TETRACTYS

$1+2+3+4=10$

BOLETÍN DE DIVULGACIÓN MATEMÁTICA — IES MONELOS — A CORUÑA

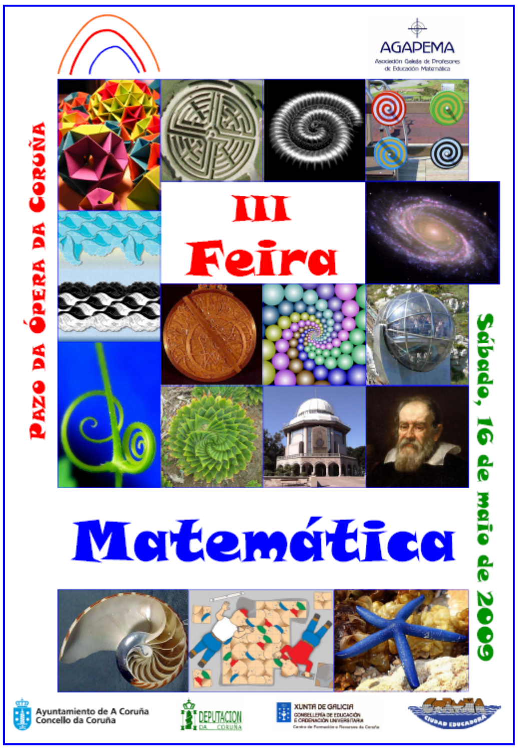
Ano III. Boletín nº 31 · *Depósito legal: C 2766-2006* · *Febreiro, 2009*

X DÍA ESCOLAR DAS MATEMÁTICAS

Feira Matemática 2009

Celébrase para conmemorar o nacemento do matemático catalán Pedro Puig Adam, que naceu en Barcelona o 12 de maio de 1900. Este ano será baixo o lema:

A CIDADE E AS MATEMÁTICAS



A Exposición

O ROSTRO HUMANO DAS MATEMÁTICAS

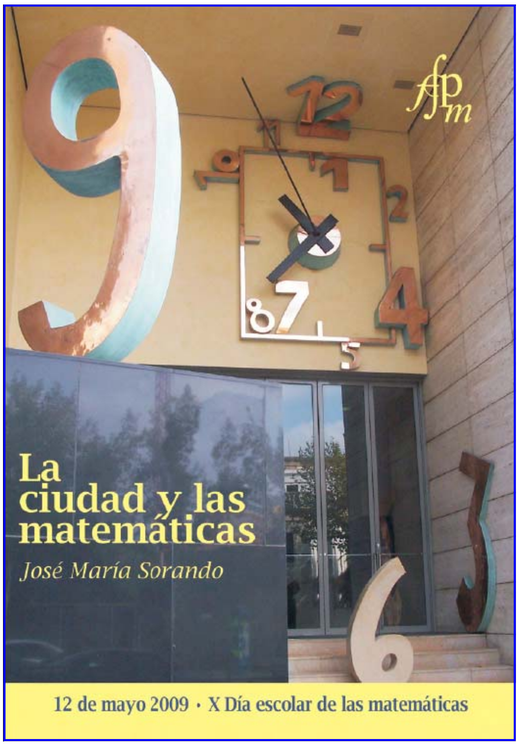
no IES Monelos (A Coruña)

PAZO DA ÓPERA

A CORUÑA

Sábado, 16 de maio de 2009

De 11:00 a 19:00 horas



O termo logaritmo débese ao suízo **Jorst Bürgi** e o seu significado é *numero para o calculo*. John Napier publicou as primeiras táboas de logaritmos para o seno e o coseno dun ángulo con intervalos de 1′ e 7 cifras.

O logaritmo en ***base a*** dun numero N e o expoñente ao que hai que elevar un ***numero a*** para que de N.

$$x = \log_a N \iff N = a^x$$

A idea clave que tivo John Napier para publicar as súas táboas de logaritmos foi a seguinte: traballar cos expoñentes das potencias e máis doado.
Observouno coa táboa das 30 primeiras potencias de 2.

