



X CONCURSO CANGURO MATEMÁTICO 2003



Nivel 5 (1º de Bachillerato)

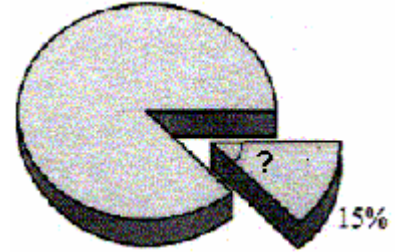
Día 20 de marzo de 2003. Tiempo : 1 hora y 15 minutos

No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

Las preguntas 1 a 10 valen TRES puntos cada una.

1 A un círculo se le corta un sector cuya área representa el 15% de la del círculo. ¿Cuántos grados mide el ángulo del sector?

- A) 30° B) 45° C) 54° D) 15° E) 20°

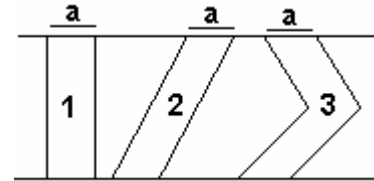


2 Un parterre circular en nuestro jardín tiene un diámetro de 1,2 m. En un parque cercano hay también un parterre circular cuya área es cuatro veces mayor que la del de nuestro jardín. ¿Cuánto mide su diámetro?

- A) 2,4 m B) 3,6 m C) 4,8 m D) 6,4 m E) 9,6 m

3 En la figura hay dibujadas tres bandas, numeradas 1, 2, 3, de la misma anchura horizontal a . Esas bandas están situadas entre dos rectas paralelas. ¿Qué banda tiene área mayor?

- A) Las tres tienen la misma área. B) La banda 1.
C) La banda 2. D) La banda 3.
E) Es imposible saberlo sin conocer el valor de a .



4 ¿Cuál de los siguientes números es impar, cualquiera que sea el entero n ?

- A) $2003n$ B) $n^2 + 2003$ C) n^3 D) $n + 2004$ E) $2n^2 + 2003$

5 En el triángulo ABC, el ángulo C es tres veces mayor que el ángulo A, el ángulo B es dos veces mayor que el ángulo A. Entonces, el triángulo ABC

- A) Es equilátero B) Es isósceles C) Tiene un ángulo obtuso
D) Tiene un ángulo recto E) Es acutángulo

6 Tres cantantes cantan una pieza que consta de tres estrofas (de la misma duración), terminando cada uno después de cantar la pieza cuatro veces. El segundo cantante empieza a cantar cuando el primero empieza la segunda estrofa, y el tercero empieza cuando el primero empieza la tercera estrofa. La fracción del tiempo total cantado durante la cual los tres cantantes están cantando a la vez es

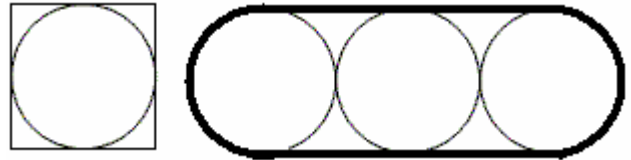
- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{4}{5}$ C) $\frac{4}{7}$ D) $\frac{5}{7}$ E) $\frac{7}{11}$

7 A es el número 11111...1111, formado por 2003 cifras iguales a 1. ¿Cuánto vale la suma de las cifras del producto $2003 \times A$?

- A) 10000 B) 10015 C) 10020 D) 10030 E) 2003×2003

8

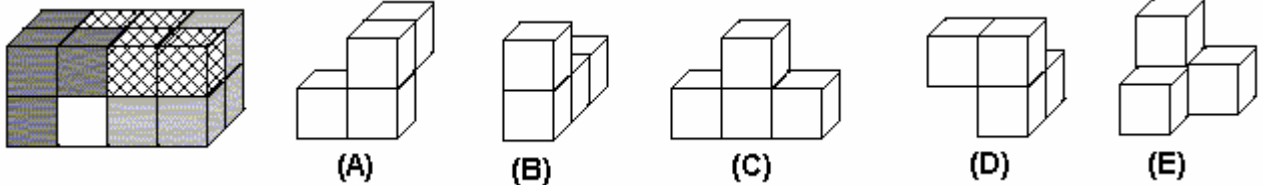
El área del cuadrado de la figura de la izquierda es a , y el área del círculo es b .
¿Cuánto vale el área encerrada por la línea gruesa en la figura de la derecha?



