



XX CONCURSO CANGURO MATEMÁTICO 2013



Nivel 5 (1º de Bachillerato)

Día 21 de marzo de 2013. Tiempo : 1 hora y 15 minutos

No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada una.

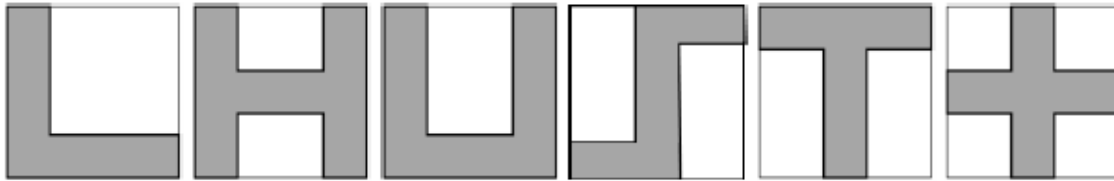
1

El número 20013 – 2013 no es divisible por

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) 11

2

María dibuja seis cuadrados iguales, cada uno de los cuales contiene una parte gris



¿Cuántas de estas partes grises tienen un perímetro igual al perímetro de uno de los cuadrados?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3

La Mamá Canguro compra 4 paquetes de palomitas de maíz para cada uno de los 4 miembros de su familia. La promoción de la tienda dice: 1 paquete, 20 céntimos. Cada seis paquetes, 1 es gratis. ¿Cuánto pagó?

- A) 0,80€ B) 1,20 € C) 2,80 € D) 3,20 € E) 80 €

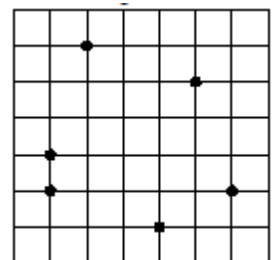
4

El producto de tres de los números 2, 4, 16, 25, 50, 125 es 1000. ¿Cuál es la suma de esos tres números?

- A) 70 B) 77 C) 131 D) 143 E) 145

5

En la cuadrícula de la figura se marcan seis puntos: El canguro quiere elegir 3 de los puntos marcados, de modo que formen un triángulo de área lo menor posible. ¿Cuánto vale esta área, si cada celda tiene de lado 1?



- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

6

¿Cuál de los siguientes números es igual a $4^{15} + 8^{10}$?

- A) 2^{10} B) 2^{15} C) 2^{20} D) 2^{30} E) 2^{31}

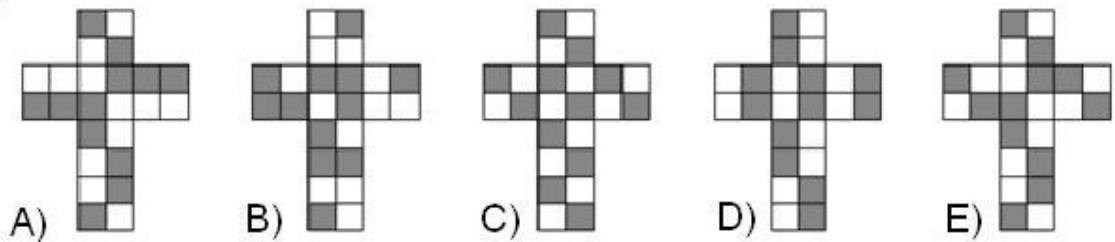
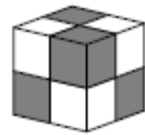
7

El número n es el mayor entero positivo tal que $4n$ es un número de tres cifras; y m es el menor entero positivo tal que $4m$ es un número de tres cifras. ¿Cuánto vale $4n - 4m$?

- A) 900 B) 899 C) 896 D) 225 E) 224

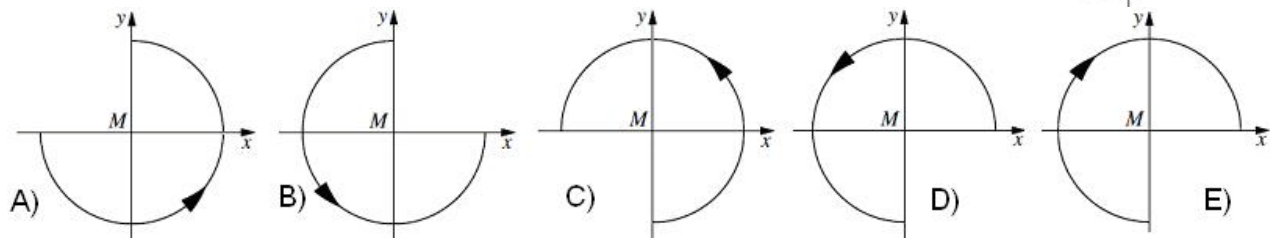
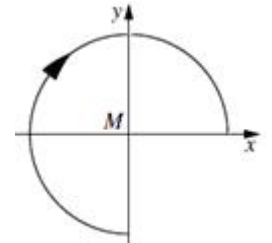
8

El exterior de un cubo, con cuatro cuadrados en cada cara, se pinta de blanco y gris de manera que se ve, como indica la figura, como si estuviera formado por cubitos blancos y grises.
 ¿Cuál de los siguientes puede ser el desarrollo del cubo pintado?



