

MATEMÁTICAS II

(O alumno/a deber responder só aos exercicios dunha das opcións . Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1= 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos).

OPCIÓN A

1. Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$,

a) Se I é a matriz identidade de orde 3, calcula os valores de λ para os que $A + \lambda I$ non ten inversa. Calcula, se existe, a matriz inversa de $A - 2I$.

b) Calcula a matriz X tal que $XA + A' = 2X$, sendo A' a matriz trasposta de A .

2. Sexa r a recta que pasa polo punto $P(1,-1,-2)$ e é perpendicular ao plano $\alpha : x + 2y + 3z + 6 = 0$. Sexa s a recta que pasa polos puntos $A(1,0,0)$ e $B(-1,-3,-4)$.

a) Estuda a posición relativa das rectas r e s . Se se cortan, calcula o punto de corte.

b) Calcula a distancia do punto $A(1,0,0)$ ao plano β que pasa polo punto $P(1,-1,-2)$ e é paralelo a α .

3. Debuxa a gráfica de $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x + 1}$, estudando: dominio, puntos de corte cos eixos, asíntotas, intervalos de crecemento e decrecemento, máximos e mínimos relativos, puntos de inflexión e intervalos de concavidade e convexidade.

4. a) Enuncia o teorema fundamental do cálculo integral. Sabendo que $\int_0^x f(t)dt = x^2(1+x)$, con f unha función continua en todos os puntos da recta real, calcula $f(2)$.

b) Calcula $\int_1^2 \frac{x^2 + 1}{x^2 + x} dx$

OPCIÓN B

1. a) Discute, segundo os valores do parámetro a , o seguinte sistema de ecuacións lineais:

$$\begin{aligned} ax + 2y + 2z &= a \\ x + y + z &= 0 \\ 2x - y + 2z &= a \end{aligned}$$

b) Resolve, se é posible, o sistema anterior para o caso $a = 0$.

2. Dada a recta $r : \begin{cases} y = 1 \\ x - z + 4 = 0 \end{cases}$

a) Calcula a ecuación do plano α que pasa polo punto $Q(0,2,2)$ e contén a recta r . Calcula a área do triángulo que ten por vértices os puntos de intersección de α cos eixos de coordenadas.

b) Calcula a ecuación xeral do plano que contén a recta r e é perpendicular ao plano α .

3. a) Define función continua nun punto. ¿Cando se di que unha discontinuidade é evitable? ¿Para que valores de k , a función $f(x) = \frac{e^x}{x^2 + k}$ é continua en todos os puntos da recta real?

b) Determina os valores de a, b, c, d para que a función $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ teña un máximo relativo no punto $(0,4)$ e un mínimo relativo no punto $(2,0)$.

4. Debuxa e calcula a área da rexión limitada pola recta $x + y = 7$ e a gráfica da parábola $f(x) = x^2 + 5$. (Nota: para o debuxo das gráficas, indicar os puntos de corte cos eixos, o vértice da parábola e concavidade ou convexidade)

MATEMÁTICAS II

(O alumno/a debe responder só os exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1 = 3 puntos, exercicio 2 = 3 puntos, exercicio 3 = 2 puntos, exercicio 4 = 2 puntos).

OPCIÓN A

1. a) Pon un exemplo de matriz simétrica de orde 3 e outro de matriz antisimétrica de orde 3.
b) Sexa M unha matriz simétrica de orde 3, con $\det(M) = -1$. Calcula, razoando a resposta, o determinante de $M + M^t$, sendo M^t a matriz trasposta de M .

c) Calcula unha matriz X simétrica e de rango 1 que verifique: $X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

2. Dada a recta $r: \begin{cases} x + y + z - 3 = 0 \\ 3x + 5y + 3z - 7 = 0 \end{cases}$

- a) Calcula a ecuación xeral do plano π perpendicular a r e que pasa polo punto $P(2, -1, -2)$.
b) Calcula o punto Q no que r corta a π . Calcula o ángulo que forma o plano π con cada un dos planos coordenados.

3. a) Definición e interpretación xeométrica da derivada dunha función nun punto.

b) Calcula: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2 \cos x}{\text{sen}(x^2)}$

4. Debuxa e calcula a área da rexión limitada pola gráfica de $y = -x^2 + 1$ e as rectas tanxentes a esta parábola nos puntos de corte da parábola co eixo OX. (Nota: para o debuxo das gráficas, indicar os puntos de corte cos eixos, o vértice da parábola e concavidade ou convexidade).

OPCIÓN B

1. a) Discute, segundo os valores do parámetro m , o sistema de ecuacións lineais

$$\begin{aligned} mx + y - 2z &= 0 \\ x + y + z &= 0 \\ x - y + z &= m \end{aligned}$$

- b) Resólveo, se é posible, nos casos $m = 0$ e $m = -1$.

2. Dadas as rectas $r: \begin{cases} x = 3 - 3\lambda \\ y = -4\lambda \\ z = -6 \end{cases}$; $s: \begin{cases} 4x - 3y - 12 = 0 \\ 5y - 4z - 4 = 0 \end{cases}$

- a) Estuda a súa posición relativa. Se se cortan, calcula o punto de corte e o ángulo que forman r e s .
b) Calcula, se existe, o plano que as contén.

3. Debuxa a gráfica da función $f(x) = \frac{x^2}{x-2}$, estudando: dominio, puntos de corte cos eixos, asíntotas, intervalos de crecemento e decrecemento, máximos e mínimos relativos, puntos de inflexión e intervalos de concavidade e convexidade.