- A) $3b$ B) $2a+b$ C) $a+2b$
D) $3a$ E) $a+b$

9

Se forma un paralelepípedo rectángulo usando 4 piezas, cada una de las cuales está formada por 4 cubos (ver la figura de la izquierda). Tres de las piezas se ven por completo; la blanca sólo parcialmente. ¿Cuál de las 5 piezas restantes es la blanca?



10

En esta suma, cada una de las letras X, Y y Z representa una cifra distinta no nula. La letra X representa la cifra:

- A) 1 B) 2 C) 7 D) 8 E) 9

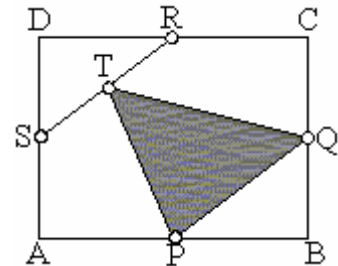
$$\begin{array}{r} XX \\ + YY \\ \hline ZZ \\ \hline ZYX \end{array}$$

Las preguntas 11 a 20 valen CUATRO puntos cada una.

11

En el rectángulo ABCD, sean P, Q, R y S los puntos medios de los lados AB, BC, CD y AD, respectivamente, y sea T el punto medio del segmento RS. ¿Qué fracción del área de ABCD representa el área del triángulo PQT ?

- A) $5/16$ B) $1/4$ C) $1/5$ D) $1/6$ E) $3/8$



12

El Canguro corre hacia un prado y vuelve, empleando 15 minutos entre ida y vuelta. Su velocidad yendo al prado es 5 m/s, y al volver es 4 m/s. La distancia al prado es:

- A) 4.05 km B) 8.1 km C) 0.9 km D) 2 km E) imposible saberlo

13

Cuando un barril está vacío en un 30% contiene 30 litros más que cuando está lleno en un 30%. ¿Cuántos litros caben en el barril?

- A) 60 B) 75 C) 90 D) 100 E) 120

14

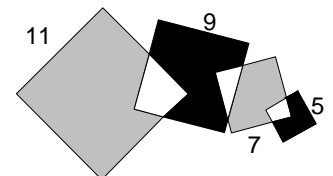
Ana y Bárbara tienen el número de 3 cifras 888 que evidentemente es divisible por 8. Ana cambia dos de sus cifras para obtener el mayor número de 3 cifras que es divisible por 8. Bárbara cambia dos de las cifras de 888 para obtener el menor número de 3 cifras que es divisible por 8. ¿Cuánto vale la diferencia entre sus dos resultados?

- A) 800 B) 840 C) 856 D) 864 E) 904

15

En la figura hay cuatro cuadrados superpuestos de lados 11, 9, 7 y 5 cm. ¿Qué diferencia hay entre la suma de las áreas grises y la suma de las áreas negras?

- A) 25 B) 36 C) 49 D) 64 E) 0

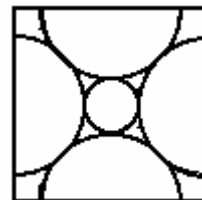


16 El valor de la expresión $\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{2003}\right)$ es igual a

- A) 2004 B) 2003 C) 2002 D) 1002 E) 1001

17 La figura representa cuatro semicírculos de radio 1cm. Los centros de los semicírculos son los puntos medios de los lados del cuadrado. ¿Cuál es el radio del círculo tangente a los cuatro semicírculos?

- A) $\sqrt{2} - 1$ B) $\frac{1}{2}\pi - 1$ C) $\sqrt{3} - 1$
 D) $\sqrt{5} - 2$ E) $\sqrt{7} - 2$



18 Se consideran todos los números de cuatro cifras que se pueden formar con las cifras de 2003. Sumando todos esos números se obtiene:

- A) 5005 B) 5555 C) 16665 D) 1110 E) 15555

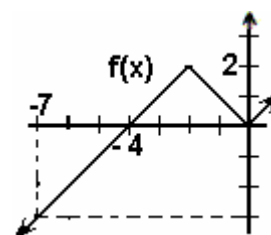
19 Los dos primeros términos de una sucesión son $a_1 = 1$ y $a_2 = 2$. Se define a continuación

$$a_n = \frac{a_{n-2}}{a_{n-1}} \quad \text{¿Cuál es el décimo término de la sucesión?}$$

- A) 2^{-10} B) 256 C) 2^{-13} D) 1024 E) 2^{34}

20 La gráfica de la función f , definida para todos los números reales, está formada por dos semirrectas y un segmento, como se muestra en la figura. ¿Cuál es el conjunto de soluciones de la ecuación $f(f(f(x)))=0$?

