



XIV CONCURSO CANGURO MATEMÁTICO 2007



Nivel 6 (2º de Bachillerato)

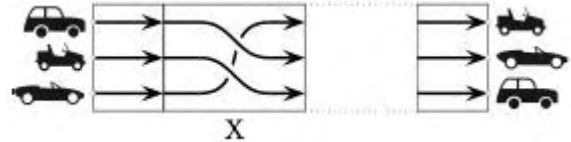
Día 15 de marzo de 2007. Tiempo : 1 hora y 15 minutos

No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

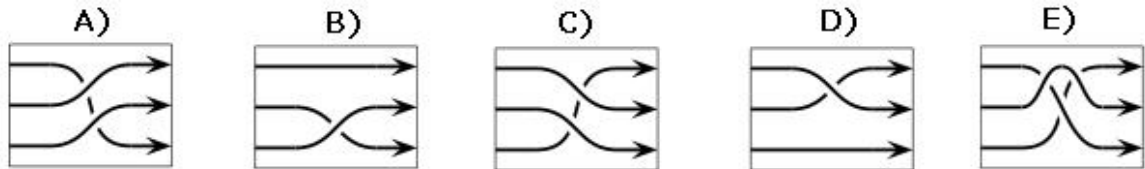
Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada una.

1

Miguel está construyendo una carrera.



Observa que el orden de los coches al final no es el mismo que al principio. ¿Qué elemento debe reemplazar a X para que el orden de los coches sea al final el correcto?



2

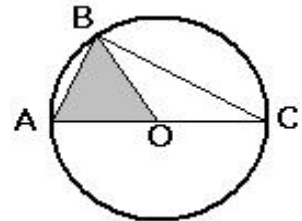
Tres amigos tienen, entre todos, 30 bolas. Si Benito le da 5 a Carlos, Carlos le da 4 a Ana y Ana le da 2 a Benito, entonces todos tendrán el mismo número de bolas. ¿Cuántas bolas tenía Ana al principio?

- A) 8 B) 9 C) 11 D) 12 E) 13

3

El área sombreada es igual a $\sqrt{3}$. ¿Cuál es el área del triángulo ABC?

- A) $2\sqrt{3}$ B) 2 C) 5 D) 4 E) $4\sqrt{3}$



4

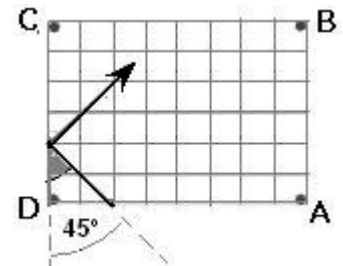
$\frac{\text{sen}(1^\circ)}{\text{cos}(89^\circ)}$ es igual a

- A) 0 B) $\text{tg}(1^\circ)$ C) $\text{cotg}(1^\circ)$ D) $\frac{1}{89}$ E) 1

5

La bola de billar rebota en el borde del tablero bajo ángulo de 45° , como se indica. ¿En que esquina caerá en la bolsa?

- A) A B) B C) C D) D E) en ninguna



6

En el examen de entrada de una Universidad, los estudiantes deben contestar correctamente al 80% de las preguntas que se le hacen. Hasta un cierto momento, Pedro ha intentado contestar a 15 preguntas. No sabe la respuesta correcta de 5 de ellas, pero está seguro de que a las otras 10 ha contestado correctamente. Si las respuestas a las restantes preguntas del test fueran correctas, aprobaría el test exactamente con el 80% de las preguntas. ¿Cuántas preguntas hay en el test?

- A) 20 B) 25 C) 30 D) 35 E) 40

7

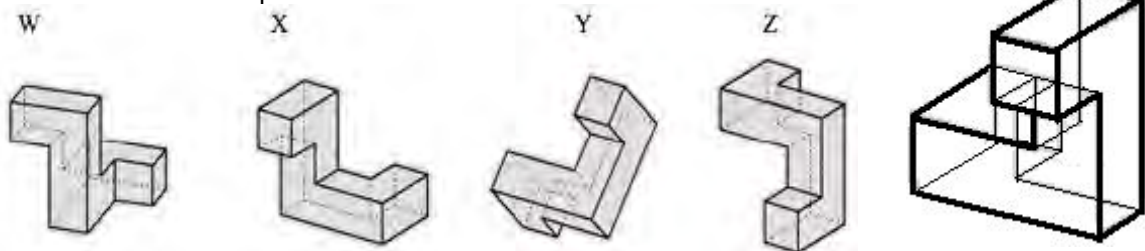
Parece que los antiguos egipcios usaban una cuerda con dos nudos para construir un ángulo recto. Si la longitud de la cuerda es 12m y uno de los nudos está en X, a 3 m. de un extremo de la cuerda, ¿a que distancia del otro extremo hay que poner el segundo nudo para obtener un ángulo recto en X?



