

MATEMÁTICAS

(Responder soamente a unha das opcións de cada bloque temático).

BLOQUE 1 (ÁLXEBRA LINEAL) *(Puntuación máxima 3 puntos)*

Opción 1. Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} m & 0 & 1 \\ 1 & 0 & m \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

- a) Calcula os valores do parámetro m para os que A ten inversa.
- b) Para $m = 0$, calcula A^3 e A^{25} .
- c) Para $m = 0$, calcula a matriz X que verifica $X \cdot A = B$, sendo $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

Opción 2. a) Discute e interpreta xeometricamente, segundo os valores do parámetro m , o sistema

$$\begin{aligned} 2x - y + z &= 0 \\ x - 2y + z &= m \\ mx - y + z &= 0 \end{aligned}$$

- b) Resólveo, se é posible, para os casos $m = 0$ e $m = 2$.

BLOQUE 2 (XEOMETRÍA) *(Puntuación máxima 3 puntos)*

Opción 1. a) Definición e interpretación xeométrica do produto vectorial de dous vectores en \mathbb{R}^3 .

- b) Calcula os vectores unitarios e perpendiculares ós vectores $\vec{u} = (1, -2, 2)$ e $\vec{v} = (1, 0, 1)$.

c) Calcula a distancia da orixe de coordenadas ó plano determinado polo punto $(1,1,1)$ e os vectores $\vec{u} = (1, -2, 2)$ e $\vec{v} = (1, 0, 1)$.

Opción 2. Dado o plano $\pi: 2x + \lambda y + 3 = 0$; e a recta $r: \begin{cases} x + 2y - 2z + 6 = 0 \\ 7x - y - 2z = 0 \end{cases}$

- a) Calcula o valor de λ para que a recta r e o plano π sexan paralelos. Para ese valor de λ , calcula a distancia entre r e π .
- b) ¿Para algún valor de λ , a recta está contida no plano π ? Xustifica a resposta.
- c) ¿Para algún valor de λ , a recta e o plano π son perpendiculares? Xustifica a resposta.

BLOQUE 3 (ANÁLISE) *(Puntuación máxima 4 puntos)*

Opción 1. a) Calcula a ecuación da recta tanxente á gráfica de $f(x) = (x + 1)e^{-x}$ no punto de corte de $f(x)$ co eixo OX.

b) Calcula, para $f(x) = (x + 1)e^{-x}$: intervalos de crecemento e decrecemento, extremos relativos, puntos de inflexión, concavidade e convexidade.

c) Enunciado e interpretación xeométrica do teorema do valor medio do cálculo integral.

Opción 2. a) Enunciado e interpretación xeométrica do teorema do valor medio do cálculo diferencial.

b) De entre tódolos triángulos rectángulos con hipotenusa 10cm., calcula as lonxitudes dos catetos que corresponden ó de área máxima

c) Calcula o valor de m , para que a área do recinto limitado pola recta $y = mx$ e a curva $y = x^3$, sexa 2 unidades cadradas.

MATEMÁTICAS

(Responder somente a unha das opcións de cada bloque temático).

BLOQUE 1 (ÁLXEBRA LINEAL) *(Puntuación máxima 3 puntos)*

Opción 1. a) Sexan A, B e C tres matrices tales que o produto $A \cdot B \cdot C$ é unha matriz 3×2 e o produto $A \cdot C^t$ é unha matriz cadrada, sendo C^t a trasposta de C . Calcula, razoando a resposta, as dimensións de A, B e C .

b) Dada $M = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, obtén todas as matrices X que conmutan con M , é dicir, verifican $X \cdot M = M \cdot X$.

c) Calcula a matriz Y que verifica $M \cdot Y + M^{-1} \cdot Y = I$, sendo a matriz dada en b), M^{-1} a matriz inversa de M e I a matriz unidade de orde 2.

