



# IX CONCURSO CANGURO MATEMÁTICO 2002

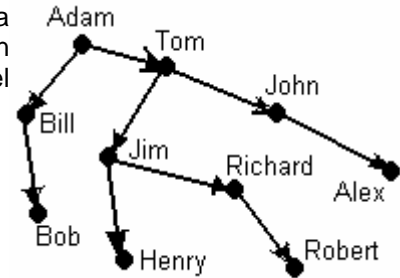


Nivel 6 (2º de Bachillerato)

Día 21 de marzo de 2002. Tiempo : 1 hora y 15 minutos

No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

- 1 Robert está mirando su árbol genealógico, mostrado en la figura, en el que sólo aparecen hombres. Las flechas están dirigidas de padres a hijos. ¿Cuál es el nombre del hijo del hermano del abuelo del hermano del padre de Robert?



A) Jim B) Alex C) Tom D) Bob E) John

- 2 El Canguro va saltando de Bucarest a París (2500 km), doblando la longitud de cada salto. Si su primer salto es de 1 m, después de cuántos saltos estará más cerca de París?

A) 11 B) 12 C) 10 D) 20 E) 21

- 3 Una cara de un poliedro es un pentágono. ¿Cuál es el menor número de caras que puede tener el poliedro?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10

- 4 La tasa de ocupación de un hotel durante los tres meses de verano es del 88%, y del 45% durante los meses restantes. ¿Cuál es la tasa promedio durante todo el año?

A) 111,5% B) 66,5% C) 55,75% D) 44,6% E) 90%

- 5 Si  $a$  y  $b$  son enteros positivos cuyo máximo común divisor es 3, y  $a/b = 0,4$ , ¿cuánto vale  $ab$ ?

A) 18 B) 10 C) 36 D) 30 E) 90

- 6 Un prisma tiene 2002 vértices. ¿Cuántas aristas tiene?

A) 3003 B) 1001 C) 2002 D) 4002 E) 2001

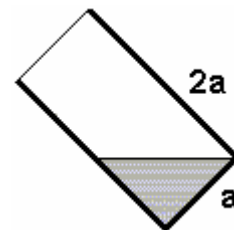
- 7 Cuando hiela, el agua incrementa su volumen en  $1/11$ . ¿Qué parte de su volumen disminuye el hielo cuando se derrite y se convierte de nuevo en agua?

A)  $\frac{1}{11}$  B)  $\frac{1}{10}$  C)  $\frac{1}{12}$  D)  $\frac{1}{13}$  E)  $\frac{1}{14}$

- 8 Ordenar  $sen1$ ,  $sen2$  y  $sen3$  (los ángulos están medidos en radianes) de menor a mayor :

A)  $sen1 < sen2 < sen3$  B)  $sen2 < sen1 < sen3$  C)  $sen3 < sen2 < sen1$   
D)  $sen1 < sen3 < sen2$  E)  $sen3 < sen1 < sen2$

9 Un vaso cilíndrico está parcialmente lleno, e inclinado  $45^\circ$  como se muestra en la figura. ¿Qué porcentaje del vaso está lleno?



- A) menos del 25%      B) 25%      C) 33%  
 D) 34%      E) Más del 34%

10 La longitud del ecuador es aproximadamente 40000 km. La longitud del paralelo de latitud  $60^\circ$  Norte, redondeada hasta las centenas de km, es

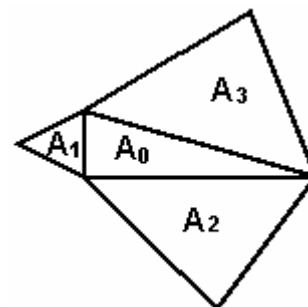
- A) 34600 km    B) 23500 km    C) 26700 km    D) 30000 km    E) Ninguno de los anteriores

**Las preguntas 11 a 20 valen 4 PUNTOS cada una.**

11 El alfabeto de una extraña lengua está formado por las seis letras A, B, E, L, R, S, en este orden. Las palabras de esta lengua tienen todas seis letras, sin que se pueda repetir ninguna letra en una palabra. ¿Cuál es la palabra que ocupa el lugar 537 en el diccionario?

