



XVII CONCURSO CANGURO MATEMÁTICO 2010



Nivel 4 (4º de E.S.O.)

Día 23 de marzo de 2010. Tiempo : 1 hora y 15 minutos

No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

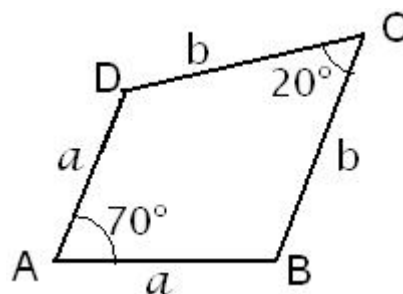
Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada una.

- 1** ¿Cuántas ternas (p, q, r) de números primos hay, tales que $p = qxr$?
- A) Ninguna B) 1 C) 3 D) 7 E) Infinitas
- 2** A y B van juntos de vacaciones, y acuerdan pagar los gastos mitad y mitad. A ha pagado 124€, pero B ha pagado más. Si llamamos b a la cantidad de euros que ha pagado B, ¿cuántos euros le debe A?
- A) $\frac{b}{2} - 62$ B) $b - 62$ C) $b - 31$ D) $b - 124$ E) $\frac{b}{2} - 124$
- 3** ¿Cuál es el menor número primo que es igual a la suma de tres números compuestos:
- A) 11 B) 13 C) 17 D) 19 E) 23
- 4** ¿Cuántos de los siguientes números son iguales? $16^{1/2}$; 2^2 ; $\frac{16}{4}$; $\frac{12}{4}$; 4
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5
- 5** ¿Cuántos múltiplos de 3 hay entre 2009 y 2099?
- A) 30 B) 29 C) 32 D) 31 E) 33
- 6** Sea S el conjunto de los enteros que son cuadrados perfectos (es decir, S consta de 1, 4, 9, 16, etc). ¿Cuál de las siguientes operaciones, realizada sobre dos elementos de S, da siempre como resultado un elemento de S?
- A) Suma B) Producto C) Cociente D) Raíz cuadrada E) Ninguna de las anteriores
- 7** Calcular el valor del producto
- $$\left(1 + \frac{1}{1}\right) \left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{2009}\right)$$
- A) 2 B) $\frac{2010}{2009}$ C) 2010 D) 1005 E) $\frac{2009}{2010}$
- 8** ¿Cuál es el valor de $1 + \frac{2}{3 + \frac{4}{5}}$?
- A) $\frac{11}{19}$ B) $\frac{29}{19}$ C) $\frac{37}{15}$ D) $\frac{39}{5}$ E) $\frac{43}{5}$

- 9 ¿Cuánto vale $2^{10} - 10^2$?
- A) 24 B) 412 C) 924 D) 405 E) Otra respuesta

- 10 ¿Cuánto mide el ángulo $\hat{A}BC$ de la figura?

- A) 110° B) 120° C) 135° D) 125° E) 140°

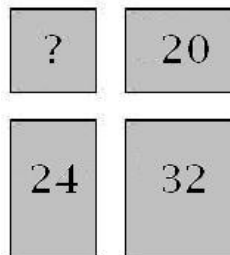


Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una

- 11 Los trenes que van de la ciudad A a la ciudad B salen "a las horas en punto" (es decir, a las 7h, las 8h, 9h, etc). Los que van de la ciudad B hacia la ciudad A salen "a las horas y media", es decir, 7h30, 8h30, etc). El viaje, en cualquiera de los dos sentidos, dura tres horas. Un tren que va de la ciudad A hacia la B, ¿con cuántos trenes en dirección contraria se cruza?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) con ninguno

- 12 Se ha cortado un rectángulo en cuatro rectángulos menores como se muestra en la figura. El perímetro de tres de ellos es conocido y está mostrado en la figura : 20, 24 y 32.



¿Cuál es el perímetro del cuarto rectángulo?