- A) 3
- B) 4
- C) 5
- D) 6
- E) otra respuesta

8

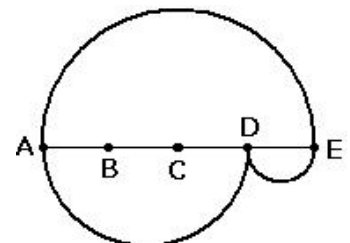
¿Cuáles de los siguientes objetos pueden ser obtenidos girando el objeto de la derecha en el espacio?



- A) W e Y
- B) X y Z
- C) sólo Y
- D) ninguno de ellos
- E) W, X e Y

9

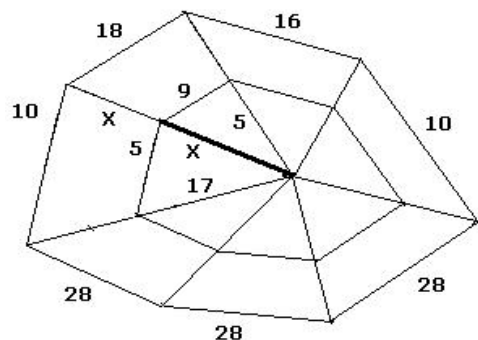
AE se divide en 4 partes iguales y se trazan los semicírculos de la figura, de diámetros AE, AD y DE, formándose caminos desde A hasta E. Determinar la razón de la longitud del camino de arriba al de abajo.



- A) 1:2
- B) 2:3
- C) 2:1
- D) 3:2
- E) 1:1

10

La araña está tejiendo una tela y alguna de las longitudes se muestran en la figura. Sabiendo que x es entero, calcular su valor.



- A) 11
- B) 13
- C) 15
- D) 17
- E) 19

Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una

11

Dado un cuadrado ABCD de lado 1, se trazan todos los cuadrados que comparten al menos dos vértices con ABCD. El área de la región formada por los puntos que están cubiertos por, al menos, uno de esos cuadrados vale

- A) 5
- B) 6
- C) 7
- D) 8
- E) 9

12

El ángulo β es 25% menor que el ángulo γ y 50% mayor que el ángulo α . El ángulo γ es

- A) 25% mayor que α
- B) 50% mayor que α
- C) 75% mayor que α
- D) 100% mayor que α
- E) 125% mayor que α

13

Si $2^{x+1} + 2^x = 3^{y+2} - 3^y$, donde x e y son enteros, el valor de x es

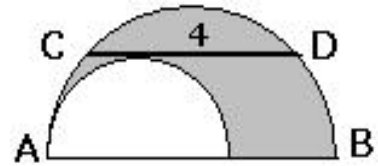
- A) 0
- B) 3
- C) -1
- D) 1
- E) 2

14¿Cual es el valor de $\cos 10^\circ + \cos 20^\circ + \cos 30^\circ + \dots + \cos 3580^\circ + \cos 3590^\circ$?

- A) 1 B) π C) 0 D) 10 E) -1

15

Se tienen los semicírculos de la figura. La cuerda CD, de longitud 4, es paralela al diámetro AB del semicírculo grande y es tangente al pequeño. El área de la región sombreada es



- A) π B) 1.5π C) 2π D) 3π E) faltan datos

16

La suma de 5 enteros consecutivos es igual a la suma de los tres enteros consecutivos siguientes. El mayor de esos 8 números es

- A) 4 B) 8 C) 9 D) 11 E) algún otro

17

Tomás nació el día del vigésimo cumpleaños de su madre. ¿cuántas veces la edad de Tomás será un divisor de la edad de su madre, si ambos viven muchos años?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

18

Una isla está habitada por caballeros y mentirosos. Cada caballero siempre dice la verdad y cada mentiroso siempre miente. Una vez, un habitante A de la isla, preguntado sobre él mismo y sobre otro habitante B, dice que al menos uno de ellos es mentiroso. ¿Cuál de las siguientes proposiciones es verdadera?

- A) A no puede decir eso
 B) Los dos son mentirosos
 C) los dos son caballeros
 D) A es mentiroso y B caballero.
 E) B es mentiroso y A caballero.

