



XIII CONCURSO CANGURO MATEMÁTICO 2006

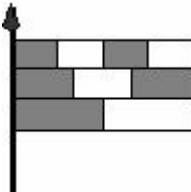
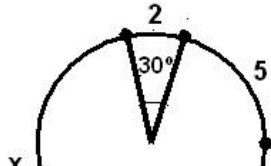


Nivel 5 (1º de BACHILLERATO)

Día 16 de marzo de 2006. Tiempo : 1 hora y 15 minutos

No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada uno.

- 1** ¿Qué número natural equidista de 2006 y 6002?
A) 3998 B) 4000 C) 4002 D) 4004 E) 4006
- 2** ¿Cuántos números de cuatro cifras (todas distintas) son divisibles por 2006?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
- 3** ¿Cuál es el menor número de 10 cifras que puede obtenerse escribiendo unos a continuación de otros los seis números siguientes: 309, 41, 5, 7, 68, y 2?
A) 1 234 567 890 B) 1 023 456 789 C) 3 097 568 241
D) 2 309 415 687 E) 2 309 415 678
- 4** ¿Cuántas veces, entre las 00:00 y las 23:59 muestra un reloj digital las cuatro cifras 2, 0, 0 y 6, no necesariamente en ese orden?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
- 5** Una bandera está formada por tres franjas de la misma anchura, divididas en dos, tres y cuatro partes iguales, respectivamente, como se muestra en la figura. ¿Qué fracción de la bandera está coloreada?
A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{7}$ E) $\frac{5}{9}$
- 
- 6** El reloj de mi abuela adelanta un minuto por hora, y el de mi abuelo se atrasa medio minuto por hora. Cuando salgo de su casa, sincronizo los dos relojes y les digo que volveré cuando la diferencia entre los tiempos que marcan sus relojes sea exactamente una hora. ¿Cuánto tiempo tardaré en volver?
A) 12 horas B) 14 horas y media C) 40 horas D) 60 horas E) 90 horas
- 7** Pedro dice que el 25% de sus libros son novelas, y que 1/9 de sus libros son de poesía. Si tiene entre 50 y 100 libros, ¿cuántos libros tiene?
A) 50 B) 56 C) 64 D) 72 E) 93
- 8** Una circunferencia está dividida en cuatro arcos de longitudes 2, 5, 6, x. Hallar el valor de x si el arco de longitud 2 subtende un ángulo central de 30°
- 

9 Un paquete de caramelos cuesta 10 monedas. Dentro de cada paquete hay un bono, y cada tres bonos te regalan un paquete de caramelos más. ¿Cuántos paquetes obtendrás por 150 monedas?

- A) 15 B) 17 C) 20 D) 21 E) 22

10 Los números a, b, c, d y e son positivos, tales que $ab = 2, bc = 3, cd = 4, de = 5$. ¿Cuál es el valor de $\frac{e}{a}$?

- A) $\frac{15}{8}$ B) $\frac{5}{6}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{4}{5}$ E) Imposible calcularlo

Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una

11 Una persona con poca educación le pregunta la edad a Inés. Ésta contesta: "Si yo fuera a vivir 100 años, mi edad ahora sería cuatro tercios de la mitad del tiempo que me faltaría por vivir". ¿Qué edad tiene ahora Inés?

- A) 20 B) 40 C) 50 D) 60 E) 80

12 El rectángulo de la figura está dividido en seis cuadrados. Los lados del cuadrado más pequeño miden 1 cm. ¿Cuál es la longitud de los lados del cuadrado mayor?

