



XII CONCURSO CANGURO MATEMÁTICO 2005



Nivel 4 (4º de E.S.O.)

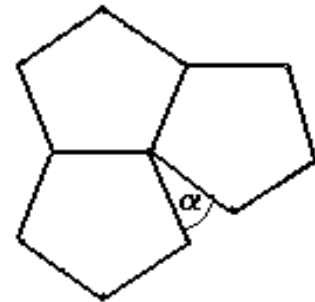
Día 17 de marzo de 2005. Tiempo : 1 hora y 15 minutos

No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada uno.

- 1** El inverso de $2 + \sqrt{5}$ es:
- A) $2 - \sqrt{5}$ B) $-2 - \sqrt{5}$ C) $\sqrt{5} + 2$ D) $\sqrt{5} - 2$ E) $\frac{1}{2\sqrt{5}}$

- 2** En la figura, los tres pentágonos son regulares e iguales. la medida del ángulo α marcado es



- A) 40° B) 38° C) 36° D) 34° E) 32°
- 3** ¿Cuál de los siguientes números es el mayor?
- A) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{3} : \frac{1}{2}$

- 4** Tom y Jerry tienen una bolsa de patatas fritas cada uno. Si Jerry le diera a Tom siete patatas, Tom tendría el doble de las patatas que Jerry. Si Tom le diera a Jerry siete patatas, ambos tendrían el mismo número. ¿Cuántas patatas tienen entre los dos?
- A) 21 B) 35 C) 42 D) 77 E) 84

- 5** ¿Cuál de las siguientes igualdades expresa el hecho de que el número m es el 30% menos que el número k ?
- A) $m = 0,7k$ B) $m = 0,3k$ C) $m = k - 0,7$ D) $m = k - 0,3$ E) $m = k - 30$

- 6** Un hotel tiene p pisos y hay h habitaciones en cada piso. Un tercio de las habitaciones son individuales, y el resto dobles. ¿Cuántas camas hay en el hotel?
- A) $p\left(\frac{h}{3} + \frac{2h}{3}\right)$ B) $ph + \frac{h}{3} + 2 \cdot \frac{2h}{3}$ C) $p\left(\frac{h}{3} + 2 \cdot \frac{2h}{3}\right)$ D) $ph + \frac{p}{3} + \frac{2p}{3}$ E) ph

- 7** Ordenar en orden decreciente los números $a = 2^{45}$, $b = 3^{36}$, $c = 4^{27}$, $d = 5^{18}$:
- A) c, d, a, b B) c, a, b, d C) b, c, a, d D) b, c, d, a E) b, d, c, a

- 8** Un comerciante compra 15 juguetes por n € y vende cada juguete por $n/10$ €. ¿Cuánto gana el comerciante al vender cada juguete?
- A) $\frac{n}{48}$ B) $\frac{n}{30}$ C) $\frac{n}{24}$ D) $\frac{n}{12}$ E) $\frac{n}{4}$

9 El hijo de Guillermo Tell practica disparando flechas. Una de sus flechas atraviesa las pastas y todas las páginas de un libro. En total hay 148 agujeros. ¿Cuántas páginas tiene el libro?

- A) 74 B) 146 C) 148 D) 292 E) 296

10 El ángulo interior de un polígono regular es de 150° . ¿Cuántos lados tiene el polígono?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 15 E) 18

Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una

11 Durante una tormenta, cae un rayo a 20 km de nosotros. ¿Aproximadamente, cuánto tiempo después de ver el rayo oiremos el trueno?

- A) 2 segundos B) 5 seg C). 20 seg D) 30 seg E) 1 minuto

12 Una persona poco educada le pregunta a una dama cuántos años tiene. La dama le contesta: "Si viviera 100 años, mi edad ahora sería los cuatro tercios de la mitad de los años que me quedarían por vivir". La edad de la dama es

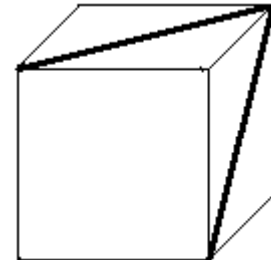
- A) 20 B) 40 C) 50 D) 60 E) 80

13 ¿Cuántos pares ordenados, (a,b) , de enteros positivos cumplen la condición de que su m.c.d. es 24 y su mínimo común múltiplo es 2496?