4. a) Calcula $\int x \ln(1+x^2) dx$ (Nota: $\ln =$ logaritmo neperiano)

- b) Enuncia e interpreta xeometricamente o teorema do valor medio do cálculo integral.

Criterios de Avaliación / Corrección

CONVOCATORIA DE XUÑO

OPCIÓN A

1) a) 2 puntos, distribuídos en:

- 1 punto pola obtención dos valores de λ para os que $A+\lambda I$ non ten inversa.
- 1 punto polo cálculo da matriz inversa de $A-2I$.

b) 1 punto, distribuídos en:

- 0,5 puntos por desaxar X
- 0,5 puntos polos cálculos de $-A^t(A-2I)^{-1}$

2) a) 2 puntos, distribuídos en:

- 0,5 puntos pola obtención das rectas r e s .
- 1 punto polo estudo da posición relativa das rectas.
- 0,5 puntos pola obtención do punto de corte.

b) 1 punto, distribuído en:

- 0,5 puntos pola obtención do plano β .
- 0,5 puntos pola obtención da distancia do punto ao plano.

3) 2 puntos, distribuídos en:

- 0,25 puntos polo dominio e puntos de corte cos eixes.
- 0,25 puntos polas asíntotas.
- 0,5 puntos polos intervalos de crecemento e decrecemento.
- 0,25 puntos por xustificar que non existen máximos nin mínimos relativos.
- 0,25 puntos por xustificar que non existen puntos de inflexión.
- 0,25 puntos polos intervalos de concavidade e convexidade.
- 0,25 puntos pola gráfica.

4) a) 1 punto, distribuído en:

- 0,5 puntos polo enunciado do teorema fundamental do cálculo integral.
- 0,5 puntos pola obtención de $f(2)$.

b) 1 punto, distribuído en:

- 0,5 puntos pola división do polinomio do numerador entre o do denominador e a descomposición en fraccións simples.
- 0,5 puntos polas integrais e aplicación da regra de Barrow.

OPCIÓN B

1) a) 2 puntos, distribuídos en:

- 0,5 puntos pola obtención do rango da matriz de coeficientes.
- 0,5 puntos polo cálculo do rango da matriz ampliada.
- 0,5 puntos. Sistema incompatible.
- 0,5 puntos. Sistema compatible determinado.

b) 1 punto, pola solución do sistema para o caso $a = 0$.

2) a) 2 puntos, distribuídos en:

- 1 punto pola obtención dunha ecuación do plano α .
- 1 punto polo cálculo da área do triángulo.

b) 1 punto, pola obtención da ecuación do plano.

Criterios de Avaliación / Corrección

3) a) **1 punto**, distribuído en:

- 0,25 puntos pola definición de función continua nun punto.
- 0,25 puntos pola definición de descontinuidade evitable.
- 0,5 puntos pola obtención dos valores de k .

b) **1 punto**, distribuído en:

- 0,5 puntos pola formulación do problema.
- 0,5 puntos pola obtención dos valores de a, b, c, d .

4) **2 puntos**, distribuídos en:

- 0,75 puntos polas gráficas.
- 0,75 puntos pola formulación do problema.
- 0,5 puntos polo cálculo da integral definida.

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

OPCIÓN A

1) a) **0,5 puntos**, distribuídos en:

- 0,25 puntos polo exemplo de matriz simétrica.
- 0,25 puntos polo exemplo de matriz antisimétrica.

b) **1 punto**

c) **1,5 puntos**, distribuídos en:

- 0,5 puntos por expresar a condición do rango.
- 0,5 puntos polas ecuacións do produto de matrices.
- 0,5 puntos por resolver as ecuacións.

2) a) **1,5 puntos**

b) **1,5 puntos**, distribuídos en:

- 0,75 puntos pola obtención do punto de corte.
- 0,75 puntos (0,25 puntos por cada ángulo).

3) a) **1 punto**, distribuído en:

- 0,5 puntos pola definición da derivada dunha función nun punto.
- 0,5 puntos pola interpretación xeométrica.

b) **1 punto**

4) **2 puntos**, distribuídos en:

- 0,5 puntos por representar a parábola.
- 0,5 puntos pola obtención das tanxentes.
- 0,5 puntos pola formulación da área.
- 0,5 puntos polo cálculo da integral definida.

OPCIÓN B

1) a) **2 puntos**, distribuídos en:

- 0,5 puntos pola obtención do rango da matriz de coeficientes.

Criterios de Avaliación / Corrección

- 0,5 puntos polo cálculo do rango da matriz ampliada.
- 0,5 puntos. Sistema incompatible
- 0,5 puntos. Sistema compatible determinado.

b) 1 punto (0,5 puntos por cada caso)

2) a) 2 puntos, distribuídos en:

- 1 punto pola posición relativa
- 0,5 puntos polo punto de corte.
- 0,5 puntos polo ángulo que forman as rectas.

b) 1 punto, pola obtención da ecuación do plano.

3) 2 puntos, distribuídos en:

- 0,25 puntos polo dominio e puntos de corte cos eixes.
- 0,25 puntos polas asíntotas.
- 0,5 puntos polos intervalos de crecemento e decrecemento.
- 0,25 puntos polo máximo e mínimo relativos.
- 0,25 puntos por xustificar que non existen puntos de inflexión.
- 0,25 puntos polos intervalos de concavidade e convexidade.
- 0,25 puntos pola gráfica.

4) a) 1 punto, distribuído en:

- 0,5 puntos pola integración por partes.
- 0,5 puntos pola integral da función racional.

b) 1 punto, distribuído en:

- 0,5 puntos polo enunciado do teorema do valor medio do cálculo integral.
- 0,5 puntos pola interpretación xeométrica.