Opción 2. a) Se nun sistema de tres ecuacións lineais con tres incógnitas, o rango da matriz dos coeficientes é 3, ¿podemos afirmar que o sistema é compatible? Razona a resposta.

b) Discute, segundo os valores do parámetro m , o sistema de ecuacións lineais:

$$\begin{array}{rcl} & y & + \quad mz & = & 0 \\ x & & & + & z & = & 0 \\ mx & - & y & & & = & m \end{array}$$

c) Resolve o sistema anterior para o caso $m = 0$.

BLOQUE 2 (XEOMETRÍA) *(Puntuación máxima 3 puntos)*

Opción 1. a) Dados os vectores $\vec{u} = (1, 0, -1)$, $\vec{v} = (1, 1, 0)$, calcula os vectores unitarios de \mathbb{R}^3 que son ortogonais ós dous vectores dados.

b) Sexa π o plano determinado polo punto $P(2, 2, 2)$ e os vectores $\vec{u} = (1, 0, -1)$, $\vec{v} = (1, 1, 0)$. Calcula o ángulo que forma o plano π coa recta que pasa polos puntos $O(0, 0, 0)$ e $Q(2, -2, 2)$.

c) Calcula o punto simétrico de $O(0, 0, 0)$ respecto do plano $x - y + z - 2 = 0$.

Opción 2. Os lados dun triángulo están sobre as rectas

$$r_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}; \quad r_2 : \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 2 + t \\ z = -1 \end{cases}; \quad r_3 : \begin{cases} x - y - z - 1 = 0 \\ x - z = 0 \end{cases}$$

a) Calcula os vértices do triángulo. ¿É un triángulo rectángulo? Razona a resposta

b) Calcula a ecuación do plano π que contén ó triángulo. Calcula a intersección do plano π cos eixes OX, OY e OZ .

BLOQUE 3 (ANÁLISE) *(Puntuación máxima 4 puntos)*

Opción 1. a) Calcula os valores de a e b para que a gráfica de $f(x) = ax + \frac{b}{x}$ teña un mínimo relativo no punto $(\frac{1}{2}, 4)$. Para eses valores de a e b , calcula: asíntotas e intervalos de crecemento e decrecemento de $f(x)$.

b) Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 e^x}{\cos^2 x - 1}$

c) Definición de primitiva e integral indefinida dunha función. Enunciado da regra de Barrow.

Opción 2. a) Definición de función continua nun punto. ¿Que tipo de discontinuidade ten en $x = 0$ a función

$$f(x) = \frac{x^2}{x}?$$

b) Un arame de 170 cm. de lonxitude divídese en dúas partes. Con unha das partes quérese formar un cadrado e coa outra un rectángulo de xeito que a base mida o dobre da altura. Calcula as lonxitudes das partes nas que se ten que dividir o arame para que a suma das áreas do cadrado e do rectángulo sexa mínima

c) Calcula a área do recinto limitado pola recta $y = 2 - x$; e a curva $y = x^2$.

CONVOCATORIA DE XUÑO

Soamente se puntuará a primeira pregunta respondida de cada un dos tres bloques.

Bloque 1 (Álgebra lineal)

OPCIÓN 1:

- a) 1 punto
- b) 1 punto, distribuido en
Cálculo de A^3 (0,5 puntos)
Cálculo de A^{25} (0,5 puntos)
- c) 1 punto

OPCIÓN 2:

- a) 2 puntos, distribuidos en
Discusión (1 punto)
Interpretación xeométrica (1 punto)
- b) 1 punto, distribuido en
Resolución no caso $m = 0$ (0,50 puntos)
Resolución no caso $m = 2$ (0,50 puntos)

Bloque 2 (Xeometría)

OPCIÓN 1:

- a) 1 punto, distribuido en
Definición do produto vectorial de dous vectores (0,5 puntos)
Interpretación xeométrica do produto vectorial de dous vectores (0,5 puntos)
- b) 1 punto.
- c) 1 punto, distribuido en
Determinación do plano (0,5 puntos)
Cálculo da distancia (0,5 puntos)

