



XV CONCURSO CANGURO MATEMÁTICO 2008



Nivel 5 (1º de Bachillerato)

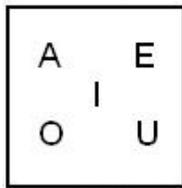
Día 9 de abril de 2008. Tiempo : 1 hora y 15 minutos

No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada uno.

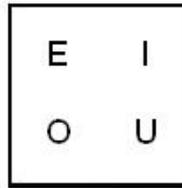
1

Hay 5 cajas con cartas nombradas A, E, I, O, U. Pedro quiere quitar cartas de las cajas de manera que al final quede una sola carta en cada caja, y cajas distintas contengan letras distintas. ¿Qué carta queda en la caja número 2?



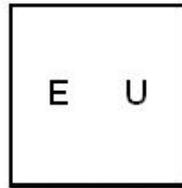
Caja 1

A) A



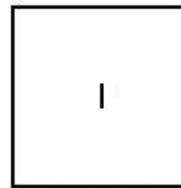
Caja 2

B) E



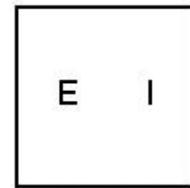
Caja 3

C) I



Caja 4

D) O



Caja 5

E) U

2

Frank y Gabriel compiten corriendo 200 metros. Gabriel tarda medio minuto, y Frank, la centésima parte de una hora. ¿Quién y cuántos segundos fué más rápido?

- A) Gabriel , 36 segundos
C) Gabriel, 6 segundos
E) Tardan lo mismo

- B) Frank, 24 segundos
D) Frank, 4 segundos

3

Para celebrar el Año Nuevo 2008, Basilio se pone una camiseta con 2008 grabado sobre ella, y se coloca frente a un espejo haciendo el pino. ¿Qué ve en el espejo su amigo Nicolás, que está en pie junto a Basilio?

- A) 2008 B) 5008 C) 8002 D) 8005 E) 2005

4

$a = 2 - (-4)$, $b = (-2)(-3)$, $c = 2 - 8$, $d = 0 - (-6)$ y $e = (-12) : (-2)$

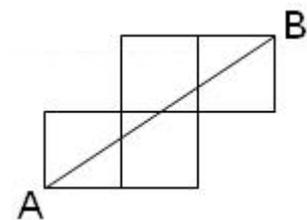
¿Cuántos de estos resultados no son iguales a 6?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 5

5

¿Cuál es la longitud de AB si el lado de cada cuadrado es 1 m?

- A) 5 B) $\sqrt{13}$ C) $\sqrt{5} + \sqrt{2}$
D) $\sqrt{5}$ E) ninguno de los anteriores



6

¿Cuál es el menor número de letras que hay que borrar en la palabra KANGOUROU para que las que queden estén en orden alfabético?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7

Cada letra es una cifra y una cifra es sólo una letra. ¿Qué cifra es K?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 8 E) 9

$$\begin{array}{r} K A \\ + A K \\ \hline W A W \end{array}$$

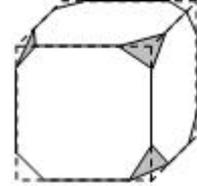
8

Tom y Jerry cortan dos rectángulos iguales (uno cada uno). Tom obtiene dos rectángulos de perímetro 40 cm (cada uno), y Jerry obtiene dos rectángulos de perímetro 50 cm cada uno. ¿Cuál era el perímetro de los rectángulos iniciales?

- A) 40 cm B) 50 cm C) 60 cm D) 80 cm E) 100 cm

9

Un cubo tiene todos sus vértices recortados, como se muestra en la figura. ¿Cuántas aristas tiene el sólido resultante?



- A) 26 B) 30 C) 36 D) 40 E) otra respuesta

10

En mi primer examen, obtengo un punto de 5 posibles. Si trabajo mucho y obtengo puntuación completa en cada examen que tenga, ¿cuántos exámenes más debo hacer para que mi promedio resulte ser de 4 puntos sobre cinco?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una

11

Hay 7 cartas en una caja, numeradas del 1 al 7. El primer jugador elige, al azar, tres cartas de la caja, y el segundo 2 (quedan 2 cartas en la caja). El primer jugador le dice al segundo: "Sé que la suma de los números de tus cartas es par". La suma de los números de las cartas del primer jugador es

