



XVI CONCURSO CANGURO MATEMÁTICO 2009



Nivel 4 (4° de E.S.O.)

Día 24 de marzo de 2009. Tiempo : 1 hora y 15 minutos

No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada una.

1 El valor de la suma $\frac{1}{15 \cdot 1} + \frac{1}{15 \cdot 2} + \frac{1}{15 \cdot 4} + \frac{1}{15 \cdot 8}$ es

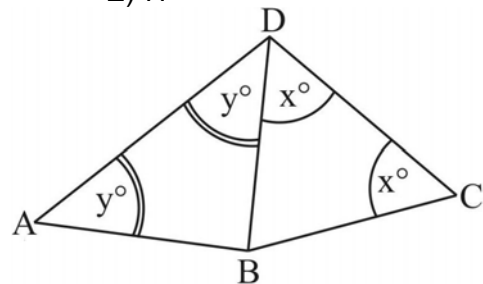
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{15}$.

2 Con las cifras 1, 4, 8 (usando cada cifra a lo sumo una vez) es posible formar cuatro cuadrados perfectos: $1=1^2$, $4=2^2$, $81=9^2$, $841=29^2$. ¿Cuántos cuadrados perfectos se pueden formar con las cifras 1, 6, 9?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7.

3 La longitud de la quebrada ABCD es 22 cm. El perímetro del triángulo ABD es 23,75 cm. ¿Cuántos centímetros más largo es el segmento AD que el CD?

- A) 1,25 B) 1,5 C) 1,75 D) 2 E) 2,25

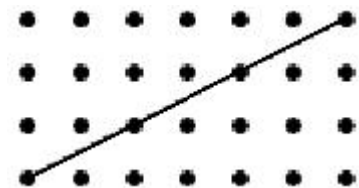


4 En promedio, se inspira y expira 0,5 litros de aire cada vez que se respira. Se respira unas 16 veces por minuto, es decir, 960 veces por hora. ¿Cuántos litros de aire se respiran en los diez años que van de 2009 a 2018, ambos inclusive?

- A) 4 204 800 B) 3 504 000 C) 4 208 256 D) 84 165 120 E) 42 071 040

5 En la figura se ve un rectángulo formado por 4 filas de 7 puntos cada una. Se ha trazado la diagonal desde el vértice inferior izquierdo al superior derecho; hay 4 puntos sobre ella. Se hace lo mismo con un rectángulo de 22 filas, con 36 puntos en cada una. ¿Cuántos puntos hay en su diagonal?

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 8



6 El mínimo común múltiplo de dos números es $2^5 \cdot 3^4 \cdot 7^8$ y su máximo común divisor es $2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2$. Uno de los números es 1764. ¿Cuál es el otro?

- A) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2$ B) $2^2 \cdot 3^4 \cdot 7^8$ C) $2^4 \cdot 3^4 \cdot 7^4$ D) $2^3 \cdot 3^2 \cdot 7^6$ E) $2^5 \cdot 3^4 \cdot 7^8$

7 Para preparar 4 litros de refresco hacen falta 3 litros de agua, 1 litro de concentrado y 500 gramos de azúcar. ¿Cuánto refresco se puede preparar con 14 litros de agua, 5 litros de concentrado y 2 kg de azúcar?

- A) 4 litros B) 7 litros C) 11 litros D) 16 litros E) 20 litros

8

¿Cuántos ángulos agudos hay en 5 triángulos obtusángulos?

- A) 0 B) 5 C) 10 D) 15 E) eso depende de los triángulos

9

Si los lados de un rectángulo disminuyen en un 30%. el área del rectángulo disminuye en un

- A) 30% B) 45% C) 60% D) 90% E) ninguno de los anteriores

10

Una fundación obtiene, la mitad de los recursos económicos necesarios para financiar un proyecto, de fondos Europeos; tres octavos de los recursos fueron concedidos por donantes y los 200 euros restantes de los propios recursos de la fundación. ¿Cuántos euros se necesitan en total para el proyecto?