- A) 4 cm B) 5 cm C) 6 cm D) 7 cm E) 8 cm



13 Cada letra representa una cifra distinta, y cada cifra está representada por una letra distinta. ¿Qué cifra representa G?

$$\begin{array}{r} \text{K A N} \\ + \text{K A G} \\ + \text{K N G} \\ \hline 2006 \end{array}$$

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14 Mientras Nicolás está resolviendo una de las preguntas del canguro llega a las siguientes conclusiones, todas ellas correctas:

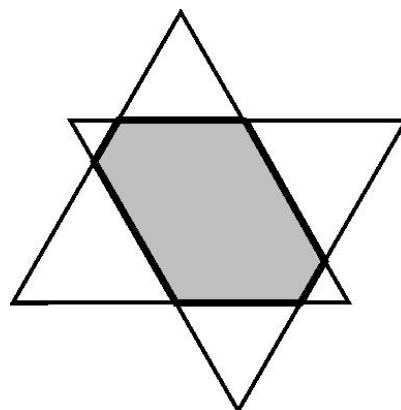
- 1) Si la respuesta A es verdad, entonces la B también sería verdad.
- 2) Si la respuesta C no es verdad, entonces la B tampoco lo sería.
- 3) Si la respuesta B no es verdad, entonces ni D ni E serían verdad.

¿Cuál de las respuestas al problema es la correcta?

- A) respuesta A B) respuesta B C) respuesta C D) respuesta D E) respuesta E

15 Dos triángulos equiláteros iguales, de 18 cm de perímetro cada uno, se solapan como se muestra en la figura (con los lados paralelos). ¿Cuál es el perímetro del hexágono resultante, pintado de gris en la figura?

- A) 11 cm B) 12 cm C) 13 cm
D) 14 cm E) 15 cm



16 ¿Cuál es el máximo número de cifras que puede tener un número, si toda pareja de cifras consecutivas es un cuadrado perfecto?

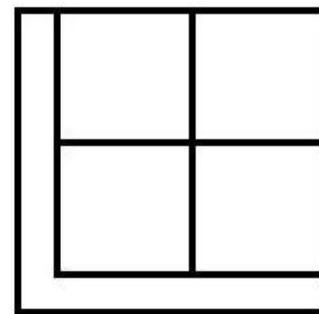
- A) 5 B) 4 C) 3 D) 6 E) 10

17 Una caja contiene 15 bolas coloreadas de rojo y azul (media bola es roja y la otra media azul), 12 bolas están coloreadas de azul y verde y 9 bolas están coloreadas de verde y rojo. ¿Cuál es el menor número de bolas que hay que extraer para garantizar que al menos siete bolas compartan un mismo color?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

18 Un cuadrado de área 125 cm^2 se divide en CINCO partes de la misma área – cuatro cuadrados y la figura en forma de L tal como se muestra a la derecha. Hallar la longitud del lado más corto de la figura en forma de L.

- A) 1 cm B) 1,2 cm C) $2(\sqrt{5} - 2)$ cm
D) $3(\sqrt{5} - 1)$ cm E) $5(\sqrt{5} - 2)$ cm



19 Si la suma de tres números positivos es igual a 20, entonces el producto de los dos mayores es

- A) siempre menor que 99 B) siempre mayor que 0,001 C) siempre distinto de 25
D) siempre distinto de 75 E) ninguno de los anteriores

20 Supongamos que el resultado final de un partido de fútbol fue 5 – 4 a favor del equipo de casa. Si éste marcó primero, y fue siempre por delante en el marcador, de cuántas formas distintas se han podido marcar los goles?

- A) 17 B) 13 C) 20 D) 14 E) 9

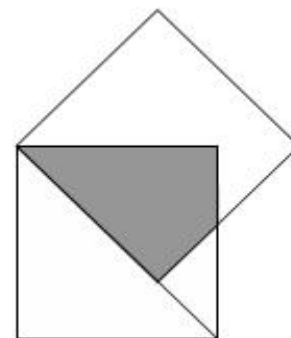
Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una

21 Un tren consta de cinco vagones: I, II, III, IV y V y una locomotora que los arrastra. ¿De cuántas maneras se pueden distribuir los vagones de modo que el vagón I esté más cerca de la locomotora que el vagón II?

- A) 120 B) 60 C) 48 D) 30 E) 10

22 Dos cuadrados de lado 1 tienen un vértice común, y el lado de uno de ellos está sobre la diagonal del otro, como se muestra en la figura. ¿Cuál es el área coloreada?