9

El arco de circunferencia de centro M, orientado como se ve en la figura, gira primero 90° alrededor de M en sentido antihorario, y luego se le somete a una simetría de eje el de las x.
 ¿Cuál de las siguientes figuras es el resultado de esas dos transformaciones sucesivas?



10

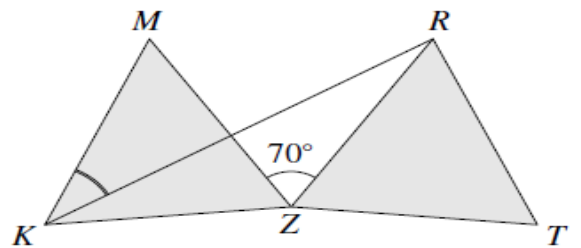
¿Cuál de los siguientes números tiene valor mayor?

- A) $\sqrt{20} \cdot \sqrt{13}$ B) $\sqrt{20} \cdot 13$ C) $20 \cdot \sqrt{13}$ D) $\sqrt{201} \cdot 3$ E) $\sqrt{2013}$

Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una

11

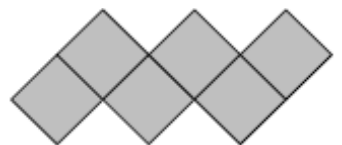
En la figura, el triángulo RZT es la imagen del triángulo equilátero KZM tras un giro en sentido horario, alrededor de Z.
 ¿Cuánto mide el ángulo RKM?



- A) 20° B) 25° C) 30° D) 35° E) 40°

12

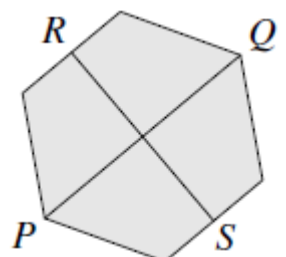
La figura muestra una pieza formada por 6 cuadrados, cada uno de 1 cm por 1 cm. La pieza tiene un perímetro de 14 cm. La pieza en zigzag se continúa, hasta que contiene 2013 cuadrados. ¿Cuál es el perímetro de la nueva pieza?



- A) 2022 B) 4028 C) 4032 D) 6038 E) 8050

13

Los puntos P y Q son vértices opuestos de un hexágono regular, y los puntos R y S son puntos medios de lados opuestos, como se ve en la figura. El área del hexágono es 60 cm^2 . ¿Cuánto vale el producto de las medidas de las longitudes de PQ y RS?



- A) 40 cm^2 B) 50 cm^2 C) 60 cm^2 D) 80 cm^2 E) 100 cm^2

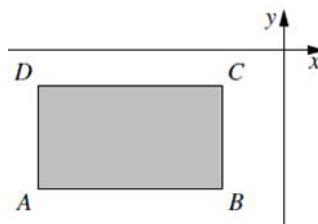
14

Una clase, en la que hay alumnos de ambos sexos, tiene un examen. Si cada chico hubiera obtenido 3 puntos más en el examen, el promedio de toda la clase hubiera aumentado 1,2 puntos. ¿Cuál es el porcentaje de chicas en la clase?

- A) 20 B) 30 C) 40 D) 50 E) 60

15

El rectángulo ABCD está en el tercer cuadrante, como se ve en la figura. Para cada uno de los puntos A, B, C y D se calcula el cociente entre su coordenada "y" y su coordenada "x". ¿Cuál de los puntos da menor valor para ese cociente?



- A) A B) B C) C D) D E) Depende del tamaño del rectángulo

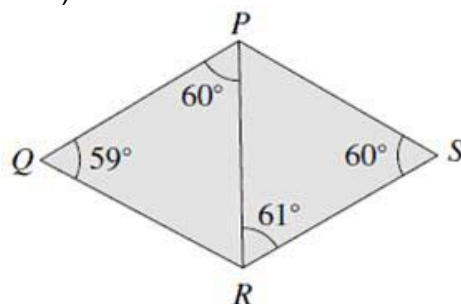
16

En el cumpleaños de Juan, este año, multiplica su edad por la de su hijo y obtiene 2013. ¿En qué año nació Juan?

- A) 1981 B) 1082 C) 1953 D) 1952 E) Hacen falta más datos

17

En el triángulo PQR, el ángulo PQR es 59° y el RPQ, 60° . En el triángulo PRS, el ángulo PRS es 61° y el RSP, 60° , como se ve en la figura. ¿Cuál de los siguientes segmentos es el más largo?



