



# XXI CONCURSO CANGURO MATEMÁTICO 2014



Nivel 4 (4º de E.S.O.)

Día 20 de marzo de 2014. Tiempo : 1 hora y 15 minutos

**No se permite el uso de calculadoras.** Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

**Las preguntas 1 a 10 valen 3 puntos cada una.**

1

A le dice a B la cifra de las unidades de un número impar de tres cifras. Inmediatamente, B sabe que el número de A no es primo. ¿Cuál es esa cifra?

- A) 1                      B) 3                      C) 5                      D) 7                      E) 9

2

La oficina de correos de Cangurolandia solo tiene sellos de 5, 8 y 11 céntimos. ¿Cuál de los siguientes franqueos no puede alcanzarse usando sellos de Cangurolandia?

- A) 10 c                      B) 14 c                      C) 18 c                      D) 22 c                      E) 26 c

3

Si escribimos 2014 como producto de dos números naturales a y b de dos cifras cada uno, entonces la suma  $a + b$  es igual a

- A) 21                      B) 55                      C) 72                      D) 91                      E) 100

4

Un litro de limonada tiene el 10 % de extracto de zumo de limón, el 15 % de azúcar y el 75 % de agua. Si se le añade un cuarto de litro de líquido que contiene el 50 % de extracto de zumo de limón y el 50 % de agua, ¿cuál es el porcentaje de azúcar en la mezcla resultante?

- A) 12%                      B) 13 %                      C) 14 %                      D) 15 %                      E) 18 %

5

¿Cuántas cifras tiene la escritura decimal de  $\sqrt{20^{14}}$  ?

- A) 4                      B) 9                      C) 10                      D) 11                      E) 14

6

¿Cuál es el número positivo cuyo inverso es igual a su cuádruplo?

- A)  $\frac{1}{4}$                       B)  $\frac{1}{2}$                       C) 1                      D) 2                      E) 4

7

La lista de los números enteros de tres cifras que son cubos perfectos es: 125, 216, 343, 512 y 729. ¿Cuántos enteros de cuatro cifras no tienen cifras en común con ninguno de los números de la lista anterior?

- A) 16                      B) 6                      C) 8                      D) 10                      E) No hay enteros que cumplan esa condición

8

La tarjeta para viajar por Londres durante un día cuesta 7 libras esterlinas. 1 euro equivale a 0,8 libras esterlinas. ¿Cuánto cuesta, en euros, esa tarjeta?

- A) 5,6 euros                      B) 6 euros                      C) 7,8 euros                      D) 8 euros                      E) 8,75 euros

9

En un círculo de radio uno se inscribe un triángulo equilátero. En éste se inscribe un segundo círculo. ¿Cuánto mide su radio?

- A)  $\frac{1}{3}$                       B)  $\frac{1}{2}$                       C)  $\frac{2}{3}$                       D)  $\frac{3}{4}$                       E) Ninguno de los anteriores

10

Supongamos que  $a$  es inversamente proporcional a  $b$ .

Si  $a = \frac{1}{2}$  cuando  $b = \frac{2}{3}$ , hallar  $a$  cuando  $b = \frac{7}{3}$

- A)  $\frac{3}{5}$       B)  $\frac{4}{7}$       C)  $\frac{1}{3}$       D)  $\frac{2}{5}$       E)  $\frac{1}{7}$

**Las preguntas 11 a 20 valen 4 puntos cada una**

11

A y B juegan de la siguiente manera: A elige un número positivo  $a$ ; B dice el mayor divisor positivo  $b$  de  $a$ ,  $b \neq a$ . Después A dice el mayor divisor positivo  $c$  de  $b$ ,  $c \neq b$ ; y así sucesivamente. El primero que dice "1" gana. ¿Cuál de los siguientes números debe elegir A para ganar el juego?

- A) 128      B) 243      C) 1024      D) 2014      E) Ninguno de los anteriores

12

Las medidas de los ángulos de un pentágono convexo forman una progresión aritmética creciente:  $A < B < C < D < E$ . ¿Cuánto mide el ángulo C?