OPCIÓN 2:

- a) 1,5 puntos, distribuidos en
Determinación de λ . (0,75 puntos)

- Cálculo da distancia (0,75 puntos)
- b) 0,75 puntos
- c) 0,75 puntos

Bloque 3 (Análise)

OPCIÓN 1:

- a) 1 punto, distribuido en
Cálculo do punto de corte co eixo OX (0,25 puntos)
Cálculo da derivada (0,25 puntos)
Ecuación da recta tanxente (0,5 puntos)
- b) 2 puntos, distribuidos en
Intervalos de crecemento e decrecemento (0,5 puntos)
Extremos relativos (0,5 puntos)
Puntos de inflexión (0,5 puntos)
Concavidade e convexidade (0,5 puntos)
- c) 1 punto, distribuido en
Enunciado do teorema do valor medio do cálculo integral (0,5 puntos)
Interpretación xeométrica do teorema (0,5 puntos)

OPCIÓN 2:

- a) 1 punto, distribuido en
Enunciado do teorema do valor medio do cálculo diferencial (0,5 puntos)
Interpretación xeométrica do teorema (0,5 puntos)
- b) 1,5 puntos, distribuidos en
Formulación do problema (0,5 puntos)
Obtención dos catetos (1 punto)
- c) 1,5 puntos, distribuidos en
Formulación do problema (0,75 puntos)
Cálculo da integral e obtención de m (0,75 puntos)

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

Soamente se puntuará a primeira pregunta respondida de cada un dos tres bloques.

Bloque 1 (Álgebra lineal)

Opción 1:

- a) 1 punto, distribuido en
Dimensión de A (0,5 puntos)
Dimensión de B (0,25 puntos)
Dimensión de C (0,25 puntos)
- b) 1 punto, distribuido en
Formulación das ecuacións (0,5 puntos)
Solución (0,5 puntos)
- c) 1 punto, distribuido en
Cálculo de M^{-1} (0,5 puntos)
Cálculo de Y (0,5 puntos)

Opción 2:

- a) 1 punto
- b) 1 punto, distribuido en
Sistema incompatible (0,5 puntos)
Sistema compatible indeterminado (0,5 puntos)
- c) 1 punto

Bloque 2 (Xeometría)

Opción 1:

- a) 1 punto, distribuido en
Cálculo álculo de $\vec{u} \times \vec{v}$ (0,25 puntos)
Cálculo de $|\vec{u} \times \vec{v}|$ (0,25 puntos)
Por cada solución (0,25 puntos)
- b) 1 punto, distribuido en
Vector asociado ó plano (0,25 puntos)
Vector director da recta (0,25 puntos)
Cálculo do ángulo (0,5 puntos)
- c) 1 punto

Opción 2:

- a) 1,5 puntos, distribuidos en
Cálculo dos vértices (1 punto)
Triángulo rectángulo (0,5 puntos)
- b) 1,5 puntos, distribuidos en
Obtención do plano (1 punto)
Intersección cos eixos (0,5 puntos)

Bloque 3 (Análise)

Opción 1:

- a) 2 puntos, distribuidos en
Cálculo de a e b (0,5 puntos)
Asíntotas (0,75 puntos)
Intervalos de crecemento e decrecemento (0,75 puntos)
- b) 1 punto
- c) 1 punto, distribuido en
Definición de primitiva (0,25 puntos)
Definición de integral indefinida (0,25 puntos)
Regla de Barrow (0,5 puntos)

Opción 2:

- a) 1 punto, distribuido en
Definición de función continua nun punto (0,5 puntos)
Tipo de discontinuidade (0,5 puntos)
- b) 1,5 puntos, distribuidos en
Expresión a minimizar (0,75 puntos)
Cálculo da lonxitude das dúas partes nas que se divide o arame (0,5 puntos)
Comprobación de mínimo (0,25 puntos)
- c) 1,5 puntos, distribuidos en
Formulación do problema (0,75 puntos)
Determinación dos límites de integración (0,25 puntos)
Cálculo da integral (0,5 punto)