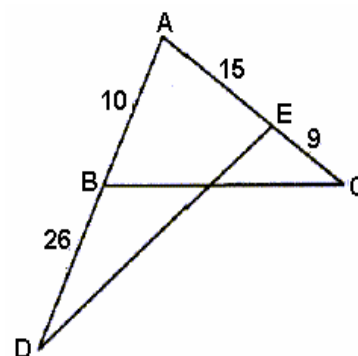
- A) $\{-4, 0\}$ B) $\{-8, -4, 0\}$ C) $\{-12, -8, -4, 0\}$
 D) \emptyset E) $\{-16, -12, -8, -4, 0\}$



Las preguntas 21 a 30 valen CINCO puntos cada una.

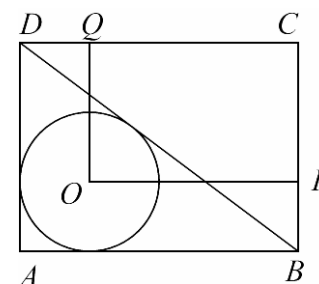
21 ¿Cuál es la razón de las áreas $\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}}$ de los triángulos ADE y ABC en la figura?

- A) $\frac{9}{4}$ B) $\frac{7}{3}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{15}{10}$ E) $\frac{26}{9}$



22 El rectángulo ABCD tiene área 36 cm^2 . Un círculo de centro O está inscrito en el triángulo ABD. ¿Cuál es el área del rectángulo OPCQ?

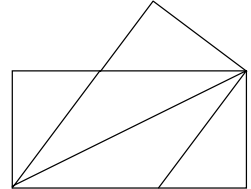
- A) 24 cm^2 B) $6\pi \text{ cm}^2$ C) 18 cm^2 D) $12\sqrt{2} \text{ cm}^2$
 E) Depende de la razón entre los lados AB y AD



- 23** Los niños P, Q, R y S hacen las siguientes afirmaciones:
 P dice: Q, R y S son chicas
 Q dice: P, R y S son chicos
 R dice: P y Q están mintiendo
 S dice: P, Q y R dicen la verdad
 ¿Cuántos de los niños dicen la verdad?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) No se puede saber

- 24** Una hoja rectangular de papel de medidas 6 cm x 12 cm se dobla a lo largo de su diagonal. Las partes que sobresalen se cortan, y se desdobra el papel, que ahora tiene forma de rombo. Hallar la longitud del lado del rombo.



A) $\frac{7}{2}\sqrt{5}$ cm B) 7,35 cm C) 7,5 cm D) 7,85 cm E) 8,1 cm

- 25** Si x e y son reales, ¿cuántos pares distintos (x, y) satisfacen la ecuación $(x + y)^2 = (x + 3)(y - 3)$?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) infinitos

- 26** ¿Cuál es el mayor número de enteros consecutivos tales que ninguno de ellos tiene la suma de sus cifras divisible por 5?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

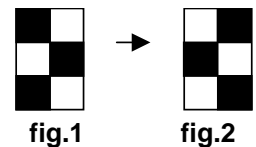
- 27** En una librería hay 50 libros de Matemáticas y Física. No hay dos libros de Física juntos, pero cada libro de Matemáticas tiene otro de Matemáticas junto a él. ¿Cuál de las siguientes proposiciones puede ser falsa?

- A) El número de libros de Matemáticas es al menos 32
 B) El número de libros de Física es a lo sumo 17
 C) Hay tres libros de Matemáticas consecutivos
 D) Si el número de libros de Física es 17, entonces uno de ellos es el primero o el último
 E) Entre 9 libros consecutivos cualesquiera, al menos 6 son de Matemáticas

- 28** a, b, c son tres números diferentes, del conjunto {1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28}. Al sumar a+b+c, ¿cuántos resultados distintos se pueden obtener?

A) 13 B) 21 C) 22 D) 30 E) 120

- 29** Cuadrados unidad del tablero 2×3 se colorean de blanco y negro (ver fig.1). Determinar el mínimo número de etapas necesarias para conseguir el tablero de la fig.2, siguiendo las reglas:



1. En cada etapa, pintamos dos cuadrados unidad que tengan un lado común;
 2. Pintamos un cuadrado negro de verde, un cuadrado verde de blanco, y un cuadrado blanco de negro

A) 3 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9

- 30** Escribimos en el sistema binario todos los enteros que tienen desde 1 hasta 7 cifras, (usando solo las cifras 0 y 1). ¿Cuántos unos hemos escrito?

A) 128 B) 288 C) 448 D) 512 E) 896