  pentagonais...

### B. Números primos

Se o primeiro elemento dunha fila é un número primo (menos o 1), todos os números desa fila serán divisibles por el. Así, na fila do 7 os números: 1, 7, 21, 35, 35, 21, 7, 1 son múltiplos de 7.

### C. Suma de elementos dunha fila

A suma dos elementos de calquera fila é o resultado de elevar 2 ó número que define a esa fila:

$$2^n$$

$$\begin{aligned} 2^0 &= 1 \\ 2^1 &= 1+1 = 2 \\ 2^2 &= 1+2+1 = 4 \\ 2^3 &= 1+3+3+1 = 8 \\ 2^4 &= 1+4+6+4+1 = 16 \end{aligned}$$

### D. Potencias de 11

Se interpretamos cada fila como un único número, se a fila está formada por números dun só dígito, bastaría con unilos).

No caso da fila 2 teremos:

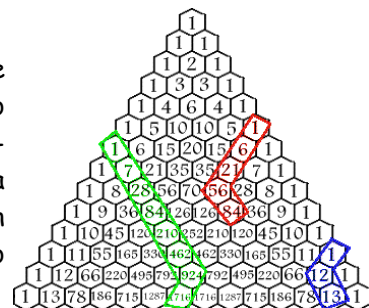
$$1-2-1 \dots\dots\dots 121 = 11^2$$

Cando os números da fila constan de máis dun dígito, repartense para formar o número final como se observa no exemplo seguinte para a fila 5:

$$\begin{aligned} 1-5-10-10-5-1 \dots\dots\dots 1-(5+1)-(0+1)-0-5-1 \\ = 1-6-1-0-5-1 \dots\dots\dots 161051 = 11^5 \end{aligned}$$

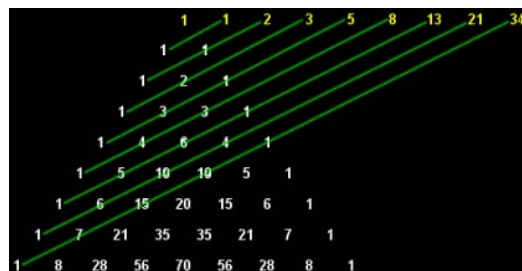
### E. O pao de "hóckey"

Calquera diagonal que comece nun extremo do triángulo, da igual a lonxitude, cumpre que a suma dos número que a forman se atopan xusto debaixo do último deles:



### F. Sucesión de Fibonacci

A serie de Fibonacci pode ser atopada tamén no triángulo de Pascal. Dividindo o mesmo segundo as liñas que mostramos no diagrama, os números atopados entre elas suman cada uno dos elementos desta sucesión:



### G. Números combinatorios

Como última propiedade mencionar que os números do Triángulo de Pascal coinciden cos números combinatorios, que veremos, máis adiante, noutro número de TETRACTIS.

### BIBLIOGRAFÍA

- [http://www.estadisticaparatodos.es/taller/triangu\\_lo\\_pascal/triangu\\_lo.html](http://www.estadisticaparatodos.es/taller/triangu_lo_pascal/triangu_lo.html)
- [http://es.wikipedia.org/wiki/Tri%C3%A1ngulo\\_de\\_Pascal](http://es.wikipedia.org/wiki/Tri%C3%A1ngulo_de_Pascal)
- [http://www.dmae.upm.es/cursosfractales/capitulo1/triangu\\_lo\\_pascal/triangu\\_lo.htm](http://www.dmae.upm.es/cursosfractales/capitulo1/triangu_lo_pascal/triangu_lo.htm)
- [http://gaussianos.com/el-triangu\\_lo-de-pascal-y-la-sucesion-de-fibonacci](http://gaussianos.com/el-triangu_lo-de-pascal-y-la-sucesion-de-fibonacci)

Sabela Rodríguez Castaño, 1º Bach. B  
Laura Seoane Santiso, 1º Bach. B

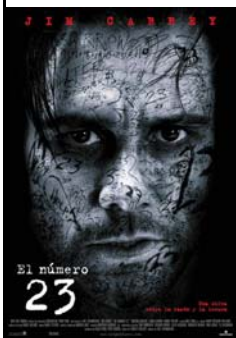
23

o número de Beckham

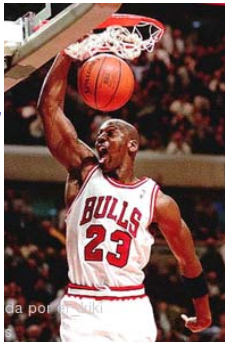
O número 23 é un número que, ultimamente, está a aparecer a miúdo e que o xogador David Beckham puxo de moda ao elixilo coma dorsal da súa camiseta nos equipos: Real Madrid e Los Angeles Galaxy; pero este número xa fora o da camiseta de Michael Jordan.



Agora aparece na película, estreada este ano, "El número 23", que lle dou fama de número enigmático; sobre todo, cando tamén aparece nas seguintes situacións: o ADN do ser humano ten 23 pares de cromosomas, a sangue tarda 23 segundo en circular polo corpo, o cromosoma 23 é o que determina o xénero, o biorritmo do home ten 23 días... e así unha morea de situacións nas que aparece o número 23.



Sen embargo, fora destas casualidades, para nos vai a ser o primeiro número primo de dúas cifras que está formado por cifras consecutivas.



Pero, serás capaz de responder a estas cuestións:

- Cantos números primos de dúas cifras consecutivas hai?
- E se consideramos as cifras en orde descendente, cantos haberá agora?
- Poderán existir números primos de tres cifras consecutivas? (Unha pista: canto suman tres números consecutivos?)
- Cantos números primos de catro cifras consecutivas hai? (¡É fácil de atopar!)
- Investiga para un número de cifras igual a cinco, seis...

Gonzalo Temperán

TodomaTeTodomaTeTodo MATE...

ACTIVIDADES DO 50 ANIVERSARIO DA FACULTADE DE MATEMÁTICAS DE SANTIAGO

Como gallo da celebración do 50 aniversario da creación da Licenciatura de Matemáticas na Universidade de Santiago de Compostela, durante o curso académico 2007/08, estase a elaborar un programa de actos para destacar e difundir a importancia da matemática nos ámbitos social, científico e tecnolóxico, familiarizando a un público amplo con ferramentas e métodos matemáticos propios de diferentes áreas de coñecemento, necesarios para entender o mundo no que vivimos, dunha forma orixinal e pouco habitual, e esperamos que amena e interesante.



MATEMÁTICAS

matemáticas

matemáticas  
TEATRO

Como parte deste programa a actividade *Matetodo Todomate* consistirá nun conxunto de obradoiros, conferencias, proxección de películas e representacións teatrais. En resumo, actividades educativas, lúdicas, didácticas e de formación dirixidas a un amplo abano de público.



Podes ver e baixar o programa de actividades de *Matetodo Todomate* na páxina web da Facultade de Matemáticas:

[www.usc.es/mate/](http://www.usc.es/mate/)