

VII CONCURSO CANGURO MATEMÁTICO 2000

NIVEL 5: 1º DE BACHILLERATO LOGSE Y 3º B.U.P.

No se permite el uso de calculadoras. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderán si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no puntúan. Inicialmente tienes 30 puntos. Tiempo : 1h15min

Los problemas 1 a 10 valen 3 puntos cada uno.

1 La Liebre de Marzo siempre miente de Lunes a Miércoles. Dice la verdad los demás días de la semana. Un día se encuentra a Alicia y dice:

- i) "Ayer mentí"
- ii) "Pasado mañana mentiré durante dos días seguidos"

Después de una cierta meditación lógica, Alicia deduce que encontró a la Liebre de Marzo:

- A) el Lunes B) el Martes C) el Miércoles D) el Jueves E) el Viernes

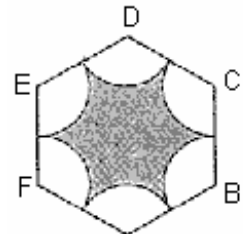
2 El número $\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^{2000} \cdot \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{2000}$ es igual a :

- A) $\frac{5^{2000}-1}{4}$ B) $\frac{5^{2000}+1}{4}$ C) 4^{1000} D) 1 E) $\left(\frac{\sqrt{5}}{4}\right)^{2000}$

3 Jimmy tiene 9 cuadrados del mismo tamaño. Tres de ellos son blancos, tres son azules y tres son rojos. ¿ De cuántas maneras distintas se pueden disponer en una tabla 3x3 de modo que cada fila y cada columna contengan cuadrados de los tres colores?

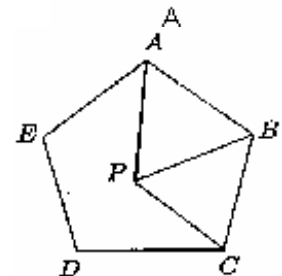
- A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

4 ABCDEF es un hexágono regular. Con centro en sus vértices se construyen seis círculos mutuamente tangentes, de radios iguales (ver la figura). Si el perímetro del hexágono ABCDEF es igual a 36, ¿Cuál es el perímetro de la parte oscura?



- A) 15π B) 12π C) 9π D) 6π E) 3π

5 En la figura, ABCDE es un pentágono regular y ABP es un triángulo equilátero. ¿Cuál es la medida del ángulo $\angle BCP$?



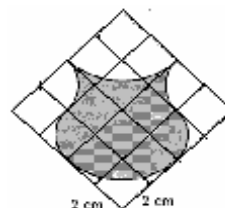
- A) 45° B) 54° C) 60° D) 66° E) 72°

6 El número de personas que hay en una habitación coincide con la media de sus edades. Una persona de 29 años entra en la habitación, pero, después de eso, sigue ocurriendo lo mismo: el número de personas que hay en la habitación es igual a la media de sus edades. ¿Cuántas personas había inicialmente en la habitación?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

- 7 Si el retículo de la figura está formado por cuadrados 2cm X 2cm, ¿cuál es el área de la región sombreada limitada por arcos de círculo?

A) 32 B) 28 C) 24 D) 20 E) 16



- 8 El polinomio $p(x) = x^5 + bx + c$ tiene coeficientes enteros y $p(3)=0$. Entonces c no puede ser

A) 10 B) 12 C) 15 D) 36 E) 9

- 9 ABCDEF es un hexágono regular. P y Q son los puntos medios de AB y EF, respectivamente. ¿ Cuánto vale la razón $\frac{\text{Área (APQF)}}{\text{Área (ABCDEF)}}$?

A) 5 : 36 B) 1 : 6 C) 5 : 24 D) 1 : 4 E) 5 : 18

- 10 Supongamos que $s_n = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - \dots + (-1)^{n-1} n$, siendo n un entero positivo. Entonces $s_{1999} + s_{2000}$ es:

A) negativo B) 0 C) 1 D) 2 E) 20

Los problemas 11 a 20 valen 4 puntos cada uno.

- 11 Un cuadrilátero puede tener cuatro ángulos rectos. ¿Cuál es el mayor número de ángulos rectos que puede tener un octógono (8 lados)?

