TETRACTIS
BOLETÍN DE DIVULGACIÓN MATEMÁTICA — IES MONELOS — A CORUÑA
Ano II. Boletín nº 16 Depósito legal: C 2766-2006 Febreiro, 2008

Feira Matemática

Feira Matemática 2008

Sábado, 24 de maio de 2008
PAZO DA ÓPERA
A Coruña
De 11 h a 20 h

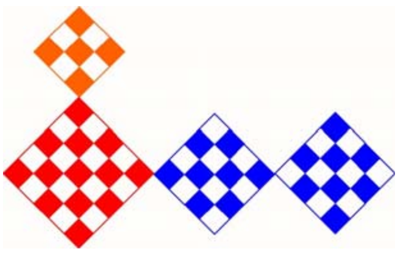
A comisión encargada pola Delegación de AGAPEMA da Coruña xa está a programar as actividades da II Feira Matemática que, este ano, ademais doutras actividades, coma o *II concurso de Fotografía Matemática,* contará cun concurso de *actividades sobre a Torre de Hércules*, para celebrar a Candidatura da Torre de Hércules a Patrimonio da Humanidade e os 800 anos da fundación da cidade da Coruña.

A Feira Matemática celebra o Día Escolar das Matemáticas (12 de maio) pero que este ano trasladamos ao sábado, 24 de maio, debido a problemas de calendario.

O tema á que se vai a dedicar este día é:

MATEMÁTICAS E MÚSICA

E tendo en conta que Pitágoras foi un precursor da música; nos queremos enlazar esta cuestión e poñer o noso gran de area no Aniversario da Fundación da Cidade



SANGAKU, *TABOÍÑAS MATEMÁTICAS*

Alicia Pedreira Mengotti

Durante un período no que Xapón atopouse illado do resto do mundo, unha modalidade de matemáticas floreceu nos templos e santuarios do país. Matemáticos afeccionados construíron teoremas xeométricos sobre elegantes táboas de madeira chamadas Sangaku (literalmente,算額 táboas matemáticas), que ofrecían como ofrenda aos deuses.

Todas as sangaku recuperadas pertencen ao período Edo (que abarca desde principios do século XVII a mediados do XIX). É destacable que fosen elaboradas por mercadores e granxeiros que estudaron matemáticas por pura diversión. Son táboas fermosamente ilustradas que conteñen a solución a un problema de xeometría; curiosamente, non inclúen a demostración da solución. Segundo o profesor Hidetoshi Fukagawa, aparentemente as táboas deixábanse como un agasallo aos deuses, pero en realidade ensinábanse e colgábanse como un reto para que outros tentasen dar coa demostración.

Unha vez rematado o illamento do país a mediados do século XIX, o Goberno estimulou o estudo da tradición matemática europea para alcanzar o nivel de desenvolvemento tecnolóxico e económico de Occidente. A tradición das sangaku desapareceu. O seu redescubrimento débese a Fukagawa, que, buscando material para avivar as súas clases, atopouse coas sangaku e decidiu estudalas en profundidade.

O primeiro paso foi aprender a descifrar os carácteres de "*Kanbun*", unha forma arcaica de xaponés que se empregaba nas taboíñas. Cantas máis sangaku descifraba, máis lle impresionaba. En 1989 publicou con Daniel Pedoe a monografía máis completa sobre as sangaku: *Japanese Temple Geometry Problems*.

Este libro describe un bo número de teoremas xeométricos occidentais que foron resoltos independentemente en Xapón. Un exemplo destacable é o teorema de Descartes que estuda o caso de tres circunferencias tanxentes exteriores entre si dous a dous, e unha cuarta circunferencia, tanxente exterior ás tres primeiras. Este resultado, que se perdeu, foi redescuberto en 1937 polo premio Nobel de Química Sir Frederic Soddy, quen o estendeu ao caso de esferas no espazo, e ata publicou na revista Nature un poema ...

alusivo, titulado “***O bico preciso***”.

