



X CONCURSO CANGURO MATEMÁTICO 2003



Nivel 3 (3º de E.S.O.)

Día 20 de marzo de 2003. Tiempo : 1 hora y 15 minutos

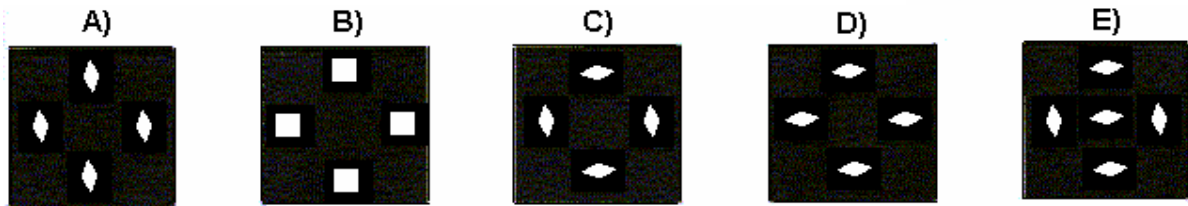
No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

Las preguntas 1 a 10 valen TRES puntos cada una.

- 1** Hay 17 árboles a lo largo del camino desde la casa de Basilio hasta la piscina. Basilio marca algunos de ellos, con una cinta roja, de la manera siguiente: Cuando va hacia la piscina marca el primer árbol, y después deja sin marcar uno y marca el siguiente, repitiendo esta última operación. Cuando regresa de la piscina marca el primer árbol, y después deja sin marcar dos y marca el siguiente, repitiendo también esta última operación.
¿Cuántos árboles quedan sin marcar después de todo eso?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

- 2** Una hoja de papel se dobla y se le hacen los cortes señalados en la figura de la derecha. Luego se despliega. ¿Qué se ve?



- 3** Se traza una línea recta en un tablero 4x4 . ¿Cuál es el mayor número de cuadrados 1x1 que pueden ser divididos en dos partes por esa recta?

A) 3 B) 4 C) 6 D) 7 E) 8

- 4** Hay 5 cacatúas en la jaula. Su precio medio (en el mercado negro) es de 6000 euros. Un día, durante la limpieza de la jaula, se escapa el ejemplar más caro. El precio medio de las que quedan es de 5000 euros.
¿Cuál era el precio de la cacatúa que se escapó?



A) 1000 euros B) 2000 euros C) 5500 euros
D) 6000 euros E) 10000 euros

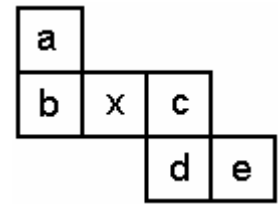
- 5** En un polígono de seis lados (no necesariamente convexo), el máximo número posible de ángulos rectos interiores es

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

- 6** Una botella y un vaso conjuntamente tienen la misma capacidad que una jarra. Una botella tiene la misma capacidad que un vaso y un tazón. Tres tazones tienen la misma capacidad que dos jarras. ¿A qué equivale un tazón?

A) 3 vasos B) 4 vasos C) 5 vasos D) 6 vasos E) 7 vasos

- 7 El desarrollo de la figura se dobla para formar un cubo. ¿Qué cara es la opuesta a la marcada con **X** ?



- A) a B) b C) c D) d E) e
- 8 En un número natural de por lo menos 2 cifras, se suprime la última cifra, con lo que el número disminuye n veces. ¿Cuál es el máximo valor de n ?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 19 E) 20

- 9 El número de puntos de intersección de cuatro segmentos no puede ser exactamente

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 7

- 10 ¿Cuál de los siguientes números, multiplicado por 768, da un producto con mayor número de ceros en su terminación?

- A) 7500 B) 5000 C) 3125 D) 2500 E) 10000

Las preguntas 11 a 20 valen CUATRO puntos cada una.

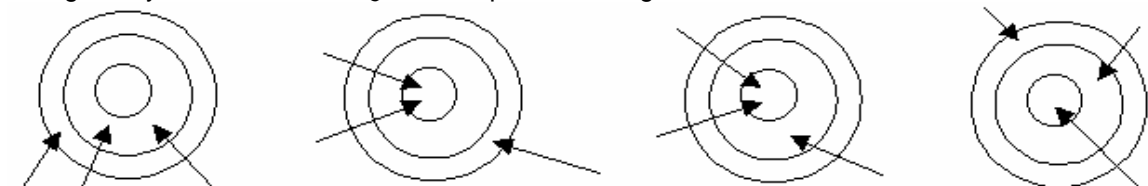
- 11 Una hoja transparente está sobre la mesa. La letra **Y** está dibujada en ella. Giramos la hoja 90° , en el sentido de las agujas del reloj; luego le damos la vuelta a la hoja sobre su borde izquierdo, y después la giramos 180° en el sentido contrario a las agujas del reloj. ¿Qué vemos?