- A) 4 B) 6 C) 2 D) 0 E) infinitos

14 ¿Cuál es la medida en grados del ángulo formado por las dos diagonales de dos caras de un cubo, como se muestra en la figura?

- A) 30 B) 45 C) 60 D) 90 E) 120



15 Una jarra grande contiene agua suficiente para llenar 7 vasos, mientras que una jarra pequeña contiene agua para llenar 4 vasos del mismo tipo. En el café del Canguro Matemático hay 2 jarras grandes más que pequeñas. Entre todas pueden llenar 124 vasos. ¿Cuántas jarras hay en total, entre grandes y pequeñas?

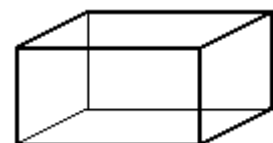
- A) 10 B) 12 C) 19 D) 22 E) 31

16 El menor número natural n tal que $n^2 - 1$ sea el producto de tres números primos distintos, es

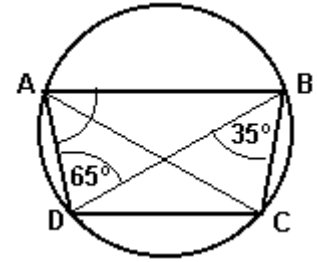
- A) 22 B) 10 C) 14 D) 11 E) 15

17 Las caras de una caja ortoédrica tienen áreas de 3 m^2 , $4,5\text{ m}^2$ y 6 m^2 . El volumen de la caja es

- A) 9 m^3 B) 18 m^3 C) 27 m^3 D) 54 m^3 E) 81 m^3

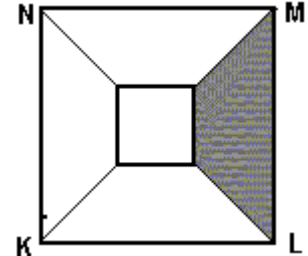


- 18 En la figura, ABCD es un trapecio inscrito en un círculo. El ángulo interior del trapecio de vértice A mide



- A) 70° B) 75° C) 80° D) 105° E) No se puede determinar

- 19 KLMN es un cuadrado de 6 cm de lado. Dentro de él hay un cuadrado de 2 cm de lado. Ambos cuadrados tienen el mismo centro y sus lados son paralelos. ¿Qué porción del área del cuadrado KLMN es el área de la parte oscura?



- A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{2}{11}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{3}{11}$

- 20 Cada dos vértices de un cubo se unen por un segmento en el que se marca su punto medio. ¿Cuántos puntos medios distintos, de esos segmentos, se han marcado?

- A) 8 B) 12 C) 18 D) 19 E) 27

Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una

- 21 La última cifra del producto $(1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{20}) \cdot (1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{20})$ es

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 9

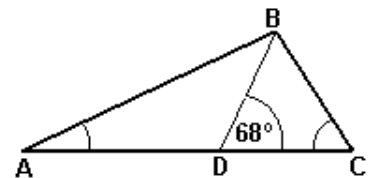
- 22 Si a, b, c son tres números reales tales que $a < b < c$ y $a^2 > c^2 > b^2$. ¿Cuántas de las cinco desigualdades siguientes

$$\frac{1}{a} < \frac{1}{c}, \quad \frac{1}{a^2} < \frac{1}{c^2}, \quad a < 0, \quad b < 0, \quad c < 0$$

son siempre ciertas para dichos números?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

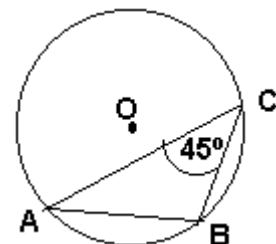
- 23 En el triángulo ABC la bisectriz del ángulo B corta al lado AC en el punto D. Siendo $\widehat{BDC} = 68^\circ$, ¿cuánto vale la diferencia $\widehat{ACB} - \widehat{BAC}$?