Fukagawa e Pedoe atoparon que unha solución idéntica foi inscrita nunha sangaku colocada nun santuario da Prefectura de Kanagawa en 1822. O significado matemático da tradición sangaku segue sendo unha cuestión aberta. O seu contido non é moi profundo, dado que outros matemáticos xaponeses producían teoremas moito máis significativos naqueles tempos. Con todo, ensínannos que os cidadáns correntes xaponeses posuían coñecementos bastante elevados de matemáticas no período Edo, e abren cuestións acerca de como foron capaces de desenvolver estas habilidades en ausencia de academias tal e como as entendemos hoxe.

O BICO PRECISO

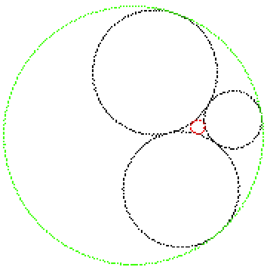
Poden bicarse os beizos, dous a dous,
sen moito calcular, sen trigonometría;
mais iai! non sucede igual na Xeometría,
pois se catro círculos tanxentes queren ser
e bicar cada un aos outros tres,
para logralo haberán de estar os catro
ou tres dentro dun, ou algún
polos tres a un tempo rodeado.
De estar un entre tres, o caso é evidente
pois tres veces son todos bicados desde fóra.
E o caso tres nun non é quimera
ao ser este un por tres veces bicado internamente.
Catro círculos chegaron a bicarse,
canto menores tanto máis curvados,
e é a súa curvatura tan só a inversa
da distancia desde o centro.
Aínda que este enigma a Euclides asombrase,
ningunha regra empírica é necesaria:
ao ser as rectas de nula curvatura
e ser as curvas cóncavas tomadas negativas,

***A SUMA DOS CADRADOS DAS CATRO CURVATURAS
É IGUALA UN MEDIO DO CADRADO DA SÚA SUMA***

Espiar das esferas
os enredos amorosos
puidéralle ao inquisidor
requirir cálculos tediosos,
pois sendo as esferas máis "corridas"
a máis dun par de pares
unha quinta entra na movida.
Emporiso, sendo signos e ceros coma antes
para bicar cada unha ás outras catro

***O CADRADO DA SUMA DAS CINCO CURVATURAS
HA DE SER O TRIPLO DAS SUMA DOS SEUS CADRADOS.***

Frederick Soddy



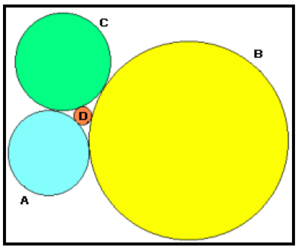
TEOREMA DE DESCARTES

Dados catro círculos de curvaturas R_a, R_b, R_c, y R_d, cada un tanxente a os outros tres, entón cúmprese que:

$$(R_a^2 + R_b^2 + R_c^2 + R_d^2) = \frac{1}{2}(R_a + R_b + R_c + R_d)^2$$

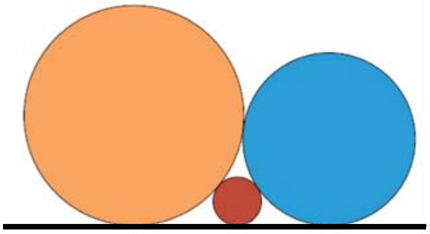
onde por definición de curvatura $R_a = \frac{1}{r_a}$, $R_b = \frac{1}{r_b}$, $R_c = \frac{1}{r_c}$ y $R_d = \frac{1}{r_d}$

sendo r_a, r_b, r_c, y r_d, os radios dos círculos tanxentes.



PROBLEMA DE SANGAKU

Coñecido problema que sobreviviu desde 1824 nunha táboa da prefectura de Gumma.



Os círculos alaranxado e azul tócanse nun só punto e son tanxentes a unha mesma recta. O pequeno círculo vermello toca a ambolosdous círculos e é tamén tanxente á mesma recta. Como son os radios dos círculos relacionados?

