



XI CONCURSO CANGURO MATEMÁTICO 2004



Nivel 4 (4º de E.S.O.)

No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con $1/4$ de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada uno.

- 1** ¿Cuántos números naturales menores que 100 tienen la suma de sus cifras igual a 9?
A) 8 B) 10 C) 11 D) 12 E) 9
- 2** Tenemos ladrillos de dimensiones $1 \times 2 \times 3$. ¿Cuántos necesitamos como mínimo para construir un cubo?
A) 12 B) 18 C) 24 D) 36 E) 60
- 3** Olga tiene caramelos en cuatro bolsas de papel. Tiene 10 caramelos en la primera bolsa y k caramelos en cada una de las otras tres. Se come dos caramelos de cada bolsa. ¿Cuántos le quedan?
A) $3k + (10 - 2)$ B) $3k - 2 + 8$ C) $3k + 8$ D) $3k + 2$ E) $3k - 2$
- 4** Los números a y b son negativos y $a < b$. ¿Cuál de los números $-5a$, $3a$, $5b$, $-3b$ es el mayor?
A) $-5a$ B) $3a$ C) $5b$ D) $-3b$ E) Depende de los valores de a y b
- 5** El nuevo precio de una bicicleta se ha obtenido multiplicando el antiguo precio por 1,2. ¿En qué porcentaje ha aumentado el precio?
A) 1,2 % B) 2% C) 20% D) 120% E) 12%
- 6** Tres caras adyacentes de una caja tienen áreas 7, 14 y 18. El volumen de la caja es
A) 39 B) 1764 C) 42 D) 256 E) 126
- 7** La suma S de dos números consecutivos de dos cifras es igual al número obtenido permutando las cifras del mayor. La suma de las cifras de S es:
A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13
- 8** La raíz séptima del número 7^{7^7} es:
A) 6^{7^7} B) 7^{6^7} C) 7^{7^6} D) 7^{7^7-1} E) 7^7
- 9** Una compañía incrementa sus exportaciones en el 1000% en 5 años. Eso quiere decir que, al cabo de esos 5 años, sus exportaciones se multiplicaron por
A) 10 B) 11 C) 100 D) 101 E) 110

10 Después de llegar a casa de un viaje de tres días, Víctor comprueba que ha gastado, en promedio, 44 euros al día. El primer día gastó 27 euros, mientras que el segundo gastó 36 euros más que el anterior. ¿cuántos euros gastó el tercer día?

- A) 69 B) 63 C) 44 D) 42 E) 35

Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una

11 La entrada de un concierto es el 60% más barata para los socios que para los que no lo son. ¿Qué porcentaje es más cara esta entrada para los no socios que para los socios?

- A) 40% B) 50% C) 60% D) 100% E) 150%

12 En una tienda de animales exóticos se venden papagayos. Uno grande cuesta el doble que uno pequeño. Harry ha comprado 5 grandes y 3 pequeños. Potter ha comprado 3 grandes y dos pequeños y ha pagado 205 euros menos que Harry. ¿Cuántos euros cuesta un papagayo grande?

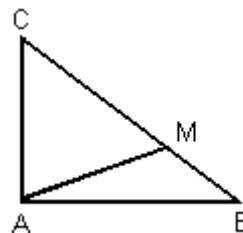
- A) 36 B) 41 C) 56 D) 82 E) 94

13 Dos números naturales a y b cumplen $b = 64a$. ¿Cuál de las siguientes relaciones es imposible?

- A) $b=a^2$ B) $b=a^3$ C) $b=a^4$ D) $b=a^5$ E) $b=a^7$

14 Un triángulo rectángulo en A, ABC cumple $AB=12$, $AC=9$. Sea M un punto de la hipotenusa BC tal que $CM = 2 MB$. Entonces AM mide

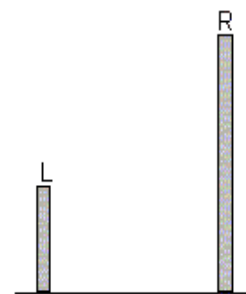
- A) $\sqrt{73}$ B) 15 C) 5 D) $\sqrt{70}$ E) 18



15 Dos acróbatas del Circo del Sol, Leo y Raf, tienen sus barras de ejercicios a 5m y 14m de altura sobre el suelo, respectivamente. Subidos a esas barras, la distancia entre ellos es de 15m.

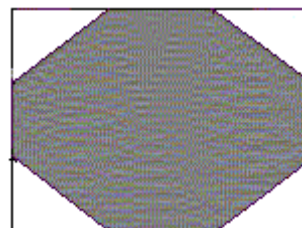
¿A qué distancia, en el suelo, están situados los extremos de dichas barras?

- A) 9m B) 12m C) 13m D) 15m E) 19m



16 La familia Canguro decide hacer una piscina de forma exagonal no regular. Para ello, divide en tres partes iguales cada uno de los lados de un rectángulo $12m \times 9m$ y une los puntos de trisección (recortando cuatro triángulos iguales de las esquinas). ¿Cuál es el perímetro de la piscina?