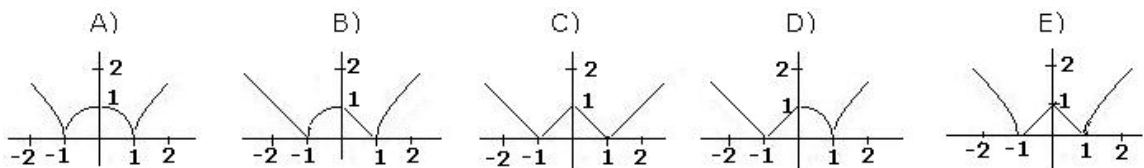
19

Se considera una esfera de radio 3 con centro en el origen de un sistema coordenado cartesiano en el espacio. ¿Cuántos puntos de la superficie de esa esfera tienen coordenadas enteras?

- A) 30 B) 24 C) 12 D) 6 E) 3

20

La gráfica de la función $f(x) = \sqrt{|(1+x)(1-|x|)|}$ es:



Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una

21

¿Cuál de los siguientes números no puede escribirse como $x + \sqrt{x}$ si x es un entero?

- A) 870 B) 110 C) 90 D) 60 E) 30

22

Si $f(x) = \frac{2x}{3x+4}$ y $f(g(x)) = x$, entonces

- A) $g(x) = \frac{3x+4}{2x}$ B) $g(x) = \frac{3x}{2x+4}$ C) $g(x) = \frac{2x+4}{4x}$ D) $g(x) = \frac{4x}{2-3x}$ E) otra respuesta

23

Ana, Belinda y Carlos lanzan un dado. Ana gana si sale un 1, un 2 o un 3; Belinda gana si saca 4 ó 5; Carlos gana si sale un 6. El dado rota de Ana a Belinda, de Belinda a Carlos, de Carlos a Ana, etc., hasta que un jugador gane. Calcular la probabilidad de que Carlos gane.

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{11}$ D) $\frac{1}{13}$ E) Es imposible que gane Carlos

24

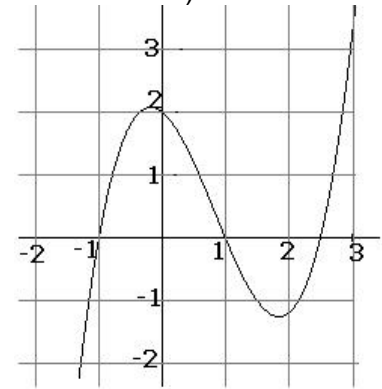
¿Cuánto miden los ángulos agudos de un rombo si su lado es la media geométrica de sus diagonales?

- A) 15° B) 30° C) 45° D) 60° E) 75°

25

La figura representa una parte de la gráfica de la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. ¿Cuánto vale b ?

- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4

**26**

Hallar cuántos números reales positivos "a" hay de manera que la ecuación cuadrática $x^2 + ax + 2007 = 0$ tenga dos raíces enteras.

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) otra respuesta

27

La suma $\frac{1}{2\sqrt{1}+1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{100\sqrt{99}+99\sqrt{100}}$ es igual a :

- A) $\frac{999}{1000}$ B) $\frac{99}{100}$ C) $\frac{9}{10}$ D) 9 E) 1

28

En una fiesta cinco amigos se dan regalos mutuamente, de tal manera que todo el mundo da un regalo y recibe otro (uno no se regala a sí mismo). ¿De cuántas maneras es ésto posible?

- A) 5 B) 10 C) 44 D) 50 E) 120

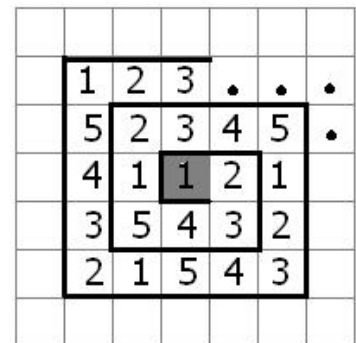
29

Las cifras de la secuencia

1 2 3 4 5 1 2 3 4 5 1 2 3 4 5...

Llenan las celdas de la figura empezando en la sombreada y siguiendo en espiral. Qué número estará en la celda situada 100 celdas por encima de la sombreada?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

**30**

La sucesión creciente 1, 3, 4, 9, 10, 12, 13, . . . contiene todas las potencias de 3 y los números que se pueden escribir como suma de diferentes potencias de 3. ¿Cuál es el centésimo elemento de la sucesión?

- A) 150 B) 981 C) 1234 D) 2401 E) 3^{100}