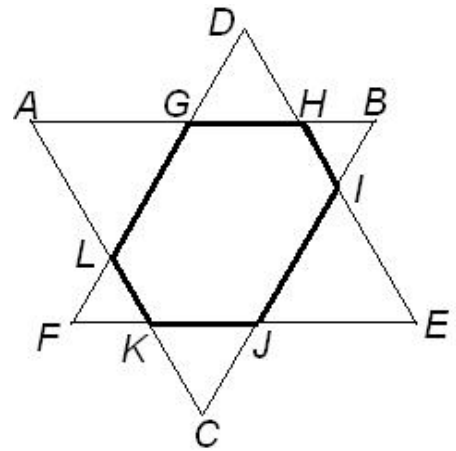
- A) 800 € B) 850 € C) 1500 € D) 1600 € E) 1700 €

Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una

11

Los triángulos equiláteros de la figura, ABC y DEF tienen el mismo perímetro, 18cm. Se colocan con los lados paralelos, como se indica. El perímetro del hexágono GHIJKL es

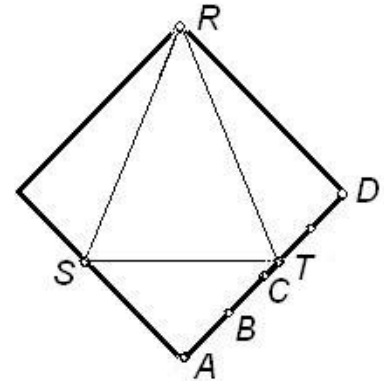
- A) 9 cm B) 12 cm C) 13 cm
D) 14 cm E) 18 cm



12

Un triángulo isósceles RST se inscribe en un cuadrado, coincidiendo R con un vértice del cuadrado. ¿Dónde se ha de situar T para que el área de RST sea máxima?

- A) en A B) en B C) en C D) en D
E) en ninguno de los puntos anteriores



13

Tres circunferencias S_1 , S_2 , S_3 son tangentes exteriores dos a dos. Sus radios están en progresión geométrica de razón 2. Entonces, el triángulo de vértices en los centros de S_1 , S_2 , S_3 es

- A) no existe tal triángulo B) acutángulo C) rectángulo
D) obtusángulo E) imposible saberlo

14

En el reloj de la bruja, los días completos tienen 12 horas (en lugar de 24), y cada hora se divide en 60 minutos. ¿Qué hora marcará el reloj de la bruja cuando el tuyo (que es un reloj normal) marque las 15h 30m?

- A) 15:30 B) 7:30 C) 7:15 D) 7:45 E) 8:45

15

El primer término de una sucesión es 20. Si un término de la sucesión es t , y t es par, el siguiente término es $t/2$. Si un término de la sucesión es t , y t es impar, el siguiente término es $3t+1$. Por lo tanto, los tres primeros términos de la sucesión son 20; 10; 5. ¿Cuál es el término que ocupa el lugar 2009 en la sucesión?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 8

16

Un lenguaje extraterrestre utiliza 16 letras y todas sus palabras tienen 3 letras. Es imposible encontrar dos palabras con la propiedad de que la última letra de la primera palabra sea la misma que la primera de la segunda. La primera y la última letra son distintas en cada palabra. ¿Cuál es el máximo número de palabras en este lenguaje?

- A) 256 B) 512 C) 1024 D) 2048 E) 4096

17

En el encerado está escrito el número 9. En cada etapa, se borra el número n que está escrito y se escribe el número k , si existen números enteros positivos a y b tales que $n = a + b$ y $k = a \cdot b$. ¿Cuántas etapas transcurren, como mínimo, para que aparezca el número 13 en el encerado?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) es imposible que aparezca el 13

18

¿Cuál de las siguientes cifras puede ser la última cifra (d) del número primo $19700019d$?

- A) 1 B) 3 C) 7 D) 9 E) hay más posibilidades

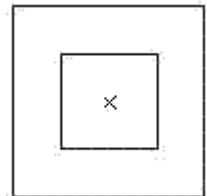
19

Se eligen n números, de 1 a 20. Ninguna pareja de los números elegidos es tal que difieran en 5. ¿Cuál es el máximo valor de n ?