- A) \leftarrow B) \rightarrow C) \curvearrowright D) \curvearrowleft E) ∇

- 12 Miguel tiene 42 cubos idénticos, cada uno de 1 cm de arista. Usa todos los cubos para construir un paralelepípedo. El perímetro de la base del paralelepípedo es 18 cm. ¿Cuánto mide su altura?

- A) 1 cm B) 2 cm C) 3 cm D) 4 cm E) 5 cm

- 13 José lanza tres flechas a cada una de las cuatro dianas. Consigue 29 puntos en la primera, 43 en la segunda y 47 en la tercera. ¿Cuántos puntos consigue en la cuarta?

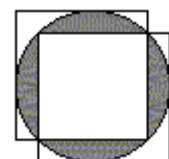


- A) 31 B) 33 C) 36 D) 38 E) 39

- 14 El peso de un camión sin la carga es 2000 kg. Hoy la carga representa inicialmente el 80% del peso total. En la primera parada, se le descarga la cuarta parte de la carga. ¿Qué porcentaje del peso total representa ahora la carga restante?

- A) 20% B) 25% C) 55% D) 60% E) 75%

- 15 Dos cuadrados del mismo tamaño están superpuestos a un círculo de radio 3 cm, como se indica en la figura. ¿Cuál es el área de la parte sombreada?



- A) $8(\pi - 1) \text{ cm}^2$ B) $6(2\pi - 1) \text{ cm}^2$ C) $9\pi - 25 \text{ cm}^2$
 D) $9(\pi - 2) \text{ cm}^2$ E) $\frac{6\pi}{5} \text{ cm}^2$

16 Tienes seis palos rectilíneos de longitudes 1 cm, 2 cm, 3 cm, 2001 cm, 2002 cm y 2003 cm. Debes escoger tres de ellos para formar un triángulo. ¿Cuántas elecciones diferentes de los tres palos puedes hacer para conseguirlo?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 6 E) más de 50

17 ¿Cuántos enteros positivos n tienen la siguiente propiedad: entre los divisores positivos de n , distintos de 1 y del propio n , el mayor es 15 veces el menor.

- A) 0 B) 1 C) 2 D) infinitos E) otra respuesta

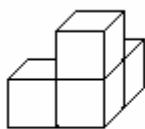
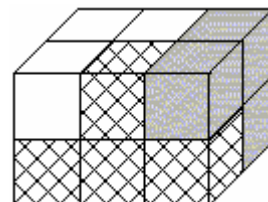
18 Se marcan seis puntos A, B, C, D, E, F en una recta, de izquierda a derecha, en ese orden. Se sabe que $AD = CF$ y $BD = DF$. Entonces, necesariamente,

- A) $AB = BC$ B) $BC = DE$ C) $BD = EF$ D) $AB = CD$ E) $CD = EF$

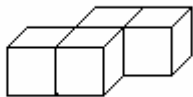
19 María tiene 6 cartas con números naturales escritos en ellas (un número en cada carta). Elige 3 cartas al azar y suma los correspondientes números. Una vez hecho esto con las 20 posibles combinaciones de las tres cartas, descubre que 10 sumas son iguales a 16, y las otras 10 son iguales a 18. Entonces, el menor número que hay escrito en las cartas es

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

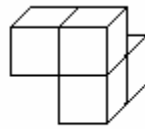
20 Usando 3 piezas, cada una de las cuales consta de 4 cubos, se forma un paralelepípedo rectángulo (ver figura). La pieza cuadrículada es completamente visible; las otras, solo parcialmente. ¿Qué pieza es la blanca?



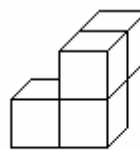
A)



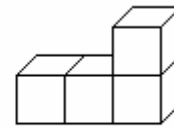
B)



C)



D)



E)

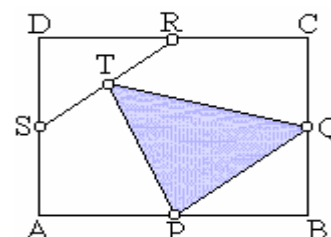
Las preguntas 21 a 30 valen CINCO puntos cada una.