A) 8 B) 6 C) 4 D) 3 E) 2

- 12 Alberto, Benito y Carlos ponen dinero en un juego en la proporción 1:2:3. Después del juego, se reparten el dinero que han puesto en la proporción 4:5:6. ¿ Qué sucedió?

A) Alberto y Benito perdieron, Carlos ganó. B) Alberto y Carlos ganaron, Benito perdió.
C) Alberto ganó, Carlos perdió y Benito no ganó ni perdió.
D) Alberto perdió, Carlos ganó y Benito ni ganó ni perdió E) Ninguna de las anteriores

- 13 Juana tiene que resolver 40 preguntas. Su madre le ofrece 1/2 Euro por cada pregunta que contesta correctamente, pero Juana debe pagar 1 Euro por cada contestación incorrecta. Después de contestar a todas las preguntas, Juana recibe 2 Euros de su madre. ¿ Cuántas preguntas contestó correctamente?

A) 25 B) 26 C) 27 D) 28 E) 29

- 14 María tiene una caja rectangular llena de terrones de azúcar. Se come la capa superior, que tiene 77 terrones. Luego se come una de las capas laterales, lo que supone 55 terrones. Finalmente se come la capa frontal. ¿Cuántos terrones quedan en la caja?

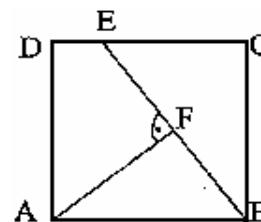
A) 203 B) 256 C) 295 D) 300 E) 350

- 15 Cuando Lucy se sube a la báscula marca 67 kg. Cuando Polly se sube a la misma báscula, marca 59 kg. Cuando ambas se suben juntas a la misma báscula, marca 131 kg. Sólo entonces se dan cuenta que la flecha que señala los números está doblada. ¿Cuánto pesa realmente Lucy?

A) 54 kg B) 62 kg C) 64 kg D) 70 kg E) 72kg

16 ABCD es un cuadrado. Hallar la longitud del segmento EC si AF es 4 y FB es 3

- A) 3,80 B) 3,65 C) 3,85 D) 3,75 E) Imposible hallarlo

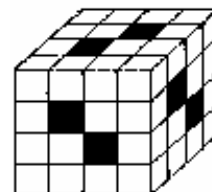


17 Los enteros positivos a y b , ($a > b$), no tienen divisores comunes mayores que 1, y $ab=300$. ¿Cuántos pares (a, b) distintos satisfacen esas condiciones?

- A) 1 B) 3 C) 4 D) 9 E) 18

18 Tenemos un cubo $4 \times 4 \times 4$ formado por 64 cubos $1 \times 1 \times 1$. Hacemos seis agujeros de tamaño $4 \times 1 \times 1$ atravesando el cubo grande como se indica en la figura. ¿Cuántos cubos $1 \times 1 \times 1$ quedan del cubo inicial?

- A) 40 B) 42 C) 44 D) 46 E) 50



19 Se consideran los puntos $A(-2, -1)$ y $B(2, 2)$ en el plano cartesiano. Si $C(x, 1)$ es un punto tal que $|AC| + |CB|$ es mínima, entonces x vale

- A) 5/4 B) 3/4 C) 2/3 D) 1 E) 4/3

20 El número $6pqqppq$ es múltiplo de 18; si borramos la primera y la última cifra, se convierte en un múltiplo de 6. La cifra p vale:

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 0

Los problemas 21 a 30 valen 5 puntos cada uno

21 Sobre la recta numérica coloreamos los números enteros con dos colores, rojo y azul. Si un entero es rojo, entonces el entero a distancia cinco, por la derecha, es azul. Si un entero es azul, entonces el entero a distancia cinco por la izquierda es rojo. ¿Cuántas coloraciones distintas de este tipo existen?

- A) 1 B) 25 C) 32 D) 256 E) Infinitas

22 Un punto se mueve por los lados del cuadrado ABCD con velocidad constante (ABCDABCD...). Un segundo punto se mueve por la diagonal AC, yendo y viniendo, a la misma velocidad (ACACAC...). En un cierto momento ambos están en el vértice A. ¿Cuál de las siguientes proposiciones es verdadera?

