



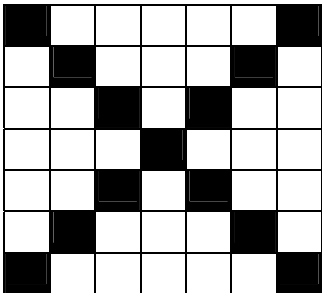
XI CONCURSO CANGURO MATEMÁTICO 2004



Nivel 6 (2º de Bachillerato)

No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada uno.

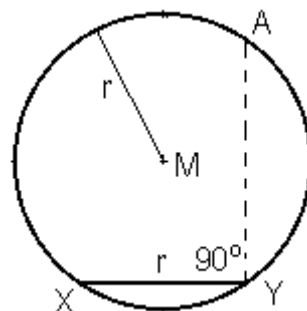
- 1** Si m plumas valen n euros cada uno, y n plumas valen m euros cada uno, entonces el precio medio de cada pluma, en euros, es :
- A) 1 B) $\frac{m+n}{2}$ C) $\frac{2mn}{m+n}$ D) mn E) $\frac{m^2n^2}{2}$
- 2** Una pirámide tiene 17 caras. ¿Cuántas aristas tiene?
- A) 16 B) 17 C) 18 D) 32 E) 34
- 3** El menor número real x que verifica la desigualdad $x^2 - 2004 \leq 0$ es:
- A) -2004 B) 2004 C) 0 D) $\sqrt{2004}$ E) $-\sqrt{2004}$
- 4** Cada marciano tiene uno, dos o tres tentáculos en su cabeza. El 1% de la población marciana consta de individuos con tres tentáculos, el 97% son marcianos de dos tentáculos y el 2% restante son marcianos con 1 tentáculo. ¿Qué porcentaje de marcianos tiene en su cabeza más tentáculos que el promedio de toda la población marciana?
- A) 1% B) 3% C) 97% D) 98% E) 99%
- 5** s es un entero impar. En un cuadrado de lado s , similar al de la figura, que tiene lado 7, los cuadrados de lado 1 de las diagonales están coloreados. ¿Cuánto vale el área blanca?
- A) s^2+1-2s B) s^2+4-4s C) $2s^2+1-4s$
D) s^2-1-2s E) s^2-2s
- 
- 6** ¿Cuántos números de dos cifras son tales que su cuadrado y su cubo terminan en la misma cifra?
- A) 1 B) 9 C) 10 D) 21 E) más de treinta
- 7** Un cuadrado está formado por 18 cuadrados más pequeños, 17 de los cuales tienen lado 1. El área del cuadrado grande es:
- A) 25 B) 49 C) 81 D) 100 E) 225
- 8** ¿Cuántos triángulos rectángulos se pueden formar uniendo tres vértices de un polígono regular de 14 lados?
- A) 72 B) 82 C) 84 D) 88 E) otra respuesta

9 En un campo africano hay 15 antílopes y un cierto número de avestruces. Cuando la mitad de los avestruces y un tercio de los antílopes salen huyendo, queda un total de 50 patas. ¿Cuántas patas había en el campo al principio?

- A) 60 B) 72 C) 80 D) 90 E) 100

10 El ángulo $\angle XAY$ de la figura adjunta vale ?

- A) $22\frac{1}{2}^\circ$ B) 30° C) 45° D) 60° E) 90°



Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una

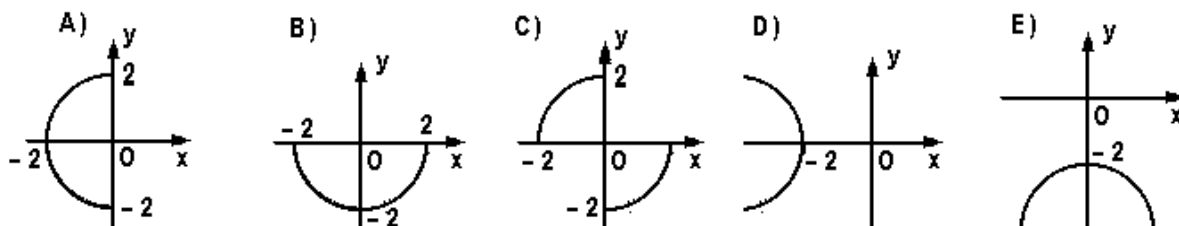
11 ¿Cuántos cuadrados con un vértice en $A(-1, -1)$ son tales que al menos uno de los ejes de coordenadas es un eje de simetría del cuadrado?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

12 Hay 100 tarjetas en un sobre (no transparente), numeradas con números naturales del 1 al 100. En cada tarjeta hay un número distinto. ¿Cuál es el menor número de tarjetas que hay que sacar del sobre al azar para estar seguros de que el producto de los números en las tarjetas sacadas es divisible por cuatro?

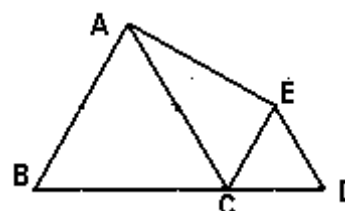
- A) 51 B) 52 C) 53 D) 54 E) 55

13 El conjunto de todos los pares (x,y) que cumplen las dos condiciones $x \cdot y \leq 0$, y $|x|^2 + |y|^2 = 4$ está en la gráfica :



14 En la figura los dos triángulos equiláteros ABC y ECD tienen lados de longitudes 2 y 1, respectivamente. El área del cuadrilátero $ABCE$ es :

- A) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{4+5\sqrt{3}}{4}$ C) 3 D) $\frac{6+\sqrt{3}}{4}$ E) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$



15 ¿Cuántos enteros positivos se pueden escribir en la forma $a_0 + a_1 3 + a_2 3^2 + a_3 3^3 + a_4 3^4$ si a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 pertenecen al conjunto $\{-1, 0, 1\}$?