- A) PQ B) RS C) PR D) QR E) PS

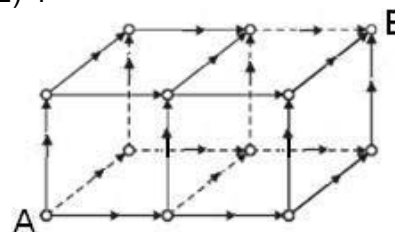
18

Ruth quiere escribir cinco enteros positivos consecutivos, de manera que tres de ellos tengan la misma suma que los otros dos. ¿Cuántos conjuntos distintos de 5 números puede escribir?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

19

¿Cuántos caminos diferentes hay entre los puntos A y B de la figura, yendo por las aristas en la dirección marcada por las flechas?



- A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 15

20

El Canguro quiere encontrar un número de 6 cifras, de manera que la suma de sus cifras sea par, pero su producto sea impar. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones acerca de tal número es correcta?

- A) O dos o cuatro de las cifras son pares B) No existe tal número C) Tiene un número impar de cifras impares D) Las seis cifras deben ser diferentes E) Ninguna de las anteriores afirmaciones es correcta

Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una

21

El número $1/1024000$ se escribe en forma decimal, con el menor número posible de cifras. ¿Cuántas cifras aparecen detrás de la coma?

- A) 10 B) 12 C) 13 D) 14 E) 1024000

22

¿Cuántos números enteros positivos son múltiplos de 2013 y tienen exactamente 2013 divisores (incluidos 1 y el propio número)?

- A) 0 B) 1 C) 3 D) 6 E) Otro número

23

Usando los números naturales de 1 a 22, ambos inclusive, Horacio quiere formar once fracciones, eligiendo uno de ellos como numerador y otro como denominador. Cada uno de los 22 números se usa exactamente una vez. ¿Cuál es el mayor número de las fracciones de Horacio que puede tener un valor entero?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

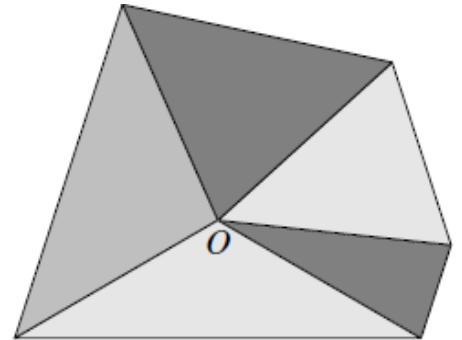
24

Julio crea un procedimiento para convertir un conjunto de 3 números en otro conjunto de tres números: cada número es sustituido por la suma de los otros dos. Por ejemplo, de $\{3,4,6\}$ se pasa a $\{10, 9, 7\}$. ¿Cuántas veces debe aplicar Julio su procedimiento al conjunto $\{1, 2, 3\}$ para que al final obtenga un conjunto en el que aparezca el número 2013?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) más de 10 E) El número 2013 nunca aparecerá

25

Varios triángulos isósceles no superpuestos tienen el vértice O en común. Cada triángulo comparte un lado con el siguiente. El menor ángulo de uno de los triángulos tiene un ángulo de m grados en el vértice O, donde m es un entero positivo. Los demás triángulos tienen en O ángulos, cuya medida en grados es $2m, 3m, 4m$ y así sucesivamente. En la figura se ha dibujado un conjunto de 5 triángulos que cumplen esa condición. ¿Cuál es el menor valor de m para el que existe tal conjunto de triángulos?



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

26

Jorge ve un tractor por la carretera arrastrando lentamente un largo tubo. Se coloca junto al tubo en la misma dirección que el tractor, y cuenta 140 pasos para ir de un extremo a otro del tubo. Da la vuelta y camina hacia el otro extremo, contando entonces sólo 20 pasos. El tractor y Jorge mantienen velocidades uniformes, y cada paso de Jorge es de 1m de largo. ¿Cuál es la longitud del tubo?

- A) 30 m B) 35 m C) 40 m D) 48 m E) 80 m

27

Un jardinero quiere plantar 100 árboles (robles y abedules) a lo largo de una avenida en el parque. El número de árboles entre dos robles cualesquiera no debe ser igual a 5. De esos 100 árboles, ¿cuál es el mayor número de robles que puede plantar?

- A) 48 B) 50 C) 52 D) 60 E) 80

28

Un coche sale del punto S y viaja por una carretera recta a la velocidad de 50 km/h. Cada hora después de esta salida, sale de S otro coche, que viaja 1km/h más deprisa que el que le precede. El último coche (a 100 km/h) sale de S 50 horas después que el primero. ¿Cuál era la velocidad del coche que estaba delante de todos, 100 horas después de que el primer coche saliera de S?

- A) 50 km/h B) 66km/h C) 75 km/h D) 84 km/h E) 100 km/h

29

Los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 se escriben en círculo, en un cierto orden. Después, cada número se suma con el que tiene a su derecha y el que tiene a su izquierda y se obtienen otros diez números. ¿Cuál es el mayor valor posible del más pequeño de esos nuevos números?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

30

Un polígono regular de 13 lados está inscrito en una circunferencia de centro O. Se forman triángulos eligiendo tres de los vértices del polígono como vértices de los triángulos. ¿Cuántos de estos triángulos así formados tienen en su interior al punto O?

- A) 72 B) 85 C) 91 D) 100 E) otro valor