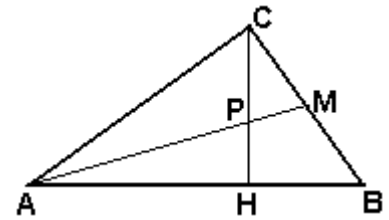
- A) 44° B) 120° C) 24° D) 30° E) imposible determinarlo

- 24 El punto O es el centro del círculo de radio 5. Entonces AB vale

- A) 5 B) $5\sqrt{2}$ C) 10 D) 8 E) $10\sqrt{2}$



- 25 En la figura, AM es una mediana del triángulo ABC y CH una altura. Las longitudes de dos lados del triángulo son 3 cm y 4 cm. Si $CP = 2 \cdot PH$, ¿cuál es de los siguientes valores puede ser la longitud del tercer lado?



- A) 3 cm B) 4 cm C) 5 cm D) o bien 3cm, o bien 4cm
E) cualquier número entre 4 cm y 5 cm

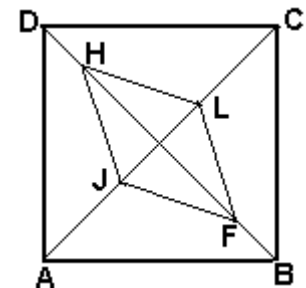
- 26 El 1-3-2003 una persona muy obesa pesaba el 20% más que lo que pesaba el 1-3-2002. Tras una severa dieta, el 1-3-2004 pesaba el 30% menos que lo que pesaba el 1-3-2003. Pero como le gusta comer bien, el 1-3-2005 pesaba el 25% más que el 1-3-2004. Entonces, el 1-3-2005, el peso de esta persona, respecto al que tenía el 1-3-2002,

- A) es el mismo B) aumentó en un 15% C) aumentó un 5%
D) disminuyó un 5% E) disminuyó un 15%

- 27 En una caja hay 9 tarjetas numeradas del 1 al 9. Ana y Bárbara sacan al mismo tiempo una tarjeta de la caja. ¿Cuál es la probabilidad de que el número de la tarjeta de Ana sea el doble o más que el número de la tarjeta de Bárbara?

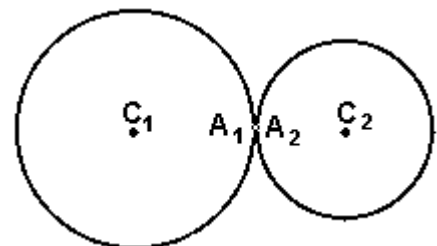
- A) $\frac{7}{18}$ B) $\frac{4}{9}$ C) $\frac{28}{81}$ D) $\frac{5}{18}$ E) $\frac{1}{3}$

- 28 En la figura, los puntos J y L están en la diagonal AC del cuadrado ABCD de modo que $AJ = JL = LC$. Los puntos H y F están en la diagonal BD de modo que $BD = 6 \cdot HD$. Entonces, la razón entre el área del cuadrado ABCD y el área del rombo HJFL es



- A) 3 B) 3,5 C) 4 cm D) 4,5 E) 5

- 29 El círculo pequeño de radio 3 cm gira, sin deslizarse, por la circunferencia del círculo más grande, que tiene de radio 4 cm. Al empezar coinciden el punto A_2 de la circunferencia pequeña con el punto A_1 de la grande. La longitud recorrida por el centro C_2 de la circunferencia pequeña hasta que A_2 vuelva a coincidir por primera vez con el punto A_1 es



- A) 18π B) 21π C) 24π D) 36π E) 42π

- 30 Si se cumplen las condiciones siguientes:
$$\begin{cases} a + b + c + d = 2p \\ a^2 + b^2 = c^2 + d^2 \\ x = (p - a)(p - b)(p - c)(p - d) \end{cases}$$

entonces el valor de x es igual a

- A) abcd B) $\frac{a+b+c+d}{4}$ C) $\frac{a^2b^2 - c^2d^2}{4}$ D) $ab + bc + cd + da$ E) $\frac{(ab + cd)^2}{4}$