- A) 34m B) 36m C) 40m D) 42m E) 48m



17 Un trapecio rectángulo ABCD tiene su base mayor AB de longitud **b**, su base menor CD de longitud **a** y su altura AD de longitud **a+b**. El punto E de la altura AD es tal que $AE = a$. Entonces el ángulo $\angle CEB$ mide

- A) 30° B) 45° C) 60° D) 75° E) 90°

18 ¿Cuál es el mayor valor del parámetro k tal que la suma de los cuadrados de las raíces de la ecuación $x^2 - kx + k = 0$ es igual a 3?

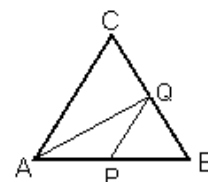
- A) -3 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

19 En el mercado se venden manzanas desde agosto hasta noviembre. En septiembre las manzanas eran el 20% más baratas que en agosto. En noviembre eran la cuarta parte más caras que en septiembre. Entonces, en noviembre las manzanas eran:

- A) El 10% más caras que en agosto B) El 5% más caras que en agosto
 C) El 4% más baratas que en agosto D) El 9% más baratas que en agosto
 E) Igual de caras que en agosto

20 En un triángulo equilátero ABC, P y Q son los puntos medios de AB y BC respectivamente. La razón de las áreas de los triángulos APQ y AQC es:

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{1}{2}$



Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una

21 Si $f(x) = x^2 - 7x + k$, y $f(k) = -9$, entonces $f(-1)$ es

- A) -9 B) -3 C) 3 D) 5 E) 11

22 El número cuyas cifras son 62bc427 es múltiplo de 99. Entonces b y c son, respectivamente:

- A) 2 y 4 B) 3 y 6 C) 4 y 2 D) 6 y 3
 E) dos o más de las respuestas anteriores son correctas

23 A un número de tres cifras le restamos la suma de sus cifras. Al número resultante le restamos la suma de sus cifras, y así, repetimos el proceso 120 veces. El último número obtenido es:

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

24 ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?

- I. Existen triángulos donde dos medianas son perpendiculares.
- II. Existen triángulos donde son perpendiculares una mediana y la bisectriz exterior, trazadas desde un mismo vértice.
- III. Existen triángulos donde son perpendiculares un lado y la mediana trazada desde el vértice de un ángulo adyacente a dicho lado.
- IV. Existen triángulos donde son perpendiculares un lado y una bisectriz de un ángulo adyacente a ese lado

- A) La I B) La II C) La III D) La IV E) Ninguna

25 El valor del número $\left(\frac{1+2}{3} + \frac{4+5}{6} + \dots + \frac{2002+2003}{2004}\right) + \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{668}\right)$ es:

- A) 668 B) 1336 C) 2002 D) 2003 E) 2004

26 Un polígono de 6 lados tiene las siguientes propiedades:

- a) Cada dos lados consecutivos son perpendiculares.
 b) Todos los lados tienen longitudes distintas.
 c) Esas longitudes pertenecen al conjunto $\{3, 5, 6, 8, 10, 16\}$

Entonces el área máxima posible del polígono es:

- A) 80 B) 96 C) 110 D) 120 E) 105

27 El número 23 está escrito en el encerado. En 1 minuto lo borramos y lo sustituimos por la suma de los productos de las cifras del número borrado y del número 12. Repetimos el procedimiento cada minuto. En un cuarto de hora, en el encerado aparecerá el número

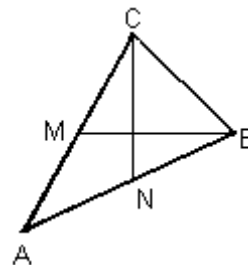
- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

28 Construimos un cubo grande, con superficie total 96 cm^2 , con cubos más pequeños de 1 cm^3 de volumen. Si quitamos los cubos pequeños de todas las esquinas del cubo grande, ¿Cuál será el volumen del cuerpo resultante?

- A) 54 cm^3 B) 58 cm^3 C) 60 cm^3 D) 64 cm^3 E) 56 cm^3

29 En el triángulo ABC, los puntos m y N son los puntos medios respectivos de los lados AC y AB, y las medianas BM y CN son perpendiculares. El valor de $\overline{CA}^2 + \overline{BA}^2$ es:

- A) \overline{BC}^2 B) $2\overline{BC}^2$ C) $3\overline{BC}^2$ D) $4\overline{BC}^2$ E) $5\overline{BC}^2$



30 Un vendedor tiene que visitar 7 ciudades, situadas en los vértices y el centro de un exágono regular. Las ciudades están unidas por caminos que son los lados del exágono y las tres diagonales que unen vértices opuestos. Empezando en el vértice A, no puede visitar ninguna ciudad más de una vez. ¿De cuántas maneras distintas puede hacer el recorrido?

- A) 12 B) 18 C) 20 C) 20 D) 40 E) 66