- A)  $60^\circ$       B)  $72^\circ$       C)  $96^\circ$       D)  $108^\circ$       E) No puede saberse

13

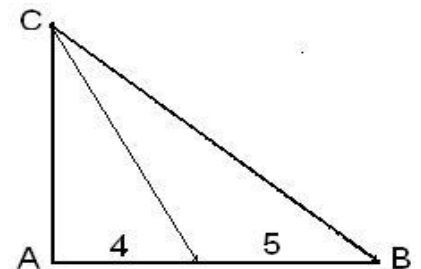
En el triángulo ABC, la medida del ángulo A es  $45^\circ$ . Se eligen los puntos P en el lado BC, Q en el lado AB y R en el lado AC de manera que  $BP = QP$  y  $CP = RP$ . Entonces el ángulo QPR mide:

- A)  $90^\circ$       B)  $95^\circ$       C)  $100^\circ$       D)  $105^\circ$       E) depende de la elección de P

14

En un triángulo rectángulo la bisectriz de uno de los ángulos agudos divide al lado opuesto en dos segmentos de longitudes 4 y 5. El área del triángulo es

- A) 13,5      B) 36      C) 40      D) 45      E) 54



15

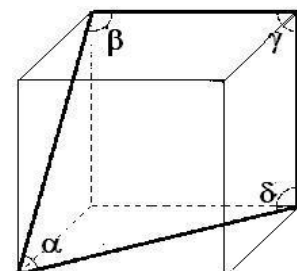
Un coche de juguete se mueve a velocidad constante de 10 cm/seg. A y B controlan sus movimientos mediante sendos mandos a distancia. El coche comienza a andar en el instante  $t=0$ . A partir de ese momento, A pulsa su mando cada 3 segundos y B cada cinco segundos. Cada vez que pulsa A el coche hace un giro de  $90^\circ$  hacia la izquierda y cada vez que pulsa B el coche hace giro de  $90^\circ$  a la derecha. Si el juguete recibe al mismo tiempo dos órdenes distintas, las ignora y continúa en la misma dirección que tenía antes de recibir las órdenes simultáneas. Después de un cierto tiempo, A y B observan que la trayectoria del juguete es un polígono cerrado. ¿Cuál es el área de este polígono?

- A)  $4800 \text{ cm}^2$       B)  $5000 \text{ cm}^2$       C)  $5300 \text{ cm}^2$       D)  $6000 \text{ cm}^2$       E) Otro valor

16

En el cubo de la figura se consideran los ángulos  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  marcados en ella. ¿Cuánto vale la suma de esos cuatro ángulos?

- A)  $330^\circ$       B)  $345^\circ$       C)  $360^\circ$       D)  $375^\circ$       E)  $390^\circ$



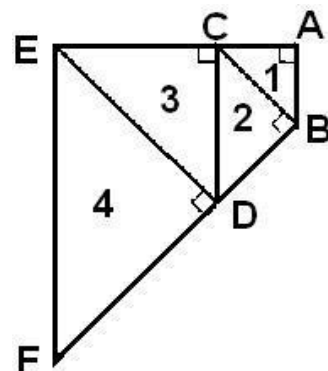
**17** La pareja de números 54 y 18 tiene la propiedad de que su suma (72) es el doble de su diferencia (36). ¿Cuántas parejas de números enteros positivos, menores que 100, tienen esta propiedad?

- A) 1      B) 5      C) 25      D) 33      E) 49

**18** La sucesión, 1, 2, 3, 4 ..., de triángulos rectángulos isósceles de la figura, continúa hacia la izquierda de la misma manera que en los cuatro primeros casos mostrados.

Si  $AB = AC = 1$ . ¿cuánto vale la hipotenusa del triángulo que ocupa el lugar 2014?

- A)  $2^{1006}$     B)  $2^{1006,5}$     C)  $2^{1007}$     D)  $2^{1007,5}$     E) otra respuesta



**19** Se superponen un círculo y un cuadrado de lado 1, de modo que el área del cuadrado que no está tapada por el círculo es igual al área del círculo que no está tapada por el cuadrado. Calcular el radio del círculo.