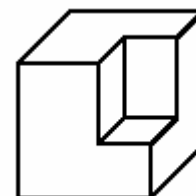
- A) REBLAS    B) SBERLA    C) LERBAS    D) RABLES    E) ARBELS

12 La figura muestra cuatro triángulos de áreas  $A_i$ ,  $i = 0,1,2,3$ . El triángulo de área  $A_0$  es rectángulo; los demás son equiláteros. Entonces, necesariamente,



- A)  $A_1 + A_2 = A_3$       B)  $(A_1)^2 + (A_2)^2 = (A_3)^2$   
 C)  $A_1 + A_2 + A_3 = A_0$     D)  $A_1 \times A_2 = A_3 \times A_0$   
 E) Otra respuesta

13 La escultura moderna de la figura se ha hecho cortando un paralelepípedo rectángulo de una piedra que tenía originalmente la forma de un cubo. El volumen del cubo original era  $512 \text{ dm}^3$ . ¿Cuál es el área de la escultura?



- A)  $320 \text{ dm}^2$       B)  $336 \text{ dm}^2$       C)  $384 \text{ dm}^2$       D)  $468 \text{ dm}^2$   
 E) No es posible saberlo sin más información

14 Pedro y su hijo, y Juan y su hijo están pescando. Pedro ha pescado tantos peces como su hijo. Juan ha pescado tres veces más peces que su hijo. En total han pescado 35 peces. El hijo de Pedro es Lucas. ¿Cómo se llama el hijo de Juan?

- A) La situación es imposible      B) Juan      C) Pedro      D) Lucas  
 E) No hay bastantes datos para saberlo

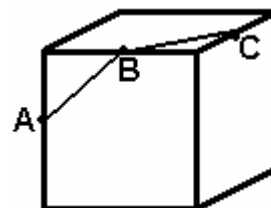
15 Diez equipos juegan un torneo de fútbol (cada equipo juega exactamente una vez con todos los demás). En cada partida, el ganador obtiene 3 puntos, el que pierde, 0 puntos, y si hay empate, cada uno obtiene 1 punto. El número total de puntos de todos los equipos es 130. ¿Cuántos partidos se han empatado?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

16 Introduciendo un invento en el proceso de producción se reducen los gastos en un 50 % ; introduciendo un segundo invento, el 40% ; y un tercero, el 10%. ¿En qué porcentaje se reducirán los gastos si se utilizan al mismo tiempo los tres inventos?

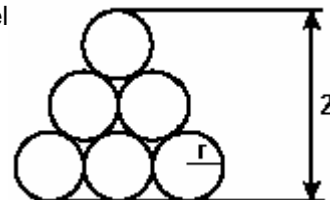
- A) 100%      B) 73%      C) 92%      D) 87%      E) 67%

- 17 Hallar el ángulo entre los segmentos AB y BC, si los puntos A, B y C son puntos medios de las aristas del cubo de la figura.



A)  $90^\circ$  B)  $100^\circ$  C)  $110^\circ$  D)  $120^\circ$  E)  $135^\circ$

- 18 El "triángulo" de la figura está formado por circunferencias del mismo radio  $r$ . La altura es 2. El valor de  $r$  es:



A)  $\frac{1}{1+3^{\frac{1}{2}}}$  B)  $\frac{2}{1+3^{\frac{1}{2}}}$  C)  $\frac{2}{2+3^{\frac{1}{2}}}$  D)  $\frac{1}{2+3^{\frac{1}{2}}}$  E) otro valor

- 19 Aquiles corre para alcanzar a la tortuga, que va delante de él. Al principio, la distancia entre Aquiles y la tortuga era de 990 m. La velocidad de Aquiles es de 10 metros por segundo, y la de la tortuga de 1 metro cada 10 segundos. ¿En cuánto tiempo alcanzará Aquiles a la tortuga?

A) en 1 minuto y 40 segundos B) en 990 segundos  
C) en 1 minuto y 39 segundos D) en 1 minuto y 50 segundos E) nunca

- 20 En una sucesión de números positivos, cada término, excepto los dos primeros, es igual a la suma de todos los que le preceden. El undécimo término de la sucesión es 1000, y el primer término es 1. ¿Cuál es el segundo término?

A) 2 B)  $\frac{93}{32}$  C)  $\frac{250}{64}$  D)  $\frac{109}{16}$  E) ninguno de esos

**Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una.**

- 21 Se dan 10 puntos en el plano. Cinco de ellos están en una recta, y ninguna otra recta contiene más de 2 de los puntos dados. ¿Cuántos triángulos tienen sus vértices en esos puntos?

