



XV CONCURSO CANGURO MATEMÁTICO 2008



Nivel 4 (4º de E.S.O.)

Día 9 de abril de 2008. Tiempo : 1 hora y 15 minutos

No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada uno.

- 1** ABC es un triángulo isósceles con el ángulo desigual en A, que mide 27 grados. D es el punto simétrico de B con respecto a A. ¿Cuánto mide el ángulo BCD?
- A) 135 B) 108 C) 89 D) 90 E) 71
- 2** Entre los cinco personajes siguientes, solamente uno no tiene relación con las matemáticas. ¿Cuál es?
- A) Arquímedes B) Euclides C) Churchill D) Euler E) Leibniz
- 3** Bob quiere cortar 6 listones en 6 trozos cada uno. ¿Cuánto tiempo tardará, si emplea un minuto en cada corte?
- A) 36 min B) 30 min C) 32 min D) 35 min E) 6 min
- 4** Un número x satisface la condición $\frac{1}{1+\frac{1}{x}} = 2$ ¿Cuál es el valor de la expresión $\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{x}}}$?
- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) 4 E) $\frac{1}{2}$
- 5** El número natural 123456789123456789.... tiene 100 cifras. ¿Cuál es la centésima cifra (la de las unidades)?
- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9
- 6** Escribimos los números 216, 217, 218,..., 684. ¿Qué número de la lista tiene la propiedad siguiente: hay dos veces más números en la lista que son menores que él que los que son mayores que él.
- A) 527 B) 528 C) 450 D) 556 E) ninguno de los anteriores
- 7** La temperatura en un cierto lugar era - 8 grados centígrados. Si sube 12 grados, luego baja 6 y finalmente se incrementa en 1 grado, ¿Cuál es la temperatura final?
- A) 27 B) 15 C) 11 D) 1 E) - 1
- 8** Tenemos 6 puntos en una recta y un séptimo punto fuera de ella. ¿Cuál es el número total de triángulos cuyos vértices son los puntos dados?
- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

9

Maria tiene una pieza rectangular de papel de 27 cm de largo y 351 cm^2 de superficie. Corta dos triángulos equiláteros tomando como bases los lados más cortos del rectángulo. ¿Cuál es el perímetro de la figura restante?

- A) 132 B) 106 C) 80 D) 79 E) 53

10

Si N no es ni 0, ni 8, ni -8, ¿Cuántos de estos cuatro números, $\frac{5+N}{8+N}$; $\frac{5-N}{8-N}$; $\frac{5 \times N}{8 \times N}$; $\frac{5:N}{8:N}$ son iguales a $\frac{5}{8}$?

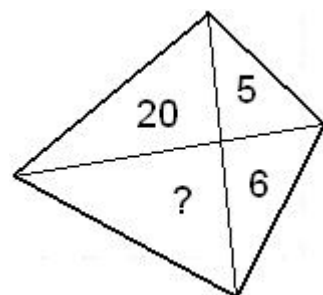
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una

11

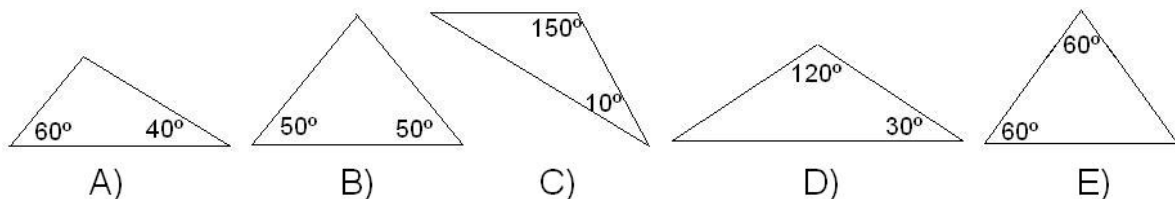
En la figura, el cuadrilátero está dividido por sus diagonales en cuatro partes. El área de tres de ellas se indica en la figura. Hallar el área de la cuarta:

- A) 20 B) 22 C) 24 D) 25 E) 26



12

Juan cree que si un triángulo es isósceles, entonces es acutángulo. ¿Cuál de los triángulos de la figura prueba que está equivocado?



13

Uno de los siguientes enteros no puede escribirse como el producto de un número primo por dos números compuestos?

- A) 2^5 B) $2 \times 3 \times 4 \times 5$ C) $2 \times 3^2 \times 5$ D) 6×12 E) 1000

14

En un triángulo rectángulo ABC, se trazan la altura BH y la mediana BM desde el vértice B del ángulo recto. Si $BM = 2 BH$ ¿cuánto mide el menor de los ángulos del triángulo?

- A) 15° B) 24° C) 30° D) 45° E) imposible de determinar

15

He elegido un número entre 1 y 15. Si tú me propones un conjunto de números y me preguntas si mi número pertenece a este conjunto, yo debo dar la respuesta correcta ("sí" o "no"). ¿Cuál es el menor número de preguntas necesarias para estar seguro de averiguar mi número?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 14

16

Se da el cuadrilátero ABCD tal que $AB = BC = CD$ y $AD = AC = BD$. Hallar el menor ángulo del cuadrilátero.

