



**XIX CONCURSO  
CANGURO MATEMÁTICO 2012**



Nivel 2 (2° de E.S.O.)

Día 15 de marzo de 2012. Tiempo : 1 hora y 15 minutos

No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

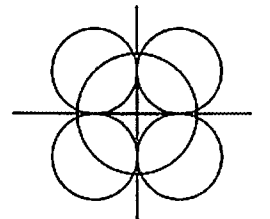
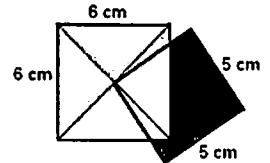
**Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada una.**

- 1 La suma de las cifras del número 2012 es igual a 5. ¿Cuántos años del siglo XXI se escriben con números cuya suma de cifras sea 5?  
A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5
- 2 Simón quiere pesar un melocotón con una balanza de dos brazos. Tiene pesos de 1g, 3g, 9g, 27g y 81g (uno de cada peso). Distribuye el melocotón y los pesos entre los dos platillos, hasta que están en equilibrio, y encuentra que el melocotón pesa 61g. ¿Qué pesos estaban en el mismo platillo que el melocotón?  
A) 1, 9, 27      B) 3, 27      C) 9, 27      D) 1, 9      E) otra distribución
- 3 Juan calcula  $201 \times 2 + 20 \times 12 + 2 \times 012$ . ¿Qué resultado obtiene?  
A) 402      B) 666      C) 1206      D) 2678      E) 6036
- 4 ¿Cuál de los siguientes números no es divisible por 15?  
A) 1500      B) 765      C) 510      D) 555      E) 235
- 5 Tres equipos de baloncesto, A, B y C juegan entre ellos varios partidos de entrenamiento. El equipo A jugó 6 partidos, el equipo B, 7 y el equipo C, 11. ¿Cuántas veces jugaron A y C?  
A) 1      B) 2      C) 3      D) 5      E) 6
- 6 El reloj de cuco del Canguro se ha vuelto loco, canta a las horas en punto, pero no de la manera correcta: A la 1h, da una señal; a las 2h, tres señales; a las 3h, seis señales; a las 4h, diez señales; a las 5, quince veces, etc. ¿Cuántas señales dará a las 8h?  
A) 21      B) 28      C) 35      D) 36      E) 45
- 7 La suma de los cubos de 1, 2, 3, y 4 es igual al cuadrado de un número natural. ¿De cuál?  
A) 9      B) 10      C) 11      D) 12      E) 13
- 8 El año marciano (de Marte) tiene 688 días marcianos. Los marcianos dividen el año en 19 meses del mismo número de días y un vigésimo mes, más corto y con más de 5 días. ¿Cuántos días tiene este mes marciano más corto?  
A) 18      B) 22      C) 28      D) 33      E) 34
- 9 El número  $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10}$  es igual a  
A)  $\frac{1}{6}$       B)  $\frac{1}{6} + \frac{1}{7}$       C)  $\frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8}$       D)  $\frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9}$       E)  $\frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}$

- 10 ¿Cuántos rectángulos hay, cuyos lados se expresen en números naturales y su área valga 60?  
A) 8      B) 6      C) 5      D) 4      E) 3.

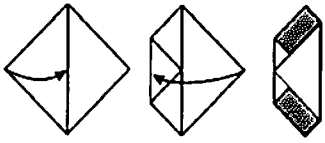
**Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una**