A) 20 B) 50 C) 70 D) 100 E) 110

- 22 Se considera el número  $2002! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 2001 \times 2002$ . Es claro que 2001 divide a  $2002!$  ya que  $2002! = 2000! \times 2001 \times 2002$ . El mayor  $k$  tal que  $2001^k$  divide a  $2002!$  Es :

A) 101 B) 71 C) 69 D) 2 E) 1

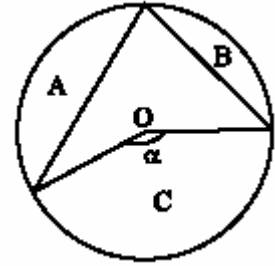
- 23 En dos grupos de personas hay más de 27 personas en total. El número de personas del primer grupo es mayor que el doble de las que hay en el segundo, menos 12. El número de personas del segundo grupo es mayor que 9 veces el del primero, menos 10. ¿Cuántas personas hay en cada grupo?

A) 12 y 18 B) 11 y 17 C) 10 y 20 D) 13 y 15 E) No tiene solución

- 24 Dos triángulos son congruentes cuando superpuestos coinciden. ¿Cuántos triángulos no congruentes tienen sus vértices en los vértices de un decágono regular?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) otra respuesta

- 25** La circunferencia de la figura, de centro O, tiene radio 1. El ángulo  $\alpha$  es menor que  $\pi$  radianes. Si el área de la región A es igual a  $\frac{5\pi}{12} - \frac{1}{4}$ , y el área de la región B es igual a  $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$ , entonces el área de la región C es igual a



- 26** ¿Cuántos números, desde 1 hasta  $10^{2002}$  tienen la suma de sus cifras igual a 2?
- A) 2007006    B) 2005003    C) 2003001    D) 2005002    E) ninguno de esos

- 27** En un recipiente hay 21 litros de una solución con el 18% de alcohol. ¿Cuántos litros de líquido hay que reemplazar por una solución del 90% de alcohol para obtener una solución con el 42% de alcohol?

A) 3    B) 5    C) 7    D) 9    E) 11

- 28** Si  $a + b + c = 7$  y  $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} = \frac{7}{10}$  ¿Cuánto vale la suma  $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b}$ ?

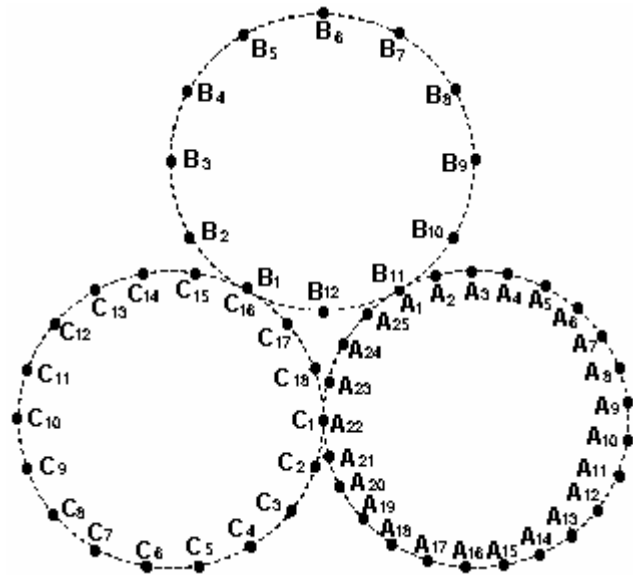
A)  $\frac{19}{10}$     B)  $\frac{17}{10}$     C)  $\frac{9}{7}$     D)  $\frac{3}{2}$     E)  $\frac{10}{7}$

- 29** La figura representa un juego con puntos numerados  $A_1, \dots, A_{25}$ ;  $B_1, \dots, B_{12}$ , y  $C_1, \dots, C_{18}$ , situados en las tres ruedas.

Una ficha empieza en el punto  $A_1$  y se mueve de acuerdo con la siguiente regla: en cada etapa, la ficha puede moverse a un punto situado dos puntos más allá, dentro del mismo círculo, en cualquiera de los dos sentidos. Por ejemplo una sucesión permitida de movimientos de la ficha sería

$C_5 - C_3 - C_1 = A_{22} - A_{20} - A_{18} - A_{23}$ , pero no se permitiría a la ficha saltar directamente de  $C_2$  a  $A_{23}$ .

¿Cuántos puntos son inaccesibles para cualquier sucesión de movimientos?



A) 0    B) 6    C) 15    D) 27    E) 30

- 30** Sean K, L y M los puntos medios de los lados BC, CD y DA, respectivamente, del cuadrado ABCD. Si el lado del cuadrado es 1, entonces el área de la parte común a los triángulos AKD, BLA y BMC es

A)  $\frac{1}{3}$     B)  $\frac{1}{15}$     C)  $\frac{11}{60}$     D)  $\frac{1}{5}$     E)  $\frac{1}{6}$