- A) $\sqrt{2} - 1$ B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{\sqrt{2} + 1}{2}$
D) $\sqrt{2} + 1$ E) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$



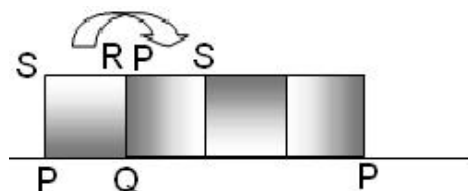
23 La familia Trapp consta del padre, la madre y varios niños. La media de las edades de los miembros de la familia es 18 años. Sin el padre, que tiene 38 años, la media de las edades de los demás miembros de la familia es 14 años. ¿Cuántos niños hay en la familia Trapp?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

24 Los números 1, 2, 3 se escriben en la circunferencia de un círculo. Después se escribe entre ellos la suma de cada par de números consecutivos, obteniéndose así 6 números (1, 3, 2, 5, 3 y 4). Esta operación se repite 4 veces más, resultando 96 números escritos en la circunferencia. ¿Cuánto vale la suma de todos ellos?

- A) 486 B) 2187 C) 1458 D) 4374 E) 998.

25 Un cuadrado PQRS con lados de longitud 10 cm rueda sin deslizar a lo largo de una recta. Inicialmente P y Q están sobre la recta, y el primer giro es alrededor del punto Q como se muestra en la figura. El movimiento se detiene cuando P vuelve por primera vez a estar sobre la recta. ¿Cuál es la longitud de la curva trazada por P?



- A) 10π B) $5\pi + 5\pi\sqrt{2}$ C) $10\pi + 5\pi\sqrt{2}$
 D) $5\pi + 10\pi\sqrt{2}$ E) $10\pi + 10\pi\sqrt{2}$

26 Cada cara de un cubo se colorea con un color diferente, elegido entre seis colores posibles. ¿Cuántos cubos diferentes pueden formarse de esta manera?

- A) 24 B) 30 C) 36 D) 42 E) 48

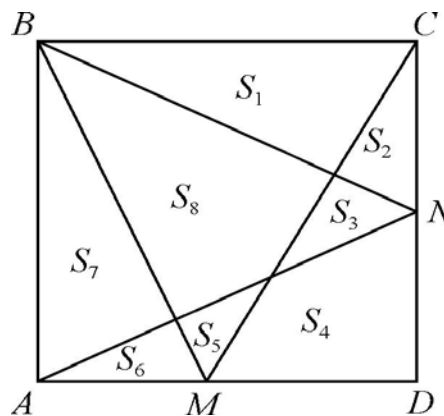
27 El número 257 tiene 3 cifras distintas, que al disponerse en orden inverso produce el número mayor 752. ¿Cuántos números de tres cifras tienen esta propiedad?

- A) 124 B) 252 C) 280 D) 288 E) 360

28 Y se define como la suma de las cifras de X, y Z es la suma de las cifras de Y. ¿Cuántos números naturales X verifican $X + Y + Z = 60$?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) más de tres

29 Los puntos M y N se eligen arbitrariamente en los lados AD y DC, respectivamente, del cuadrado ABCD. El cuadrado se divide en las ocho partes de áreas S_1, S_2, \dots, S_8 como se muestra en la figura. ¿Cuál de las siguientes expresiones es siempre igual a S_8 ?



- A) $S_2 + S_4 + S_6$
 B) $S_1 + S_3 + S_5 + S_7$
 C) $S_1 + S_4 + S_7$
 D) $S_2 + S_5 + S_7$
 E) $S_3 + S_4 + S_5$.

30 Una isla mágica está habitada por caballeros (que siempre dicen la verdad) y mentirosos (que siempre mienten). Un visitante inteligente se encuentra a dos personas, A y B, de la isla y quiere determinar si son caballeros o no. Cuando le pregunta a A, "¿Sois los dos caballeros?", él no puede estar seguro de sus identidades. Cuando le vuelve a preguntar a A: "Sois los dos del mismo tipo?", él ya puede identificarlos. ¿Qué son A y B?

- A) los dos mentirosos B) los dos caballeros C) A – caballero, B – mentiroso
 D) B – caballero, A – mentiroso E) imposible averiguarlo