CONVOCATORIA DE XUÑO

BLOQUE 1 (ÁLXEBRA LINEAL)

(Puntuación máxima 3 puntos)

Opción 1.

a) $|A| = m^2 - 1$. Polo tanto $|A| = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$. Así, A ten inversa $\Leftrightarrow m \neq \pm 1$. (1 punto)

b) Se $m = 0$, utilizando as propiedades do produto

de matrices $A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; $A^3 = A^2 \cdot A = -I$;
(0,5 puntos)

$A^{25} = (-I)^8 \cdot A = I \cdot A = A$. (0,5 puntos)

c) Tendo en conta a), para $m = 0$, $\exists A^{-1}$ e ademais, por

b), $A^{-1} = -A^2$. Polo tanto $X \cdot A = B \Leftrightarrow X = B \cdot A^{-1}$,

$X = (0 \ -1 \ -1) \cdot (-A^2) = (-1 \ 0 \ 1)$ (1 punto)

Opción 2.

a) Matriz de coeficientes : $C = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ m & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Matriz ampliada : $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & \cdot & 0 \\ 1 & -2 & 1 & \cdot & m \\ m & -1 & 1 & \cdot & 0 \end{pmatrix}$

$|C| = m - 2$

$m \neq 2 \Rightarrow \text{rang}(C) = \text{rang}(A) = 3$

$m = 2 : \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0 \Rightarrow \text{rang}(C) = 2$;

$\begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \text{rang}(A) = 2$

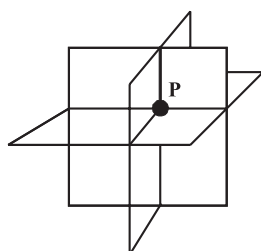
Discusión: (1 punto)

$m \neq 2$, $\text{rang}(C) = \text{rang}(A) = 3 = n^\circ$ de incógnitas. Sistema compatible determinado (S.C.D.). Solución única.

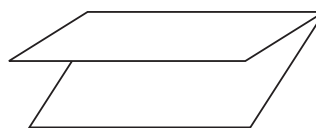
$m = 2$, $\text{rang}(C) = \text{rang}(A) = 2 < n^\circ$ de incógnitas. Sistema compatible indeterminado (S.C.I.). Infinitas solucións. (1 punto)

Interpretación xeométrica:

$m \neq 2$, tres planos que se cortan nun punto P



$m = 2$, dous planos coincidentes (o 1º e o 3º) que se cortan co outro plano ó longo dunha recta



b) Se $m=0$, estamos no caso dun S.C.D. e como é un sistema homoxéneo, a solución única é a trivial:

$x = 0$; $y = 0$; $z = 0$; (0,5 puntos)

Se $m=2$, estamos no caso dun S.C.I.

$\begin{cases} -y + z = -2x \\ -2y + z = 2-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y - z = 2x \\ -2y + z = 2-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x - 2 \\ z = -3x - 2 \end{cases}$

As infinitas solucións pódense expresar:

$\{x = \lambda, y = -\lambda - 2, z = -3\lambda - 2 / \lambda \in \mathbb{R}\}$; (0,5 puntos)

BLOQUE 2 (XEOMETRÍA) (Puntuación máxima 3 puntos)

Opción 1.

a) Definición do produto vectorial de dous vectores en \mathbb{R}^3 . (0,5 puntos)

Interpretación xeométrica do produto vectorial de dous vectores en \mathbb{R}^3 . (0,5 puntos)

b) $\vec{u} \times \vec{v} = (-2, 1, 2)$; $|\vec{u} \times \vec{v}| = 3$

Os dous vectores unitarios e ortogonais a \vec{u} e a \vec{v} son

$\vec{w}_1 = (-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3})$; $\vec{w}_2 = (\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{2}{3})$ (1 punto)

c) A ecuación do plano será: $\begin{vmatrix} x-1 & y-1 & z-1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0$;