Tendo en conta que a liña tanxente ten curvatura cero entón teremos:

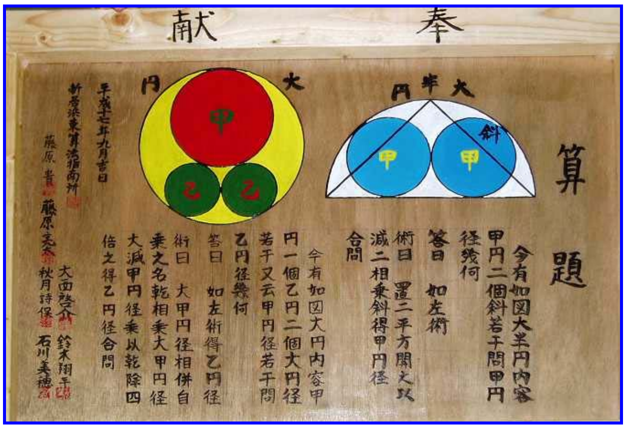
$$(R_1^2 + R_2^2 + R_3^2) = \frac{1}{2}(R_1 + R_2 + R_3)^2$$

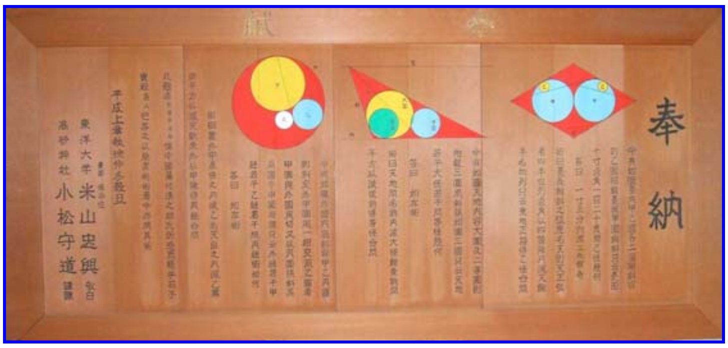
onde R_1, R_2, y R_3, son las curvaturas de los tres círculos tanxentes y por definición de curvatura: $R_1 = \frac{1}{r_1}$, $R_2 = \frac{1}{r_2}$ y $R_3 = \frac{1}{r_3}$

Solución:

$$\frac{1}{\sqrt{r_1}} = \frac{1}{\sqrt{r_2}} + \frac{1}{\sqrt{r_3}}$$

EXEMPLOS DE SANGAKUS.



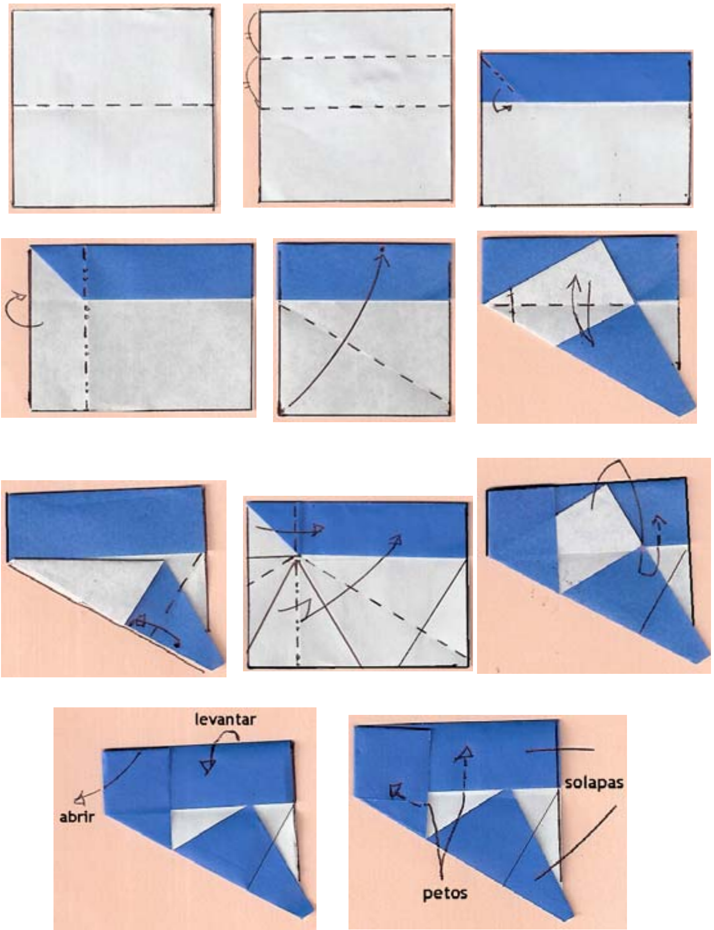


XEOMETRÍA DE PAPEL: CAIXA TRIANGULAR

Alicia Pedreira Mengotti

MATERIAL: 6 cadrados, dous de cada cor.