$2^0 = 1$; $2^1 = 2$; $2^2 = 4$; $2^3 = 8$; $2^4 = 16$; $2^5 = 32$; $2^6 = 64$; $2^7 = 128$; $2^8 = 256$; $2^9 = 512$; $2^{10} = 1024$; $2^{11} = 2048$; $2^{12} = 4096$; $2^{13} = 8192$; $2^{14} = 16384$; $2^{15} = 32768$; $2^{16} = 65536$; $2^{17} = 131072$; $2^{18} = 262144$; $2^{19} = 524288$; $2^{20} = 1048576$; $2^{21} = 2097152$; $2^{22} = 4194304$; $2^{23} = 8388608$; $2^{24} = 16777216$; $2^{25} = 33554432$ $2^{26} = 67108864$; $2^{27} = 134217728$; $2^{28} = 268435456$ $2^{29} = 536870912$

Agora calculamos:

$$32768 \cdot 16384 = 2^{15} \cdot 2^{14} = 2^{15+14} = 2^{29} = 536870912$$

$$268435456 : 1048576 = 2^{28} : 2^{20} = 2^{28-20} = 2^8 = 256$$

$$512^3 = (2^9)^3 = 2^{9\cdot 3} = 2^{27} = 134217728$$

Vese que grazas a traballar cos expoñentes da potencia solo tivemos que facer una suma no caso do produto e una diferenza no caso da división. De non traballar cos expoñentes teríamos que pasar un bo anaco operando.

De todas as posibles bases, as que se empregan máis a miúdo son: a base 10 (***logaritmos decimais, log N***) e a base e (***logaritmos naturais ou neperianos, lnN***)

Os logaritmos, na actualidade, perderon gran parte da súa utilidade no cálculo numérico debido as novas tecnoloxías, pero aínda así son moi prácticos para aplicacións no medio físico coas *escalas logarítmicas.*

APLICACIÓN DOS LOGARITMOS

A ESCALA DE RICHTER mide a intensidade dos terremotos.
Mídese a enerxía liberada nun terremoto, mediante a amplitude máxima das ondas que se rexistran no sismógrafo. Dado que chega a haber diferenzas enormes entre uns e outros casos, defínese a magnitude M do sismo empregando logaritmos:

$$\log E = 11{,}8 + 1{,}5M$$

onde M e a magnitude do terremoto na escala Richter (de 0-10) e E a enerxía liberada expresada en ergos.

TÁBOA DE MAGNITUDES DA ESCALA E UN COMPARATIVO DA ENERXÍA LIBERADA

MAGNIT. RICHTER	EQUIVALENCIA DA ENERXÍA TNT	REFERENCIAS
-1,5	1 gramo	Rotura dunha rocha nunha mesa de laboratorio
1,0	170 gramos	Pequena explosión nun sitio de construcción
1,5	910 gramos	
2,0	6 kilogramos	
2,5	29 kilogramos	
3,0	181 kilogramos	
3,5	455 kilogramos	Explosión dunha mina
4,0	6 toneladas	
4,5	32 toneladas	Tornado promedio
5,0	199 toneladas	
5,5	500 toneladas	Terremoto de Little Skull Mountain, Nevada ,1992
6,0	1.270 T	Terremoto de Double Spring Flat, Nevada , 1994
6,5	31.550 T	Terremoto de Northridge, California ,1994
7,0	199.000 T	Terremoto de Hyogo-Ken Nanbu, Japón, 1995
7,5	1.000.000 T	Terremoto de Landers, California, 1992
8,0	6.270.000 T	Terremoto de San Francisco, California, 1906
8,5	31,55 mill. de T	Terremoto de Anchorage, Alaska, 1964
9,0	200 millones de T	Terremoto de Chile, 1960
10,0	6.300 mill. de T	Falla de tipo San Andrés
12,0	1 billón de T	Fractura da Terra polo centro Cantidade de enerxía solar recibida diariamente na

PH DUNHA DISOLUCIÓN

O ph é a concentración de ións de hidróxeno nunha disolución química. O numero de ións da concentración ven dado en potencias de base 10: 10^{-1}, 10^{-2}, ... 10^{-14}.

O ph é o numero oposto a ese expoñente, é dicir, o oposto do logaritmo.

O ph mide o carácter ácido ou básico dos xabóns, locións, champús, etc. Con ph=7 dise que é unha disolución neutra e adoita recomendarse por non ser agresivo coa pel e o cabelo. Un ph menor de 7 corresponde a unha disolución ácida e se é superior a 7, a unha disolución básica.

ESCALA PARA A MEDICIÓN DA INTENSIDADE DO SON.

A presión do son, que chega ata os nosos oídos, mídese en pascais. O intervalo de son que pode percibir o ser humano oscila entre 0,00002 e 100 pascais (umbral de dor), é un intervalo tan amplo que resulta poco manexable, polo que se adoita usar unha *escala logarítmica* expresada en decibelios desde 0 a 180 db.

Os logaritmos tamén se empregan para medir as radiacións solares, magnitudes aparentes das estrelas…

Alejandro Cangado Fernández, 1º Bach B

MATEMÁTICAS EN BOTÁNICA

As civilizacións antigas preguntáronse acerca do universo e descubriron que todo ten unha finalidade, un proceso de evolución...
A natureza, o universo como ensinou Pitágoras, tiña unha explicación nos números.