- A) 72° B) 60° C) 36° D) 54° E) otra respuesta

17

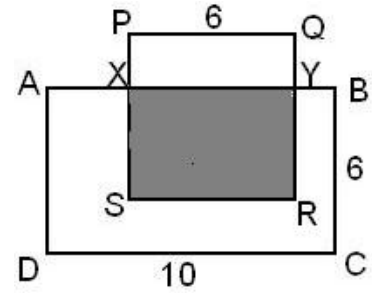
El mayor número n tal que la suma $1 + 2 + \dots + n$ es menor o igual que 2008 es

- A) 50 B) 61 C) 62 D) 63 E) 70

18

ABCD es un rectángulo y PQRS un cuadrado. El área sombreada es la mitad del área del rectángulo ABCD. ¿Cuánto vale la longitud PX?

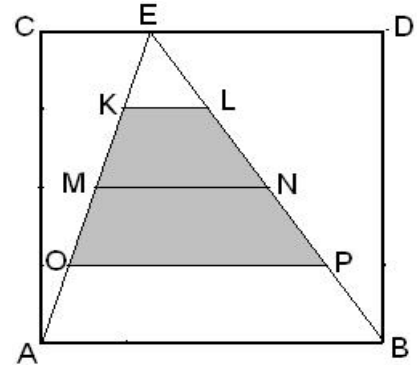
- A) 1 B) 1,5 C) 2 D) 2,5 E) 4



19

ABDC es un cuadrado, $AO=OM=MK=KE$ y $BP=PN=NL=LE$. Si $OP=3$ ¿cuál es el área del trapecio OPLK?

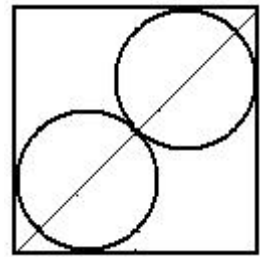
- A) 3 cm^2 B) 4 cm^2 C) $4,5 \text{ cm}^2$
 D) $5,5 \text{ cm}^2$ E) 6 cm^2



20

Dos círculos, cada uno de radio 1, están inscritos en un cuadrado, como se ve en la figura. La diagonal del cuadrado mide

- A) 4 B) $\sqrt{2}$ C) $2 + \sqrt{2}$ D) $2(1 + \sqrt{2})$ E) $4 + \sqrt{2}$

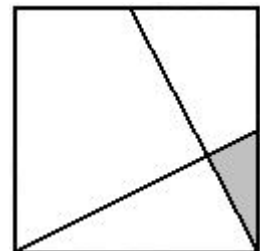


Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una

21

Los puntos medios de dos lados de un cuadrado se unen a vértices, como se indica en la figura. ¿Qué fracción del área del cuadrado es el triángulo gris?

- A) $\frac{1}{40}$ B) $\frac{1}{36}$ C) $\frac{1}{32}$ D) $\frac{1}{25}$ E) $\frac{1}{20}$



22

Si se lee la fecha 21.02 (el 21 de febrero) de derecha a izquierda se obtiene 20.12, que es una posible fecha (20 de diciembre). En cambio 10.09 no tiene esta propiedad (no hay 90 de enero). ¿Cuántas fechas en el año tienen esa propiedad?

- A) 183 B) 182 C) 36 D) 35 E) depende del año

23

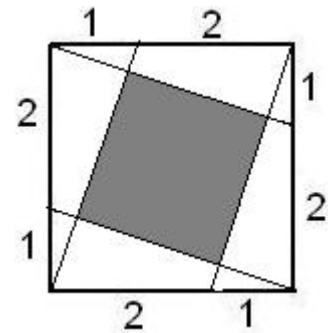
El máximo común divisor de dos enteros positivos m y n es 12, y el mínimo común múltiplo de ellos es un cuadrado. Entre los cinco números m , n , $\frac{n}{3}$, $\frac{m}{3}$, $\frac{n}{4}$ y $\frac{m}{4}$, ¿cuántos son cuadrados?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) imposible determinarlo

24

El cuadrado de la figura, de lado 3, se divide en varias partes como se muestra en la propia figura. ¿Qué porcentaje del área del cuadrado es el área sombreada?

- A) 30% B) 33% C) 35% D) 40% E) 50%

**25**

Un cuadrado, un círculo y un triángulo equilátero tienen el mismo perímetro. ¿Cuál de las proposiciones siguiente es verdad?

- A) todos tienen la misma área B) el de mayor área es el cuadrado
 C) el de mayor área es el círculo D) el de mayor área es el triángulo
 E) es imposible determinar qué área es mayor

26

¿Para cuántos valores enteros de n la fracción $\frac{2n+15}{n+16}$ es un número entero?

- A) 3 B) 1 C) 2 D) 4 E) 6

27

Si $U + V = 1$ y $U^2 + V^2 = 2$, entonces $U^4 + V^4$ vale

- A) 4 B) 8 C) 1 D) 3 E) 3,5

28

El sistema de ecuaciones $\begin{cases} ax + (a-1)y = 1 \\ (a+1)x - ay = 1 \end{cases}$ No tiene solución cuando a es igual a:

- A) $\frac{2}{\sqrt{2}}$ B) $\frac{-2}{\sqrt{2}}$ C) 1 D) -1 E) $\frac{\pm 1}{\sqrt{2}}$

29

La suma de dos números es 10; su producto es -20. Hallar la suma de los inversos de ambos números

- A) 1 B) -1 C) $\frac{1}{2}$ D) $-\frac{1}{2}$ E) 2

30

El área de un cuadrado rojo es 64 cm^2 y la de uno azul, 144 cm^2 . ¿Cuál es la razón entre el perímetro del cuadrado rojo y el perímetro del cuadrado azul?

- A) 1 : 2 B) 2 : 3 C) 3 : 4 D) 4 : 5 E) 4 : 9