- 11 Las siguientes son cinco ternas de segmentos cuyas longitudes son los números que hay en cada terna. ¿Con cuál de ellas no es posible construir un triángulo?  
A) (2, 3, 4)      B) (5, 2, 8)      C) (10, 1, 10)      D) (2, 2, 2)      E) (38, 17, 23)
- 12 Alicia llena una taza con leche y café a partes iguales, lo remueve y se bebe  $\frac{1}{4}$  de la taza. Como lo encuentra muy fuerte, rellena la taza con leche, lo remueve y se bebe  $\frac{1}{4}$  de la taza. Como lo sigue encontrando fuerte, rellena otra vez la taza con leche, lo remueve y lo prueba, encontrándolo ahora de su gusto. ¿Qué proporción café/leche le gusta a Alicia?  
A)  $\frac{3}{4}$       B)  $\frac{3}{8}$       C)  $\frac{9}{16}$       D)  $\frac{9}{23}$       E) otra proporción
- 13 Un funicular va del valle a lo alto de la montaña, sin paradas. Las cabinas salen del valle y de la montaña simultáneamente. El viaje dura 18 minutos. Durante el viaje, una cabina ascendente se cruza con 8 descendentes, sin contar la cabina que llega cuando sales ni la que sale cuando llegas. ¿Cuál es el intervalo de tiempo, en minutos, entre dos cabinas?  
A) 2      B) 2,25      C) 3,6      D) 4      E) 4,5
- 14 ¿Cuál es el área de la parte blanca?  
A) 7 cm<sup>2</sup>      B) 8 cm<sup>2</sup>      C) 9 cm<sup>2</sup>      D) 10 cm<sup>2</sup>      E) 11 cm<sup>2</sup>
- 15 En una mesa hay dos pilas de fichas, una con 7 fichas y otra con 10. De cada vez, Adrián puede hacer uno de los siguientes movimientos:  
i) Retirar 3 fichas de la primera pila.  
ii) Retirar 2 fichas de la segunda pila.  
iii) Retirar una ficha de cada pila.  
¿Cuál es el número mínimo de veces que tiene que jugar Adrián para no dejar ninguna ficha en la mesa?  
A) 5      B) 6      C) 7      D) 8      E) 9
- 16 En la figura, las dos rectas son perpendiculares y son tangentes a los 4 círculos pequeños, que tienen todos el mismo radio. El quinto círculo tiene centro en el punto de intersección de las dos rectas, y pasa por los centros de los círculos pequeños. El cociente entre el área de la región gris y el área del quinto círculo es  
A)  $1 - \frac{2\sqrt{2}}{\pi}$       B)  $\frac{2}{\pi} - \frac{1}{2}$       C)  $\frac{4}{\pi} - 1$       D)  $1 - \frac{\sqrt{2}}{\pi}$       E)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- 17 Dos o más números se dirán *colegas* si la suma de los cuadrados de sus cifras es la misma. Por ejemplo, 1111, 20 y 2 son *colegas*. ¿Cuántos números menores que 2012 son *colegas* de 2012?  
A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) más de 4



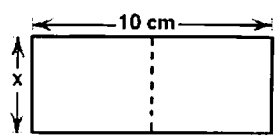
**18** Un cuadrado de área  $64 \text{ cm}^2$  se dobla dos veces, como se indica en la figura.  
 ¿Cuánto vale el área de la parte oscura de la figura?

A)  $10 \text{ cm}^2$  B)  $14 \text{ cm}^2$  C)  $15 \text{ cm}^2$  D)  $16 \text{ cm}^2$  E)  $24 \text{ cm}^2$



**19** ¿Cuál debe ser la anchura de un rectángulo de  $10 \text{ cm}$  de largo si al doblarlo por la mitad, según se indica con línea de puntos en la figura, se obtiene un rectángulo semejante al inicial?

A)  $5 \text{ cm}$  B)  $\sqrt{50} \text{ cm}$  C)  $\sqrt{20} \text{ cm}$  D)  $2 \text{ cm}$  E)  $\sqrt{10} \text{ cm}$



**20** Si  $\frac{a-b}{a} = 4$ , entonces  $\frac{6a+5b}{b} =$

A) 5 B) -4 C) 0 D) -2 E) 3

**Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una**

**21** Marcos y Lisa están situados en puntos diametralmente opuestos de una fuente circular. Empiezan a correr en el mismo sentido, alrededor de la fuente. Si la velocidad de Marcos es  $\frac{9}{8}$  de la de Lisa, ¿cuántas vueltas a la fuente ha dado Lisa cuando Marcos la alcanza?