Todo feito xeométrico corresponde a unha lei aritmética.
A natureza parece nalgúns casos seguir o comportamento de relacións matemáticas como a serie de Fibonacci ou o número áureo; é abraiante e por momentos asusta...¿todo segue unha regra numérica?

En case todos os elementos da natureza podemos atopar curiosamente o número áureo (no crecemento das plantas, das piñas, na distribución das follas nun tallo...).

O número áureo (*sección áurea ou divina proporción*) (*Ver TETRACTIS nº 29*) representado pola la letra grega Φ é un número irracional con moitas propiedades interesantes e que foi descuberto na antigüidade, non como *unidade*, senón como *proporción ou relación*.

Outro concepto importante é a sucesión de Fibonacci: unha serie de números enteiros, que comezando pola unidade, cada termo é a suma dos seus dous números anteriores. Polo tanto, sería así:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233...

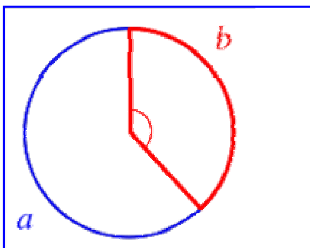
Estes números atópanse de maneira significativa na natureza.

Esta sucesión está relacionada tamén co número áureo, xa que se dividimos un número da serie entre o que lle precede obtemos un número que se aproxima ao número de ouro, tanto máis canto maior é o número da secuencia escollida. En poucas palabras isto quere dicir que o límite dos cocientes de termos da sucesión de Fibonacci é Φ. Matematicamente expresarase así:

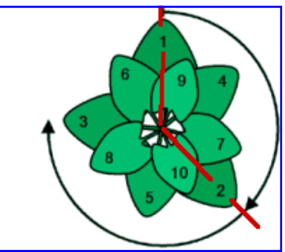
$$\lim_{n\to\infty} \frac{F(n+1)}{F(n)} = \Phi$$

DISPOSICIÓNS DOS PÉTALOS NAS FLORES: O ÁNGULO DE OURO

Chámase *ángulo de ouro* ao ángulo máis pequeno resultante de dividir unha circunferencia en dous ángulos de modo que o cociente entre os dous sexa Φ. Se calculamos o seu valor, este sería aproximadamente 137.51º ou 2.399963 radiáns. O ángulo dourado aparecería nalgunhas formacións naturais asociadas a formas circulares; especialmente na disposición dos pétalos de certas flores, e particularmente nos xirasoles, nos que as sementes alíñanse formando unha espiral de Fermat, baseada na secuencia de Fibonacci.



O ángulo de ouro (en vermello)



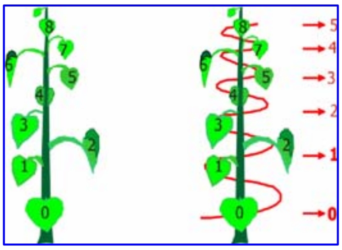
O ángulo de ouro na disposición de pétalos dunha flor.

NÚMERO DE PÉTALOS NAS FLORES

Como observamos nestes exemplos de flores, o nº de pétalos seguen os números da sucesión de Fibonacci.

DISTRIBUCIÓN DAS FOLLAS NUN TALO.

Ao examinar os talos das plantas, podemos ver que, na maioría delas, as follas desenvólvense ao redor do talo formando unha espiral. Se fixamos a nosa atención nunha folla da base do talo, asignámoslle o *número cero* e posteriormente contamos cantas follas hai no talo até situarnos verticalmente sobre a folla *cero*, en xeral conseguimos un termo da sucesión de Fibonacci.



Se novamente fixamos a nosa atención no talo, e contamos cantas voltas démoslle antes de obter a superposición das follas, novamente obtense un número da sucesión de Fibonacci (no noso exemplo temos oito follas e damos cinco voltas).

XIRASOLES

21 espirais	34 espirais (marcada una de cada dos)	55 espirais (marcada una de cada cinco)

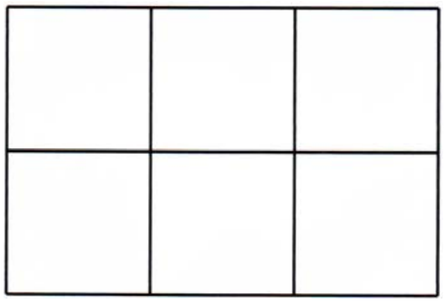
Nas fotos pódese observar a aparición dalgúns termos da sucesión de Fibonacci no número de espirais formadas polas pipas dun xirasol.