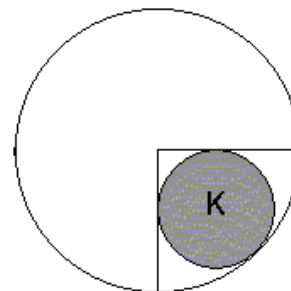
- A) 5 B) 80 C) 81 D) 121 E) 243

- 16 El número $(\sqrt{22+12\sqrt{2}} - \sqrt{22-12\sqrt{2}})^2$ es
- A) negativo B) Igual a cero C) la cuarta potencia de un entero no nulo
D) igual a $11\sqrt{2}$ E) un entero positivo divisible por 5

- 17 El número de vértices de un polígono regular tal que la suma de sus ángulos interiores es igual a la séptima parte de la suma de los ángulos interiores del polígono regular de 16 lados es:
- A) 3 B) 4 C) 6 D) 7 E) 10

- 18 Un círculo K está inscrito en un cuadrante de círculo de radio 6, como se muestra en la figura. ¿Cuál es el radio de K?

- A) $\frac{6-\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ C) 2,5 D) 3 E) $6(\sqrt{2}-1)$



- 19 En una progresión geométrica $(a_n)_{n \geq 1}$ se verifica: $a_3 < a_2 < a_4$. Entonces,
- A) $a_3 \cdot a_4 > 0$ B) $a_2 \cdot a_3 < 0$ C) $a_2 \cdot a_4 < 0$ D) $a_2 < 0$ E) $a_2 \cdot a_3 > 0$

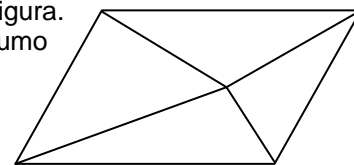
- 20 ¿Cuál es la penúltima cifra de 11^{2004} ?
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una

- 21 Ha habido elecciones en Vegetalandia. Todo elector que votó al Partido Brécol ha comido brécol. El 90 % de los que han votado a los otros partidos no ha comido brécol. ¿Qué porcentaje de votantes votó al Partido Brécol, si exactamente el 46% de los votantes ha comido brécol?
- A) 40% B) 41% C) 43% D) 45% E) 46%

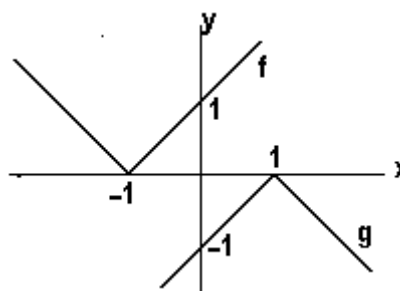
- 22 Un paralelogramo está dividido en 4 triángulos, como se muestra en la figura. De las siguientes posibilidades para las áreas de los triángulos, a lo sumo una puede ser cierta. ¿Cuál es?

- A) 4,5,8,9 B) 5, 6, 7, 12 C) 10, 11, 12, 19
D) 11, 13, 15, 16 E) ninguna de las respuestas A,B,C,D es cierta



- 23 La figura muestra gráficas de las funciones f y g, definidas sobre los números reales. ¿Qué igualdad se verifica para todo número real x?

- A) $f(x) = -g(x) + 2$ B) $f(x) = -g(x) - 2$ C) $f(x) = -g(x+2)$
D) $f(x+2) = -g(x)$ E) $f(x+1) = -g(x-1)$



24 Se da un triángulo equilátero ABC de lado 4. El radio del arco de círculo con centro en A, que divide al triángulo en dos partes de la misma área, es:

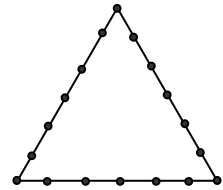
- A) $\sqrt{\frac{12\sqrt{3}}{\pi}}$ B) $\sqrt{\frac{24\sqrt{3}}{\pi}}$ C) $\sqrt{\frac{30\sqrt{3}}{\pi}}$ D) $\frac{6\sqrt{3}}{\pi}$ E) $\sqrt{\frac{48\sqrt{3}}{\pi}}$

25 Tenemos 200 números naturales. Al principio todos son iguales a cero. En la primera ronda sumamos 1 a cada cero. En la segunda ronda, sumamos 1 a cada segundo número, empezando desde la izquierda. En la tercera ronda, sumamos 1 a cada tercer número, y así sucesivamente. ¿Qué número ocupará la posición 120 desde la izquierda, después de la ronda doscientos?

- A) 16 B) 12 C) 20 D) 24 E) 32

26 ¿Cuántos triángulos no degenerados se pueden dibujar con vértices en los 18 puntos mostrados en la figura?

- A) 816 B) 711 C) 777 D) 717 E) 811.



27 La suma de todos los números que se pueden formar permutando las tres cifras distintas a, b, c es 1554. Si $0 < a < b < c$, ¿cuál es el valor de c ?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

28 El número $m = 999\dots 9$ consta de 999 nueves. ¿Cuánto vale la suma de las cifras de m^2 ?

- A) 8982 B) 8991 C) 9000 D) 9009 E) 9018

29 La expresión $\sin^8(75^\circ) - \cos^8(75^\circ)$ es igual a:

- A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\frac{7\sqrt{3}}{16}$ D) 1 E) 0

30 ABCD es un cuadrilátero convexo de área unidad, siendo AB y BD las bases de dos triángulos isósceles ABC, BCD, respectivamente, como se ve en la figura. El producto AC.BD es igual a:

- A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
E) Otra respuesta