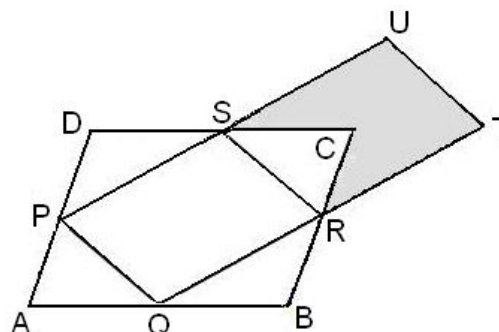
- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

- 13 En cada cara de un cubo se escribe un entero positivo diferente; de tal modo que cuando dos caras son adyacentes (comparten una arista), el máximo común divisor de los dos números de las caras es 1. ¿Cuánto vale la menor suma posible de los números en las seis caras del cubo?

- A) 21 B) 22 C) 23 D) 24 E) 25

- 14 ABCD es un paralelogramo de área 8; P, Q, R y S son los puntos medios de sus lados. U y T están en las rectas PS y QR, de tal manera que PS = SU, y QR = RT. ¿Cuánto vale el área de la parte gris?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5



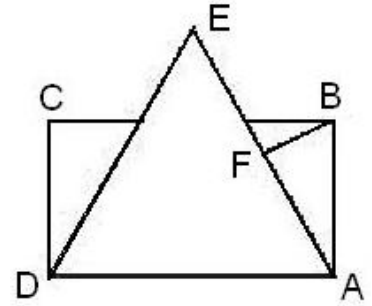
- 15 Si m y n son dos números enteros positivos tales que $75m = n^3$, ¿Cuál es el menor valor posible de $m + n$?

- A) 15 B) 30 C) 50 D) 60 E)) ninguno de los anteriores

16

ABCD es un rectángulo y AED un triángulo equilátero. $AB = 6$ cm, $AD = 12$ cm y F es el punto medio de AE. Hallar la medida del ángulo \widehat{AFB}

- A) 60° B) 63° C) 67° D) 72° E) 75°



17

En un paralelogramo, la bisectriz de un ángulo divide a la diagonal (la que no pasa por ese vértice) en la razón 2:5. ¿En qué razón divide al lado del paralelogramo?

- A) 2 : 5 B) 2 : 3 C) 5 : 3 D) 5 : 2 E) 1 : 1

18

Se considera la siguiente tabla numérica

1ª fila	2			
2ª fila	4	6		
3ª fila	8	10	12	
4ª fila	14	16	18	20
.....

¿Cuál de los siguientes números estará en la fila nª 60?

- A) 3540 B) 3664 C) 3656 D) 3680 E) 3500

19

Si consideramos los números $a = \frac{2010}{2011}$; $b = \frac{20102010}{20112011}$; $c = \frac{201020102010}{201120112011}$

¿cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

- A) $a < b < c$ B) $a < c < b$ C) $c < a < b$ D) $c < b < a$ E) $a = b = c$

20

El profesor piensa un número natural y les dice a los alumnos:

- 1) El número, o termina en 5 o es divisible por 7
- 2) O es mayor que 20, o termina en 9
- 3) O es múltiplo de 12 o es menor que 21

¿Qué número ha pensado el profesor?

- A) 12 B) 25 C) 49 D) 60 E) 84

Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una

21

¿En cuántos ceros termina el producto $1990 \times 1992 \times 1994 \times \dots \times 2008 \times 2010$?

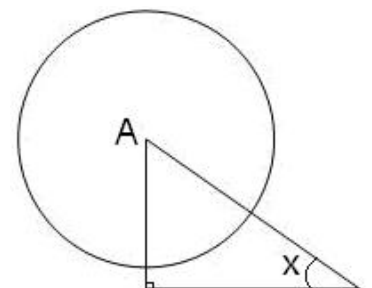
- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) más de 5

22

El círculo de la figura tiene centro A y radio 6. El área interior al círculo, pero exterior al triángulo es 30π .

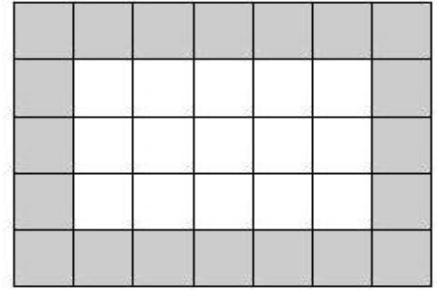
¿Cuánto vale x (la medida en grados del ángulo marcado)?