Carlota Rey Casal
1º Bach. B

VIDREIRAS MATEMÁTICAS

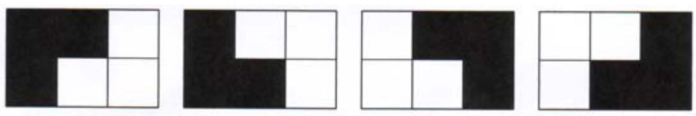
PROBLEMA 5. VENTÁ RECTANGULAR

Detrás dunha boa reixa sóese escudar sempre unha recia ventá con madeira nobre e vistosos cristais. A nosa empresa, líder no seu xénero, ofrécella a posibilidade de modernizar as súas vetustas ventás sen apenas obra. Fabricamos o armazón a medida e listo para encastar no seu marco correspondente. Presentámoslles aquí o noso produto estrela, o versátil armazón 3x2, que poderá instalar en calquera orientación e, ademais, coa posibilidade de esmaltar a gusto calquera dos seus vidros.



Segundo o número de cristais esmaltados queremos saber, ***cantos tipos de armazóns 3x2 distintos debe fabricar esta empresa para ser fidedigna coa súa publicidade?***

Recorda que, como se poden instalar en calquera orientación, non contan como distintos os casos que so se diferencien nun xiro, unha simetría ou unha rotación.



Por exemplo, aquí ves catro formas de representar un mesmo armazón con tres cristais esmerilados:

A. Cantos tipos de armazóns distintos fabrica a empresa con cristais esmaltados?

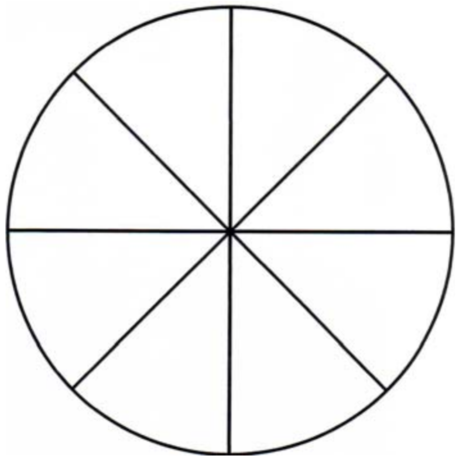
B. E, con tres cristais esmaltados?

PROBLEMA 6: VENTÁ CIRCULAR

Para ventás redondas construímos tamén armazóns circulares divididos en oito sectores onde se instalan os cristais, esmaltados ou non, ao gusto do cliente.

C. E, coma antes, agás xiros, simetrías e rotacións, cantos tipos de armazóns circulares fabrica a empresa con catro cristais esmaltados?

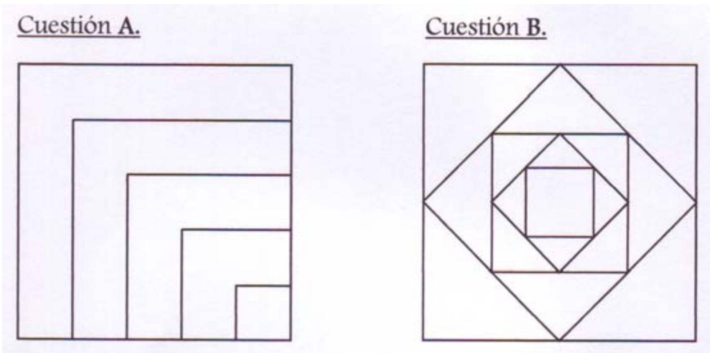
D. E, con cinco cristais esmaltados?



ENREIXADOS MATEMÁTICOS

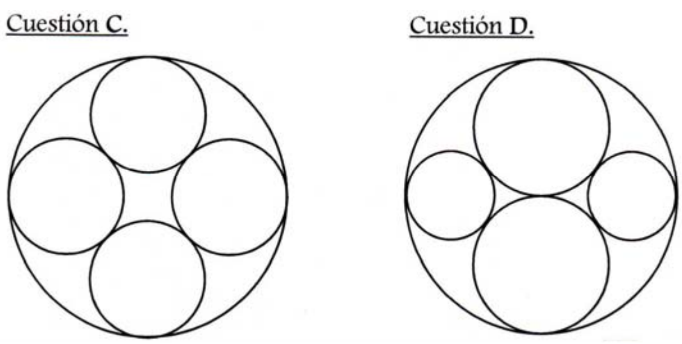
PROBLEMA 10: CON CINCO CADRADOS

Para dúas ventás cadrados de dous metros de lado queremos forxar estas dúas reixas. Prescindindo do grosor dos empalmes e das soldaduras, calcula a lonxitude dos barrotes de ferro necesaria para cada unha delas.



PROBLEMA 11: CON CINCO CÍRCULOS

Analogamente, a lonxitude dos barrotes de ferro destas dúas reixas destinadas a dúas ventás circulares de dous metros de diámetro.



Colectivo Fronteira