- A) 10 B) 12 C) 6 D) 9 E) 15

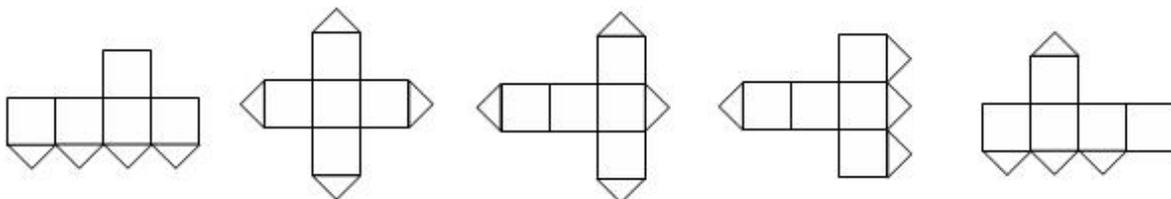
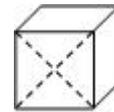
12

Bill tiene 10 cartas, en las que se escriben (uno en cada una) los números 3, 8, 13, 18, 23, 28, 33, 48, 53, 68. ¿Cuál es el menor número de cartas que debe elegir para que la suma de los números de las cartas elegidas sea igual a 100?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) es imposible lograrlo

13

Una de las caras del cubo se corta a lo largo de sus diagonales (ver la figura). ¿Cuáles de los siguientes desarrollos es imposible?

**1****2****3****4****5**

- A) 1 y 3

- B) 1 y 5

- C) 3 y 4

- D) 3 y 5

- E) 2 y 4

14

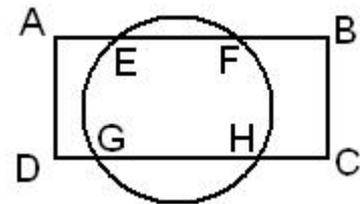
Los siete enanitos nacieron el mismo día, durante 7 años consecutivos. La suma de las edades de los 3 más jóvenes es 42 años. ¿Cuánto vale la suma de las edades de los 3 mayores?

- A) 51 B) 54 C) 57 D) 60 E) 63

15

El rectángulo ABCD corta al círculo en los puntos E, F, G, H: Si AE=4cm, EF=5cm y DG=3cm, entonces la longitud de HG es

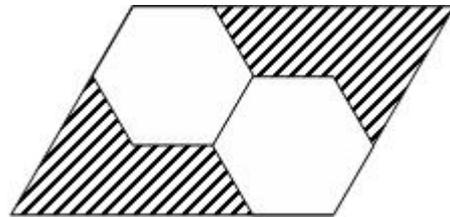
- A) 6cm
- B) 7cm
- C) 20/3 cm
- D) 8cm
- E) 9cm



16

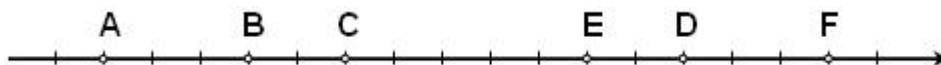
En la figura los dos hexágonos regulares son iguales. ¿Qué fracción del área del paralelogramo está rayada?

- A) $\frac{1}{2}$
- B) $\frac{1}{3}$
- C) $\frac{1}{4}$
- D) $\frac{1}{5}$
- E) $\frac{1}{6}$



17

Seis enteros están marcados en la recta (ver la figura). Se sabe que al menos dos de ellos son divisibles por 3, y que al menos dos son divisibles por 5. ¿Qué números son divisibles por 15?



- A) A y F
- B) B y D
- C) C y E
- D) Los seis números
- E) sólo uno de ellos

18

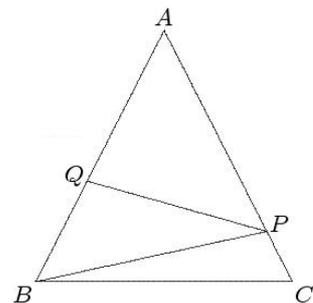
¿Cuántas cifras, como máximo, pueden ser borradas del número de 1000 cifras 20082008...2008, de tal manera que la suma de las cifras restantes sea 2008?

- A) 260
- B) 510
- C) 746
- D) 1020
- E) 130

19

La figura muestra un triángulo isósceles ABC, con AB=AC. Si PQ es perpendicular a AB, el ángulo BPC es 120° y el ángulo ABP es 50° entonces ¿cuánto mide el ángulo PBC?

- A) 5°
- B) 10°
- C) 15°
- D) 20°
- E) 25°



20

¿Cuántos pares de números reales hay tales que la suma, el producto y el cociente de esos dos números sea el mismo?

- A) ninguno
- B) 1 par
- C) 2 pares
- D) 4 pares
- E) 8 pares

Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una

21

Cada cifra, empezando por la tercera, de la representación decimal de un número de seis cifras es igual a la suma de las dos cifras anteriores. ¿Cuántos números de seis cifras tienen esta propiedad?