DIAGRAMAS:



MONTAXE:

1. O lado curto de cada peza é un peto. O lado longo é unha solapa. Inserir a solapa dunha peza no peto da outra, gardando a aleta adicional da segunda peza no interior, segundo o demostrado.
2. Meter a terceira peza sobre as dúas primeiras pondo as lingüetas restantes nos petos restantes. Introduce as dúas aletas adicionais baixo as lenguetas apropiadas para rematar a caixa triangular.

Usa a túa caixa triangular para responder ás seguintes preguntas:

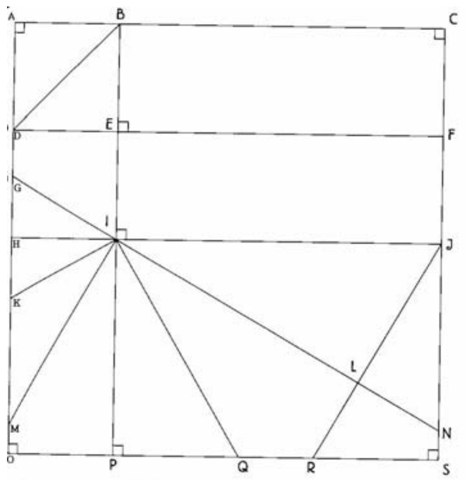
1. De que forma son os lados da caixa?
2. Qué forma ten a base da caixa?. Por que?.
3. Como é o ángulo da esquina da caixa?
   Por que o sabes?
4. ¿Cales consideras que son as características da caixa triangular?
5. Se o cadrado inicial ten 10 cm de lado, cal é a altura da caixa?. Canto mide o lado do triángulo equilátero da base?

Cos outros tres cadrados fai unha segunda caixa triangular un pouco mais pequena ou un pouco máis grande. Esta pode facer de tapa da caixa orixinal. Así a caixa é un sólido xeométrico, ¿que nome recibe? conta caras, arestas e vértices e comproba a fórmula de Euler.

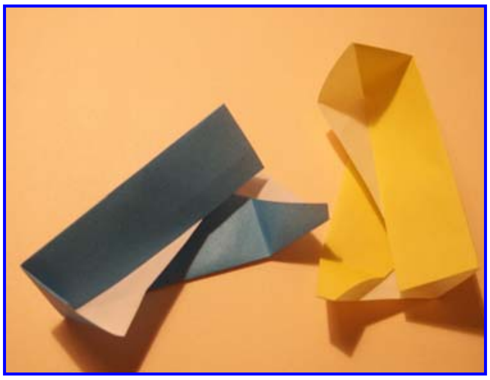
Determina a área superficial e o volume da caixa usando a medida actual ou outra arbitraria.

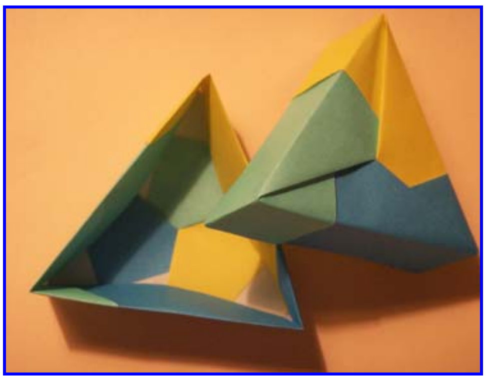
ANATOMÍA DA CAIXA:

Usa este debuxo para responder ás preguntas:



1. Estas son as marcas da unidade desdobrada.
   Cantos triángulos ves?, enumera cada un.
2. Qué clase de triángulos son?
3. Cantos rectángulos hai? Numéraos.
4. Qué outras formas ves?.
   Descríbeas e enumera algunha.