- A) 1      B)  $\frac{1}{\pi}$       C)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$       D)  $\sqrt{\pi}$       E)  $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$

**20** Se dan cuatro números. Sumando uno de ellos al promedio de los otros tres, de todas las maneras posibles, se obtienen los números 25, 37, 43 y 51. ¿Cuál es el promedio de los cuatro números dados al principio?

- A) 17      B) 19,5      C) 23      D) 23,5      E) 39

**Las preguntas 21 a 30 valen 5 puntos cada una**

**21** Un canguro escapa después de haber mordido la oreja de su hermana mayor, que le persigue. Ella empieza a saltar tras él cuando el canguro ha dado ya 6 saltos en su carrera. Los saltos de ella son el doble de largos que los de él, pero ella da 4 saltos mientras él da 5. ¿Cuántos saltos da ella para alcanzarlo?

- A) 8      B) 9      C) 10      D) 11      E) 12

**22** En el polígono regular ABCDEFGHIJKLMNOPQRS (de 18 lados) y centro O, ¿cuánto mide el ángulo KSF?

- A)  $40^\circ$       B)  $45^\circ$       C)  $50^\circ$       D)  $60^\circ$       E)  $100^\circ$

**23** En una clase hay cuatro pares de hermanos gemelos y ningún otro par de hermanos. Cierta día, se reúnen 85 personas en un festival de la escuela (todos los alumnos de esta clase, más sus padres y madres). ¿Cuántos estudiantes hay en esa clase?

- A) 29      B) 30      C) 31      D) 34      E) 35

**24** En un test de un alumno, la relación entre respuestas correctas e incorrectas es de 7 : 2. La diferencia entre el número de respuestas correctas y el de incorrectas es 25. ¿Cuántas preguntas tiene el test?

- A) 45      B) 35      C) 10      D) 9      E) 90

**25**

La fracción  $\frac{101}{110}$  es la suma de dos fracciones positivas cuyos denominadores son 5 y 22. La diferencia entre esas dos fracciones es

- A)  $\frac{31}{110}$       B)  $\frac{5}{110}$       C)  $\frac{21}{110}$       D) 0      E)  $\frac{13}{110}$

**26**

En una competición de tiro la puntuación máxima por tirador es 10 puntos. 10 tiradores obtienen como promedio 9,2 puntos. Cada uno tira exactamente una vez. Miguel obtuvo 8 puntos, y Juan 9. Antonio fue el menos afortunado y no quiere decir cuántos puntos obtuvo.  
¿Cuántos puntos, como mínimo, pudo tener?

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

**27**

Se escribe el número 2014 mil veces seguidas:  $\underbrace{2014 \dots 2014}_{1000\text{veces}}$

¿Cuál es el menor número de cifras que hay que borrar para que las que quedan sumen 2014?

- A) 1000      B) 1007      C) 2014      D) 1493      E) La tarea es imposible

**28**

Cuántos triángulos escalenos distintos se pueden formar con segmentos de longitudes 2 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm, 6 cm, 7 cm?

- A) 10      B) 11      C) 12      D) 13      E) 14

**29**

Si el triángulo PQR tiene lados de longitudes 40, 60 y 80, entonces su altura más corta es k veces su altura más larga. Hallar el valor de k

- A)  $\frac{3}{5}$       B)  $\frac{7}{9}$       C)  $\frac{1}{3}$       D)  $\frac{1}{2}$       E)  $\frac{5}{8}$

**30**

Los números reales x e y verifican  $x = \frac{2y-3}{3y-2}$ . ¿Cuál de las siguientes igualdades es verdadera?

- A)  $y = \frac{3x-2}{2x-3}$       B)  $y = \frac{2x-2}{3x-2}$       C)  $y = \frac{2x-3}{2x-2}$       D)  $y = \frac{2x-3}{3x-3}$       E)  $y = \frac{2x-3}{3x-2}$