- A) 5
- B) 1
- C) 2
- D) 4
- E) 6

22

Tengo un cubo con tres caras rojas y tres azules. Si lo corto en $3 \times 3 \times 3 = 27$ cubos iguales, ¿cuántos de ellos tienen al menos 2 caras de las que una es roja y la otra azul?

- A) 6
- B) 12
- C) 14
- D) 16
- E) depende de qué caras del cubo inicial sean rojas y cuáles sean azules

23

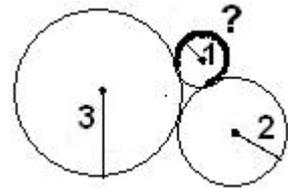
Se llama factorial de n al producto $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$. Si $n! = 2^{15} \cdot 3^6 \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 11 \cdot 13$, entonces $n =$

- A) 13
- B) 14
- C) 15
- D) 16
- E) 17

24

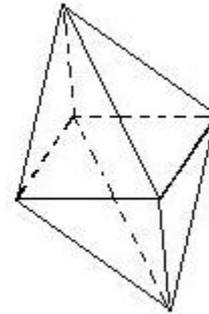
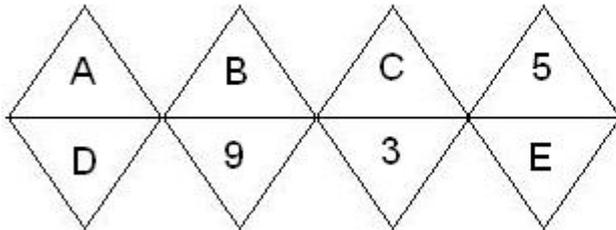
En la figura se ven tres círculos de radios 1, 2 y 3 respectivamente. La longitud del arco señalado con trazo grueso es

- A) $\frac{5\pi}{4}$ B) $\frac{5\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\frac{3\pi}{2}$ E) $\frac{2\pi}{3}$



25

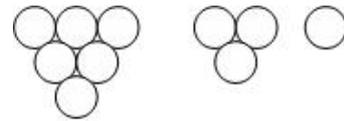
Este dibujo de 8 triángulos equiláteros puede ser el desarrollo de un octaedro regular. Construir un octaedro mágico sustituyendo las letras A, B, C, D, y E por los números 2, 4, 6, 7 y 8 (sin repetirse) para que la suma de los cuatro números sobre las cuatro caras que concurren en cada vértice tengan la misma suma S. Sobre el octaedro mágico ¿cuánto vale B+D?



- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

26

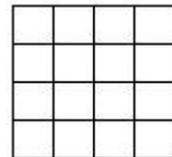
Una 3-pirámide está formada por tres pisos de bolas (ver figura). De modo similar se tiene una 4-pirámide, 5-pirámide, etc. Todas las bolas exteriores de una 8-pirámide son negras (son exteriores si son tangentes al tetraedro circunscrito) y el resto blancas. ¿Qué clase de figura forman las bolas blancas?



- A) 3-pirámide B) 4-pirámide C) 5-pirámide D) 6-pirámide E) 7-pirámide

27

Un cuadrado 4x4 está dividido en cuadrados unidad. Halla el máximo número posible de diagonales, que pueden dibujarse en los cuadrados unidad, para que, dos cualesquiera de ellas no tengan ningún punto común.



- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

28

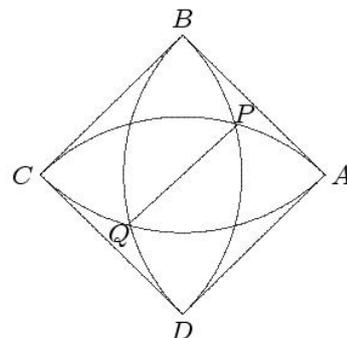
El Canguro siempre da saltos de 1 ó 3 metros de longitud. Quiere recorrer exactamente una distancia de 10 m (Consideramos 1+3+3+3 y 3+3+3+1 como dos posibilidades distintas) ¿Cuántas posibilidades tiene de hacerlo?

- A) 28 B) 34 C) 35 D) 55 E) 56

29

En la figura ABCD es un cuadrado de lado 1 y los cuartos de círculo tienen centros en A, B, C y D.. ¿Cuál es la longitud de PQ?

- A) $2 - \sqrt{2}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\sqrt{5} - \sqrt{2}$
 D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\sqrt{3} - 1$



30

¿Cuántos números de 2007 cifras hay, tales que todo número de 2 cifras formado por dos cifras consecutivas sea divisible por 17 ó por 23?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 9 E) más de 9