



VIII CONCURSO CANGURO MATEMÁTICO 2001



Nivel 6 (C.O.U. y 2º de Bachillerato Logse)

Día 22 de marzo de 2001. Tiempo : 1 hora y 15 minutos

No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

Los problemas 1 a 10 valen 3 puntos cada uno.

1 D(a, b) es el máximo común divisor de a y b. Sea m un entero positivo tal que $D(m, 35) > 10$. ¿Cuál de las siguientes proposiciones es cierta:

- A) m tiene al menos tres cifras
- B) m tiene que ser múltiplo de 35
- C) m tiene que ser divisible por 15
- D) m tiene que ser divisible por 25
- E) m tiene que ser divisible por 5 ó por 7, pero no por ambos

2 ¿Cuál es el máximo número de esferas sólidas de radio 1 cm que se pueden meter en una caja cúbica de volumen 64 cm^3 ?

- A) 8
- B) 16
- C) 32
- D) 64
- E) 128

3 Si $\log_2 10 = t$, entonces $\log_{10} 2$ es igual a:

- A) 2 t
- B) $\frac{t}{2}$
- C) 5 t
- D) $\frac{t}{5}$
- E) $\frac{1}{t}$

4 ¿Cuántos números naturales no primos, menores que 1000, tienen la suma de sus cifras igual a 2?

- A) 2
- B) 4
- C) 6
- D) 7
- E) Otra respuesta

5 ¿Cuál es la probabilidad de que un número de 3 cifras, elegido al azar, sea par y mayor que 399?

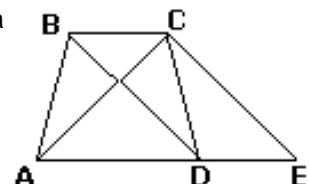
- A) $\frac{1}{2}$
- B) $\frac{1}{3}$
- C) $\frac{1}{6}$
- D) $\frac{2}{3}$
- E) $\frac{1}{9}$

6 $\frac{\overbrace{9999999999999999}^{18 \text{ nueves}}}{\underbrace{999999999}_{9 \text{ nueves}}} - 1 =$

- A) 9^9
- B) $9^9 - 1$
- C) 9^{10}
- D) 10^9
- E) 10^{10}

7 En la figura, BC es paralela a AE y BD es paralela a CE. Sea x el área del cuadrilátero ABCD, e y el área del triángulo ACE. Entonces:

- A) x=y
- B) x=2y
- C) y=2x
- D) imposible saber la relación entre x e y
- E) otra respuesta



8 El número de cuaternas (x, y, z, t) de enteros positivos, tales que $x < y < z < t$ y que son soluciones de la ecuación $xyzt - 1 = 2001$ es :

- A) 10
- B) 7
- C) 6
- D) 4
- E) 1

- 9 Dos ciclistas parten del mismo punto a las 14h 10m . El primero va hacia el Norte a 32 km/h, y el segundo hacia el Este, a 24 km/h. Entonces, la distancia entre ellos es de 130 km a las
- A) 16h 10m B) 16h 20m C) 17h 10m D) 17h 25m E) 17h 35m

- 10 José tiene 100 ratones, cada uno de los cuales es blanco o gris. Al menos uno de ellos es gris, y de cada 7 ratones, al menos 4 son blancos. ¿Cuál es el mayor número posible de ratones grises de José?
- A) 1 B) 3 C) 4 D) 93 E) 99

Los problemas 11 a 20 valen 4 puntos cada uno.

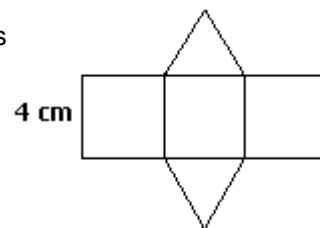
- 11 Dos círculos S_1 y S_2 , de radios distintos, son tangentes exteriores, y también son tangentes a una recta r . ¿Cuál de las siguientes proposiciones es cierta?

- A) No existe ningún círculo tangente a S_1 , S_2 y r
 B) Hay solamente 1 círculo tangente a S_1 , S_2 y r
 C) Hay exactamente 2 círculos tangentes a S_1 , S_2 y r
 D) Hay exactamente 4 círculos tangentes a S_1 , S_2 y r
 E) Ninguna de las 4 proposiciones anteriores es cierta



- 12 La figura muestra el desarrollo de un prisma formado por tres cuadrados de lado 4 cm y dos triángulos equiláteros. ¿Cuál es el volumen del prisma?

- A) $16\sqrt{3} \text{ cm}^3$ B) 32 cm^3 C) $\frac{64}{3} \text{ cm}^3$ D) $32\sqrt{3} \text{ cm}^3$ E) 64 cm^3



- 13 En Bruselas, 16 tabletas de chicle cuestan tantos euros como tabletas se compran por 1 euro. ¿Cuántos céntimos vale cada tableta? (1 euro = 100 céntimos)

- A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 25

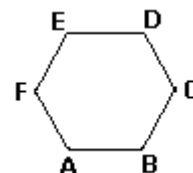


- 14 Sea 1,4,9,16,... la sucesión de los cuadrados de los enteros positivos. El número 10^8 es un término de esta sucesión. ¿Cuál es el siguiente?