- A) 5 B) 6 C) 10 D) 11 E) 12

20

Un cuadrado de papel, de 1 m de lado, tiene un agujero cuadrado en el centro, con lados paralelos a los del primero (ver la figura). Cuando doblamos las cuatro esquinas de tal forma que los vértices coincidan con el centro del cuadrado, NO obtenemos un cuadrado. Esto sucede



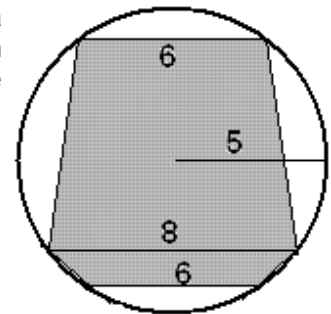
- A) Si y sólo si el lado del agujero es mayor que medio metro
 B) Si y sólo si el lado del agujero es mayor que $\sqrt{2}$ m.
 C) Si y sólo si el lado del agujero es mayor que $\frac{\sqrt{2}}{2}$ m.
 D) No sucede nunca. E) siempre

Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una

21

La figura muestra dos trapezios isósceles inscritos en una circunferencia de radio 5. Cada trapezio tiene la base mayor de 8 cm y la menor de 6 cm. ¿Cuál es la razón entre el área del trapezio de mayor altura y la del trapezio de menor altura?

- A) 5 B) $\frac{32}{5}$ C) 7 D) $4\sqrt{3}$ E) $5\sqrt{2}$



22

Si a, b, c, d y e son enteros distintos y $(4 - a) \cdot (4 - b) \cdot (4 - c) \cdot (4 - d) \cdot (4 - e) = 12$, entonces $a + b + c + d + e$ es igual a

- A) 12 B) 16 C) 17 D) 24 E) 32

23

¿Cuántos pares (x, y) de enteros verifican $xy + 4x - 13 = x^2$?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

24

En la fracción $A = \frac{1 \cdot 5 \cdot 25 + 2 \cdot 10 \cdot 50 + 3 \cdot 15 \cdot 75 + \dots}{1 \cdot 2 \cdot 4 + 2 \cdot 4 \cdot 8 + 3 \cdot 6 \cdot 12 + \dots}$ tanto el numerador como el denominador son sumas de 2009 sumandos (y cada sumando tiene tres factores). Todos los sumandos se forman de acuerdo con el modelo que se deduce de los tres primeros, tal como se indica. Si A es el cubo del número racional X, ¿cuál es el valor de X?

- A) 2,5 B) 6, 25 C) 15, 625 D) Alrededor de 32 E) Ninguno de los anteriores

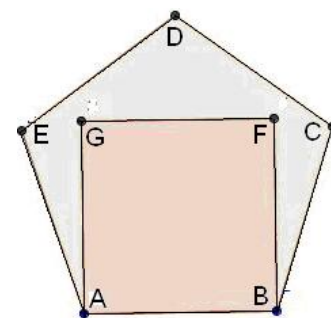
25

¿Para cuántos enteros a entre 1 y 25 el producto $a(a+1)(a+2)$ es múltiplo de 84?

- A) para ninguno B) 1 C) 2 D) 4 E) 6

26

ABCDE es un pentágono regular y ABFG un cuadrado, como se muestra en la figura. ¿Cuánto mide el ángulo $\angle FCD$?



- A) 21° B) 24° C) 27° D) 30° E) 45°

27

Pablo ha escrito 4 números naturales en una hoja de papel y Beatriz ha escrito 8 números naturales en otra hoja. Ninguno conoce los números del otro. Pablo afirma que hay dos números en la hoja de Beatriz, cuya suma es divisible por 8. Beatriz afirma que hay dos números en la hoja de Pablo, tales que, o bien su suma, o bien su diferencia, es divisible por 7. ¿Cuál de las dos afirmaciones es correcta?

- A) Sólo la de Pablo B) Sólo la de Beatriz C) Ambas son correctas
D) Ninguna es correcta
E) Sólo la de Pablo, suponiendo que los números de Beatriz son todos distintos

28

Una casa que ocupa una superficie de 100 m^2 mide 25 cm^2 en un modelo a escala. ¿Cuál es el volumen real de la casa, en m^3 , si el del modelo es 50 cm^3 ?

- A) $100\sqrt{2}$ B) 400 C) 200 D) 300 E) 500

29

¿Para cuántos valores enteros de x es también entero $4^{\frac{x-1}{x+1}}$?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

30

Dos amigos viven, uno en Europa, y el otro en América, a una distancia de 6.700 Km (medida sobre la superficie de la Tierra, cuyo radio puede suponerse que mide 6.400 Km). En el mismo instante, ellos pueden ver sobre la línea del horizonte, el mismo satélite geoestacionario de órbita baja. El satélite está lo más próximo posible a ambos amigos. ¿Cuál de los siguientes números da la altura aproximada (en Km) del satélite sobre la superficie de la Tierra?

- A) 250 B) 500 C) 800 D) 1000 E) 1250