é dicir $\pi : 2x - y - 2z + 1 = 0$ (0,5 puntos)

Utilizando a fórmula da distancia dun punto, neste caso $O = (0, 0, 0)$, a un plano temos:

$d(O, \pi) = 1/3$ (0,5 puntos)

Opción 2.

a) Vector asociado ó plano π : $\vec{n}_\pi = (2, \lambda, 0)$

Vector director da recta $\vec{v}_r = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 2 & -2 \\ 7 & -1 & -2 \end{vmatrix}$;

$\vec{v}_r = (-6, -12, -15)$

Como $r \parallel \pi \Leftrightarrow \vec{v}_r \perp \vec{n}_\pi$, e $\vec{v}_r \perp \vec{n}_\pi \Leftrightarrow \vec{v}_r \cdot \vec{n}_\pi = 0$, temos que $r \parallel \pi \Leftrightarrow \lambda = -1$ (0,75 puntos)

Para $\lambda = -1$, temos o plano $\pi : 2x - y + 3 = 0$. Como

Exemplos de resposta / Solucións

$r \parallel \pi$, podemos calcular a distancia de r a π como a distancia entre un punto calquera de r , por exemplo $P_r = (0, -2, 1)$, e o plano π . Polo tanto

$$d(r, \pi) = d(P_r, \pi) = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} \quad \text{(0,75 puntos)}$$

b) Vimos no apartado anterior que $r \parallel \pi \Leftrightarrow \lambda = -1$ e ademais, para este valor de λ , $d(r, \pi) = \sqrt{5}$. Polo tanto Non existe ningún valor de λ para o que a recta r estea contida no plano. **(0,75 puntos)**

c) $r \perp \pi \Leftrightarrow \vec{v}_r \parallel \vec{n}_\pi$, pero non existe λ que faga que os vectores $\vec{v}_r = (-6, -12, -15)$ e $\vec{n}_\pi = (2, \lambda, 0)$ sexan proporcionais. Polo tanto, non hai ningún valor de λ para o que r e π son perpendiculares. **(0,75 puntos)**

BLOQUE 3 (ANÁLISE) (Puntuación máxima 4 puntos)

Opción 1.

a) Punto de corte co eixo OX: $(-1, 0)$ **(0,25 puntos)**

$$f'(x) = -xe^{-x}; \quad f'(-1) = e \quad \text{(0,25 puntos)}$$

Recta tanxente en $(-1, 0)$: $y = e(x+1)$ **(0, 5 puntos)**

b) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$

A función é crecente en $(-\infty, 0)$ e decrecente en $(0, \infty)$ **(0,5 puntos)**

$f''(x) = e^{-x}(x-1)$; $f''(0) < 0$. Hai un máximo relativo no punto $(0, 1)$ **(0,5 puntos)**

$f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Cóncava en $(-\infty, 1)$ e convexa en $(1, \infty)$ **(0,5 puntos)**

$f'''(x) = e^{-x}(2-x)$; $f'''(1) \neq 0$. Hai un punto de inflexión no punto $(1, 2/e)$ **(0,5 puntos)**

c) Enunciado do teorema do valor medio do cálculo integral. **(0,5 puntos)**

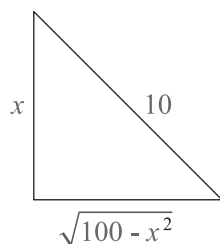
Interpretación xeométrica do teorema do valor medio do cálculo integral. **(0,5 puntos)**

Opción 2.

a) Enunciado do teorema do valor medio do cálculo diferencial. **(0,5 puntos)**

Interpretación xeométrica do teorema do valor medio do cálculo diferencial. **(0,5 puntos)**

b)