- A) $(10^4+1)^2$ B) $(10^8+1)^2$ C) $(10^5)^2$ D) $(10^8)^2$ E) $(10^4)^2 + 1$

- 15 ABCDEF es un hexágono regular. Entonces $\vec{BC} - \vec{AD} + 2 \cdot \vec{AF}$

- A) \vec{AA} B) \vec{CA} C) \vec{FD} D) \vec{FB} E) \vec{CE}

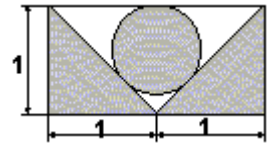


- 16 Al final de la Primera vuelta de un grupo de la Liga de campeones, cada equipo ha jugado contra cada uno de los demás exactamente una vez, y la clasificación es : A, 7 puntos; B, 4 puntos; C, 3 puntos; D, 3 puntos. (Cada partido ganado vale 3 puntos, y cada partido empatado, 1 punto) ¿Cuál fué el resultado del partido entre A y D?

- A) ganó A B) Empataron C) ganó D
 D) depende del resultado de A contra B E) depende del resultado de A contra C

17 ¿Cuál es el área de la parte sombreada?

- A) 1 B) $\pi + 1$ C) $\frac{\pi}{4} + 1$ D) $\pi(3 - 2\sqrt{2}) + 1$ E) $\pi\frac{\sqrt{2}}{2} + 1$



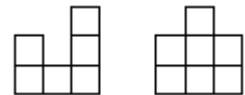
18 La hipotenusa de un triángulo rectángulo es 0,9 cm, y las longitudes de sus catetos son p cm y q cm, respectivamente. ¿Cuál de los siguientes números es el más pequeño?

- A) $p^2 + q^2$ B) $(p+q)^2$ C) 0,9 D) $p + q$ E) pq

19 En la figura se ve una construcción hecha con cubos, desde la izquierda y desde el frente, respectivamente.

¿Cuál es el máximo número de cubos usados?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16



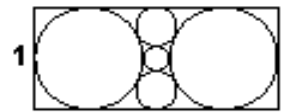
20 Un triángulo equilátero CDE se dibuja exteriormente al cuadrado ABCD. ¿Cuánto mide el ángulo $\angle AEC$?

- A) 30° B) 36° C) 45° D) 54° E) 60°

Los problemas 21 a 30 valen 5 puntos cada uno.

21 La longitud del lado más largo del rectángulo de la figura es:

- A) $-2 + \sqrt{5}$ B) $\frac{-2 + \sqrt{5}}{2}$ C) 2,5 D) $\sqrt{5}$ E) $2\sqrt{5}$



22 Las casillas cuadradas del tablero 43 x 43 se colorean con los cuatro colores 1, 2, 3 y 4, en la forma indicada en la figura. ¿Qué color se utiliza más que los otros tres?

- A) el 1 B) el 2 C) el 3 D) el 4 E) ninguno (todos por igual)

1	2	3	4	1	2	...	
2	3	4	1	2	3	...	
3	4	1	2	3		...	
4	1	2	3			...	
1	2	3				...	
2	3					...	
						...	
...
						...	

23 Para el entero n calculamos la suma de sus cifras; luego hallamos la suma de las cifras del número así obtenido, y así sucesivamente, hasta obtener un número de una sola cifra, que representaremos con $\ell(n)$. El número $\ell(2001^{2001})$ es igual a:

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

24 ¿Cuántos pares de cifras, de entre los siguientes : 00,11,22,...,88,99 pueden ser las dos últimas cifras de un cuadrado perfecto?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) más de 4

25 Sean m y n dos enteros positivos tales que $\log(m) \cong 12,3$ y $\log(n) \cong 15,4$.
 ¿Cuántas cifras tiene el producto $m \cdot n$?

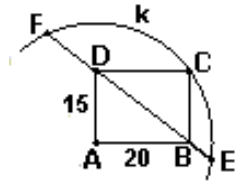
- A) 15 B) 16 C) 27 D) 28 E) 189

26 Dos hombres y dos muchachos quieren cruzar un río usando un pequeño bote, que sólo puede llevar a 2 muchachos o a 1 hombre. ¿Cuál es el menor número de veces que debe cruzarse el río para pasar a las 4 personas de una orilla a otra?

- A) 3 B) 5 C) 9 D) 11 E) 13

27 Si $ABCD$ es un rectángulo y k es un círculo de centro A , que pasa por C , ¿cuál es la longitud de la cuerda EF ?

- A) 50 B) $2\sqrt{20 \times 25}$ C) $2\sqrt{37 \times 13}$ D) 44 E) 25



28 ¿Cuál es la suma del numerador y el denominador del resultado de la siguiente operación, si ambos son primos entre sí?

$$\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{2001^2}\right)$$

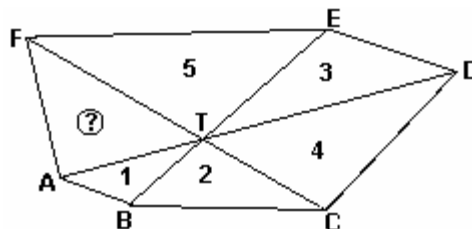
- A) 2001 B) 3002 C) 4003 D) 5002 E) 6001

29 El tío Benito ha cogido varios peces. Da los tres más grandes a su perro, reduciendo el peso total de su pesca en un 35%. Después da los tres más pequeños a su gato, reduciendo el peso total del pescado restante en $5/13$. La familia cena el pescado que queda.
 ¿Cuántos peces pescó Benito?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12



30 Las diagonales AD, BE, CF del hexágono convexo $ABCDEF$ pasan por el punto T . En la figura se indican las áreas de casi todos los triángulos con vértice T . El área de FAT es:



- A) $\frac{6}{5}$ B) 3 C) $\frac{10}{3}$ D) $\frac{24}{5}$ E) otra respuesta