A) 4 B) 8 C) 9 D) 2 E) Depende del diámetro de la fuente

**22** Calcular el valor de la suma algebraica  
 $1^2 - 2^2 - 3^2 + 4^2 + 5^2 - 6^2 - 7^2 + 8^2 + \dots + 97^2 - 98^2 - 99^2 + 100^2$

A) 25 B) 50 C) 100 D) 200 E) 400

**23** Una recta  $r$  forma ángulos de  $30^\circ$ ,  $40^\circ$  y  $80^\circ$  con las rectas  $a$ ,  $b$ ,  $c$  respectivamente. ¿Cuál de los siguientes valores puede ser el mayor ángulo del triángulo formado por las rectas  $a$ ,  $b$  y  $c$ ?

A)  $70^\circ$  B)  $90^\circ$  C)  $110^\circ$  D)  $130^\circ$  E)  $150^\circ$

**24** Tres autobuses, A, B y C salen a las 8h de la mañana de la estación de autobuses para hacer tres viajes por diferentes partes de la ciudad. A tarda 20 minutos, B 30 y C 24 minutos. Los autobuses sólo coinciden en la estación. ¿A qué hora se volverán a ver los conductores por primera vez?

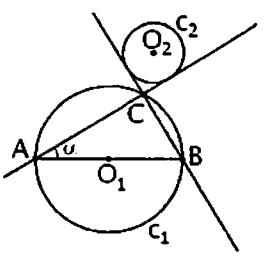
A) a las 9h30 B) a las 10h C) a las 10h 30 D) a las 12h E) al día siguiente

**25** Si el Rey D. Sebastián hubiera vivido cuatro años más, habría reinado durante la cuarta parte de su vida. Si hubiera vivido tres años menos, habría reinado la tercera parte de su vida. ¿Cuántos años vivió el Rey D. Sebastián?

A) 20 años B) 22 años C) 24 años D) 25 años E) 30 años

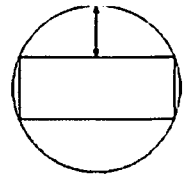
**26** En la figura, los círculos  $C_1$  y  $C_2$  tienen centros  $O_1$  y  $O_2$ , respectivamente. El segmento AB es un diámetro de  $C_1$ . C es un punto de  $C_1$ , el círculo  $C_2$  es tangente a las rectas AC y BC y la medida del ángulo  $\angle BAC$  es  $\alpha$ . La medida del ángulo  $\angle O_2CO_1$  es:

A)  $180^\circ$  B)  $180^\circ - \frac{\alpha}{2}$  C)  $135^\circ + \alpha$  D)  $135^\circ - \alpha$   
 E) Depende de los radios de los círculos



**27** La figura muestra un rectángulo de dimensiones  $10 \times 24$  y su círculo circunscrito. Hay marcados cuatro segmentos circulares grises. ¿Cuánto vale la altura de los mayores segmentos, marcada una de ellas en la figura?

A) 7,5 B) 8 C) 8,5 D) 9 E) 9,5

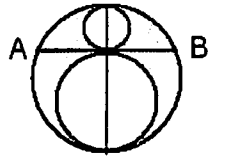


**28** El número  $x$  es el menor número natural tal que  $12x$  es un cuadrado perfecto, y el número  $y$  es el menor número natural tal que  $24y$  es un cubo perfecto. ¿Cuánto vale  $x + y$ ?

A) 9 B) 15 C) 12 D) 24 E) 36

**29** Para que el área rayada en la figura sea igual a  $8\pi$ , el segmento AB de la figura debe medir

A) 1 B) 4 C) 8 D) 2 E)  $2\pi$



**30** Sea N el menor entero positivo entre cuyos divisores hay números que terminan en cualquier cifra. El divisor de N que termina en 4 es:

A) 4 B) 14 C) 34 D) 54 E) 74