21 Paul, Bill, John, Nick y Tim están en un corro, siendo distintas las distancias mutuas entre cualquier par consecutivo de ellos. El profesor pide a cada uno que diga el nombre de quien está más próximo a él. Los nombres de Paul y Bill son mencionados dos veces cada uno, y el de John, una vez. Entonces,

- A) Paul y Bill no son contiguos B) Nick y Tim no son contiguos C) Nick y Tim son contiguos
D) La situación descrita es imposible E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

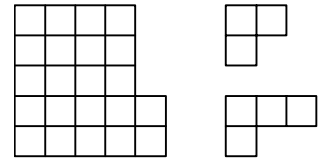
22 En el rectángulo $ABCD$, sean P, Q, R y S los puntos medios de los lados AB, BC, CD y AD , respectivamente, y T es el punto medio del segmento RS . ¿Qué fracción del área de $ABCD$ es el área del triángulo $\triangle PQT$?

- A) $5/16$ B) $1/4$ C) $1/5$ D) $1/6$ E) $3/8$



23

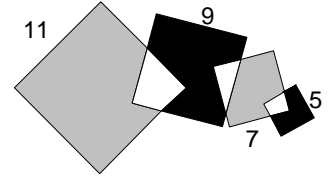
Carlos intenta dividir la figura de la izquierda en piezas como se muestran en la parte derecha. Sólo puede usar papel cuadriculado para hacer eso. ¿Cuál es el menor número de figuras de tres cuadrados que puede conseguir?



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Carlos no puede hacerlo

24

En la figura hay cuatro cuadrados superpuestos de lados 11, 9, 7 y 5 cm. ¿Qué diferencia hay entre la suma de las áreas grises y la suma de las áreas negras?



- A) 25 B) 36 C) 49 D) 64 E) 0

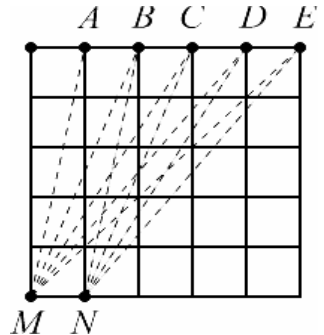
25

En una librería hay 50 libros de Matemáticas y Física. Ningún par de libros de Física están juntos, mientras que todo libro de Matemáticas tiene otro de Matemáticas a su lado. ¿Cuál de las siguientes proposiciones puede ser falsa?

- A) Hay al menos 32 libros de Matemáticas
 B) A lo sumo hay 17 libros de Física
 C) Hay 3 libros de Matemáticas seguidos
 D) Si el número de libros de Física es 17, entonces uno de ellos es el primero o el último
 E) Entre 9 libros consecutivos cualesquiera, al menos 6 son de Matemáticas

26

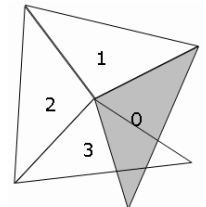
El cuadrado de la figura está dividido en 25 cuadrados unidad. Hallar la medida del ángulo suma de los ángulos MAN, MBN, MCN, MDN, MEN.



- A) 30° B) 45° C) 60° D) 75° E) 90°

27

Formamos una espiral de triángulos isósceles. El ángulo desigual es de 100°. Empezamos en el triángulo gris que tiene el número 0. Los siguientes triángulos (con números 1, 2, 3, ...) tienen un lado común con el anterior, según se muestra en la figura. Como puede verse, el triángulo número 3 cubre parcialmente el triángulo número 0. ¿Cuál será el número del primer triángulo que recubra exactamente el triángulo número 0?



- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

28

¿Cuántos enteros positivos n hay tales que 2003 dividido por n dé resto 23?

- A) 22 B) 19 C) 13 D) 12 E) 87

29

Se tienen 10 puntos en el plano, tales que no hay tres en línea recta. Todo par de esos puntos está unido por un segmento. ¿Cuál es el mayor número posible de esos segmentos, que pueden ser cortados por otra recta, que no pase por ninguno de esos puntos?

- A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 45

30

En el triángulo ABC, $AB = AC$, $AE = AD$ y $\angle BAD = 30^\circ$. ¿Cuál es la medida del ángulo CDE?

- A) 10° B) 15° C) 20° D) 25° E) 30°