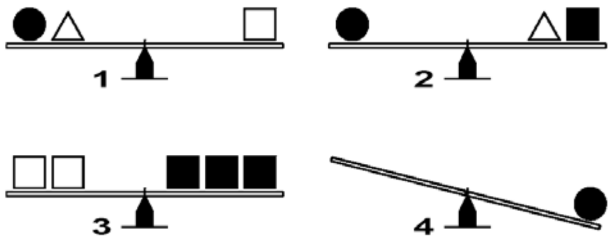


2ª XORNADA: Balanzas alxébricas

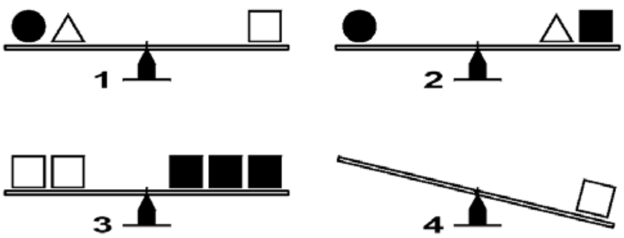
Problema 5

En ambolosdous casos, cantos triángulos serán necesarios para equilibrar a balanza?

A.

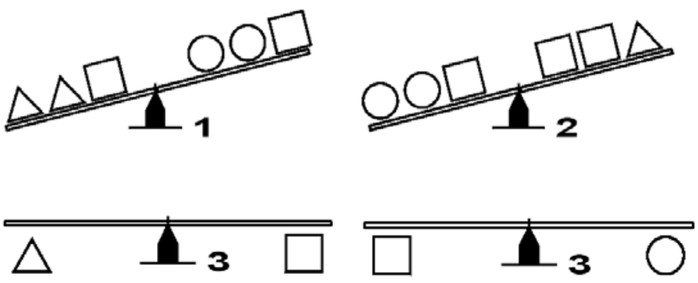


B.



Problema 6

En ambolosdous casos, indica como quedará a última balanza tras colocar cada obxecto sobre o platiño que ten enriba. Xustifica se de inclinará á esquerda, a dereita ou se equilibrará.



Cuestión C　　Cuestión D

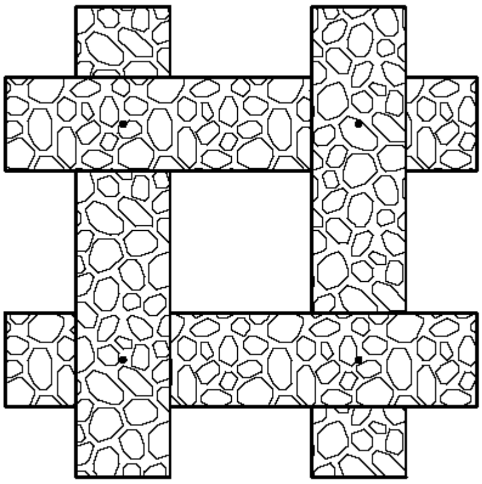
3ª XORNADA

Problema 7: Número de páxinas dunha revista

Nunha revista, ao arrincar a folla que comprende as páxinas 21 e 22, sóltanse tamén a 83 e 84. Cantas páxinas ten a revista?

Problema 8: Tiras de cartón

Colocamos sobre unha mesa catro tiras de cartón de 10 cm de longo por 2 cm de ancho de maneira que se solapan perpendicularmente tal e coma indica a figura. Cal é en centímetros cadrados a superficie exacta do anaco de mesa cuberto polas tiras?



Problema 9: Mal uso da calculadora

Unha alumna quere verificar coa súa calculadora o resultado da operación:

$$\frac{(a+b)}{c}$$

Sabe que é 15. Pero, esquécese de teclear os parénteses e obtén 21 na pantalla. Vendo que se equivocou, decide inverter a e b e calcula:

$$\frac{(b+a)}{c}$$

Pero, de novo, esquece os ditos paréntes e obtén 24. Cales eran os números a, b e c?

Colectivo Frontera