- A) Se volverán a encontrar en A
B) Se encontrarán de nuevo en A, pero sólo si el lado del cuadrado es $\sqrt{2}$
C) Nunca se volverán a encontrar.
D) Se encontrarán de nuevo en C
E) Se encontrarán de nuevo en C, pero sólo si el lado del cuadrado es π

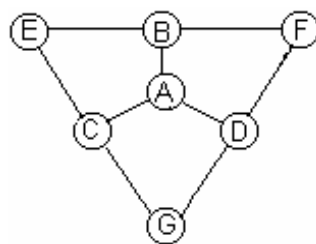
23 Cuatro gatos, Bill, Tom, Minnie y Liz fueron a cazar ratones. Tom y Liz juntos cazaron tantos ratones como Minnie y Bill. Bill cazó más ratones que Minnie. Bill y Liz juntos cazaron menos ratones que Tom y Minnie juntos. ¿Cuántos ratones cazó Minnie, si Tom cazó 3?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

24 Hay once árboles plantados en línea recta, equidistantes. El Canguro está en el primer árbol. Puede saltar de un árbol a otro si son contiguos o si entre ellos hay otro árbol. Si el Canguro se mueve sólo en un sentido, ¿de cuántas maneras distintas puede llegar al undécimo árbol?

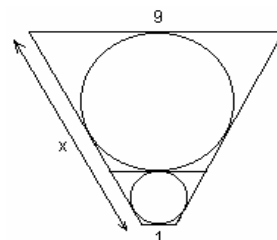
- A) 80 B) 84 C) 87 D) 89 E) 91

- 25** Los números naturales de 1 a 7 están situados en las posiciones A, B, C, D, E, F, G de la figura de modo que la suma de los números en cada uno de los tres cuadrángulos es 15. ¿Cuál es el número situado en A?



- A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

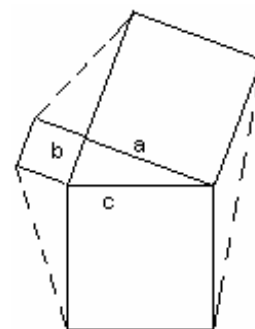
- 26** Si el radio del círculo grande es tres veces el radio del pequeño, entonces el valor de x en la figura es



- A) 9 B) 8 C) $6\sqrt{3}$ D) $6\sqrt{2}$ E) 7,5

- 27** A partir de la figura del teorema de Pitágoras se obtiene un hexágono uniendo los vértices exteriores (ver la figura). El área del hexágono vale :

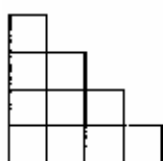
- A) $ab + \frac{5}{2}(a^2 + b^2)$ B) $2ab + \frac{3}{2}(a^2 + b^2)$ C) $\frac{3}{2}ab + 2(a^2 + b^2)$
 D) $2(ab + a^2 + b^2)$ E) $\frac{5}{2}ab + 2(a^2 + b^2)$



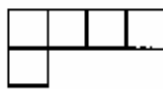
- 28** Pedro y María apuestan sobre el resultado del lanzamiento de una moneda. Cada uno ha depositado 20 caramelos. El primero que acierte el resultado de 10 lanzamientos ganará los 40 caramelos depositados. Cuando Pedro ya ha ganado en 7 lanzamientos y María en 9, deciden repartirse los caramelos proporcionalmente a sus respectivas probabilidades de ganar. ¿Cuántos caramelos se llevará María?

- A) 20 B) 25 C) 30 D) 32 E) 35

- 29** Las tres figuras muestran el mismo "castillo" construido con cubos de madera, visto de frente, desde arriba y desde la izquierda. ¿Cuántos cubos se han utilizado para construir el "castillo"?



Visto de frente



Visto desde arriba



Visto desde la izq.

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

- 30** La suma de las raíces del conjunto de ecuaciones dado por la igualdad $\left|1 - |x| - 5\right| = 6 - \frac{x^2}{3}$ es:

- A) 6 B) 4 C) 2 D) 0 E) otro valor