Función a optimizar:

$$A(x) = \frac{1}{2} x \sqrt{100 - x^2}, \quad \text{(0,75 puntos)}$$

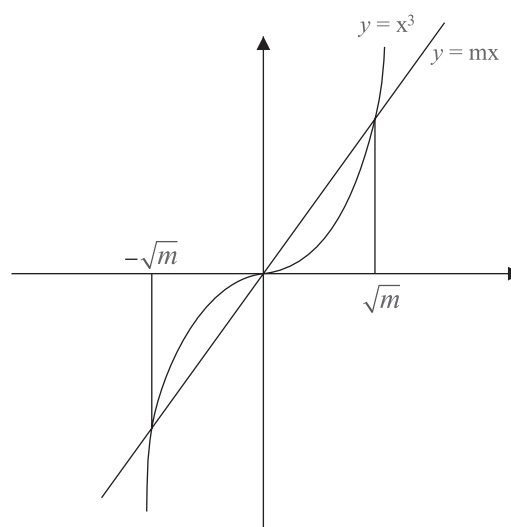
$$A'(x) = \frac{100x - 2x^3}{\sqrt{100x^2 - x^4}} \quad \text{(0,25 puntos)}$$

Puntos críticos: $x = 0$ (non vale), $x = -5\sqrt{2}$ (non vale), $x = 5\sqrt{2}$ **(0,25 puntos)**

Xustificación de que $5\sqrt{2}$ corresponde a un máximo: $A''(5\sqrt{2}) < 0$ **(0,25 puntos)**

Polo tanto, de entre tódolos triángulos rectángulos de hipotenusa 10cm, o que ten área máxima corresponde a un triángulo rectángulo isósceles de catetos $5\sqrt{2}$ cm.

c)



Abcisas dos puntos de corte das gráficas

$$x^3 = mx \Leftrightarrow x = 0; \quad x = \pm\sqrt{m}$$

Como a área do recinto ten que ser 2 unidades cadradas

$$2 = \int_{-\sqrt{m}}^0 (x^3 - mx)dx + \int_0^{\sqrt{m}} (mx - x^3)dx \quad \text{(0,75 puntos)}$$

Integrando

$$2 = \left[\frac{x^4}{4} - \frac{mx^2}{2} \right]_{-\sqrt{m}}^0 + \left[\frac{mx^2}{2} - \frac{x^4}{4} \right]_0^{\sqrt{m}}$$

e así $m = \pm 2$, pero $m = -2$ non vale, polo tanto $m = 2$ **(0,75 puntos)**

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

BLOQUE 1 (ÁLXEBRA LINEAL) (Puntuación máxima 3 puntos)

Opción 1.

a) Da hipótese $A \cdot B \cdot C \in M_{3 \times 2}$, dedúcese que $A \in M_{3 \times m}$, $B \in M_{m \times n}$, $C \in M_{n \times 2}$. Polo tanto $C^t \in M_{2 \times n}$ e para que $\exists A \cdot C^t$, necesariamente $m = 2$ e $A \in M_{3 \times 2}$.

(0,5 puntos)

Da hipótese $A \cdot C^t$ é unha matriz cadrada, dedúcese que $n = 3$ e polo tanto $B \in M_{2 \times 3}$, $C \in M_{3 \times 2}$,

(0,5 puntos)

b) Para que existan os produtos $X \cdot M$ e $M \cdot X$, X ten que ser unha matriz cadrada de orde 2. Da igualdade

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \text{ deducimos que}$$

$$b = 0, a = d \text{ e polo tanto } X = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ c & a \end{pmatrix} / a, c \in \mathbf{R} \right\}$$

(1 punto)

c) $|M| = 1$, $M^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, **(0,5 puntos)**