- A) 22,5 B) 30 C) 45 D) 60 E) 67,5



23

Juana tiene muchas piezas cuadradas, blancas, y Juan muchas piezas grises, cuadradas también; todas del mismo tamaño. Quieren construir un rectángulo con piezas blancas en el interior y grises en los bordes, como en la figura.

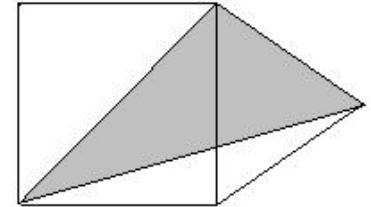


En un momento dado (que no corresponde a la figura) se dan cuenta que han conseguido construir el mayor rectángulo posible con el mismo número de piezas blancas y grises. ¿Cuántas piezas han puesto en total en ese momento?

- A) 30 B) 60 C) 45 D) 72 E) 36

24

Se han dibujado un cuadrado y un triángulo equilátero con un lado común, de manera que el triángulo es exterior al cuadrado. Se une un vértice del cuadrado a dos del triángulo, como muestra la figura. ¿Cuál es la razón entre el mayor y el menor ángulo del triángulo sombreado?



- A) 3 B) 3,5 C) 4 D) 4,5 E) 4,75

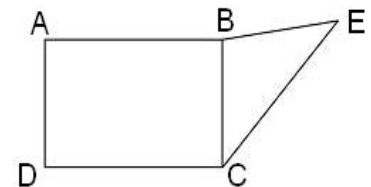
25

El promedio de un conjunto de 2000 números es 2000. Añadimos 2010 nuevos números al conjunto y la media del nuevo conjunto de 4010 números es 2010. ¿Cuál es la media del conjunto de los 2010 números que hemos añadido?

- A) menor que 2010 B) 2010 C) mayor que 2010 pero menor que 2020
D) 2020 E) mayor que 2020

26

En la figura, el rectángulo ABCD tiene un área que es cuatro veces la del triángulo BEC. Si $AB = CE$, y $BE = BC$, ¿cuánto vale la razón AB/AD ?



- A) $\sqrt{2} - 1$ B) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ C) $\sqrt{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

27

En un torneo local, participan 4 equipos de fútbol-sala: A, B, C, D. Cada equipo juega una sola vez con cada uno de los demás. El equipo A gana al equipo B por 4-1. El equipo D ganó al C. Todos los demás partidos terminaron en empate, pero con un número distinto de goles en cada uno. Se hace la clasificación por el total de goles marcados, y arroja el siguiente resultado: 1º A, 2º B, 3º C y 4º D. ¿Cuál fue el total de goles en el partido C contra D?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

28

¿Cuál es la probabilidad de que al tirar dos dados los números obtenidos sean las cifras de un cuadrado perfecto de dos cifras?

- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{7}{36}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{4}{21}$

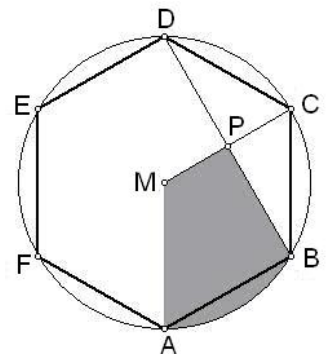
29

¿Cuántas cifras tiene el número 2010^{10} ?

- A) 40 B) 34 C) 33 D) 31 E) 30

30

ABCDEF es un hexágono regular con centro M. Los lados son de longitud 1. ¿Cuál es el área de la zona sombreada?



- A) $\frac{3\pi}{16}$ B) $\frac{10\pi - 3\sqrt{3}}{48}$ C) $\frac{87\sqrt{3} - \pi}{16}$
D) $\frac{\pi + 5\sqrt{3}}{16}$ E) $\frac{4\pi + 3\sqrt{3}}{24}$