$M \cdot Y + M^{-1} \cdot Y = I \Leftrightarrow Y = (M + M^{-1})^{-1}$ e como $M + M^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$, obtemos que $Y = \begin{pmatrix} -1/2 & 0 \\ 0 & -1/2 \end{pmatrix}$

(0,5 puntos)

Opción 2.

a) Se denotamos por C a matriz dos coeficientes

e por A a matriz ampliada, temos que $C \in M_{3 \times 3}$ e $A \in M_{3 \times 4}$, polo que $\text{rang}(A) \leq 3$. Ademais sabemos que sempre $\text{rang}(C) \leq \text{rang}(A)$, entón

$$\left. \begin{matrix} 3 = \text{rang}(C) \leq \text{rang}(A) \\ \text{rang}(A) \leq 3 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \text{rang}(C) = \text{rang}(A) = 3$$

Polo tanto, o sistema é compatible. Como o número de incógnitas tamén é 3, trátase dun sistema compatible determinado (S.C.D.). **(1 punto)**

b) Matriz dos coeficientes: $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & m \\ 1 & 0 & 1 \\ m & -1 & 0 \end{pmatrix}$;

Matriz ampliada: $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & m & \cdot & 0 \\ 1 & 0 & 1 & \cdot & 0 \\ m & -1 & 0 & \cdot & m \end{pmatrix}$;

$$\left. \begin{matrix} |A| = 0 \\ \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \neq 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \text{rang}(C) = 2$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ m & -1 & m \end{vmatrix} = -m \Rightarrow \text{rang}(A) = \begin{cases} 3 & \text{se } m \neq 0 \\ 2 & \text{se } m = 0 \end{cases}$$

Discusión:

(1 punto)

Se $m \neq 0$, $\text{rang}(C) = 2 < 3 = \text{rang}(A)$. Sistema incompatible. Non ten solución.

Se $m = 0$, $\text{rang}(C) = 2 = \text{rang}(A) < n^\circ$ incógnitas. Sistema Compatible Indeterminado (S.C.I.). Infinitas solucións

c) Se $m = 0$, é un sistema homoxéneo e vimos que era un (S.C.I.). Para obter as infinitas solucións

$$\left. \begin{matrix} y = 0 \\ x = -z \end{matrix} \right\} \Rightarrow \text{Solucións : } \{(-\lambda, 0, \lambda) / \lambda \in \mathbf{R}\} \text{ (1 punto)}$$

BLOQUE 2 (XEOMETRÍA) (Puntuación máxima 3 puntos)

Opción 1.

a) $\vec{u} \times \vec{v} = (1, -1, 1)$ **(0,25 puntos)**

$|\vec{u} \times \vec{v}| = \sqrt{3}$ **(0,25 puntos)**

Entón, os dous vectores unitarios e ortogonais a $\vec{u} \cdot e$ a \vec{v} son: $w_1 = (\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3})$; $w_2 = (-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3})$ **(0,5 puntos)**

b) Vector asociado ó plano: $\vec{n}_\pi = \vec{u} \times \vec{v} = (1, -1, 1)$. **(0,25 puntos)**

Vector director da recta: $\vec{v}_r = \vec{OQ} = (2, -2, 2)$. **(0,25 puntos)**

Estes dous vectores son proporcionais e polo tanto a recta e plano son perpendiculares **(0,5 puntos)**

c) Ecuación da recta que pasa por $O(0, 0, 0)$ e é perpendicular a π

$$s : \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$$

Punto de intersección de S con π : $P(\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}, -\frac{2}{3})$.

Este punto P é o punto medio de O e o seu simétrico O' . Polo tanto $O'(\frac{4}{3}, -\frac{4}{3}, \frac{4}{3})$. **(1 punto)**

Opción 2.

a) Calculamos as coordenadas dos vértices facendo a intersección das rectas $r_1 \cap r_2 : A(1, 1, -1)$
 $r_2 \cap r_3 : B(-1, -1, -1)$ $r_1 \cap r_3 : C(3, -1, 3)$

