MATEMÁTICAS II

(O alumno/a debe responder só os exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1= 3 puntos, exercicio 2= 3 puntos, exercicio 3= 2 puntos, exercicio 4= 2 puntos)

OPCIÓN A

1. a) Calcula os posibles valores de a, b, c para que a matriz $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}$ verifique a relación $(A - 2I)^2 = 0$, sendo I a matriz identidade de orde 2 e 0 a matriz nula de orde 2.

b) ¿Cal é a solución dun sistema homoxéneo de dúas ecuacións con dúas incógnitas, se a matriz de coeficientes é unha matriz $A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}$ verificando a relación $(A - 2I)^2 = 0$?

c) Para $a = b = c = 2$, calcula a matriz X que verifica $A \cdot X = A^{-1} \cdot B$, sendo $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

2. Dada a recta $r: \begin{cases} x = 3 - 2\lambda \\ y = 1 - \lambda \\ z = 4 + \lambda \end{cases}$

a) Determina a ecuación implícita do plano π que pasa polo punto $P(2,1,2)$ e é perpendicular a r. Calcula o punto de intersección de r e π.

b) Calcula a distancia do punto $P(2,1,2)$ á recta r.

c) Calcula o punto simétrico do punto $P(2,1,2)$ respecto á recta r.

3. Debuxa a gráfica de $f(x) = \frac{2x^2}{x-1}$ estudando: dominio, simetrías, puntos de corte cos eixes, asíntotas, intervalos de crecemento e decrecemento, máximos e mínimos relativos, puntos de inflexión e intervalos de concavidade e convexidade.

4. a) Define primitiva dunha función e enuncia a regra de Barrow.

b) Dada a función $f(x) = ax^3 + bx + c$, determina a, b e c sabendo que $y = 2x + 1$ é a recta tanxente á gráfica de $f(x)$ no punto correspondente á abscisa $x = 0$ e que $\int_0^1 f(x)dx = 1$.

OPCIÓN B

1. a) Discute, segundo os valores de m, o sistema:

$$\begin{aligned} x + \quad y - z &= 1 \\ x + my + 3z &= m \\ 2x + 3y + mz &= 3 \end{aligned}$$

b) Resólveo, se é posible, para $m = 2$

2. Dadas as rectas $r: \begin{cases} x = 3 + \lambda \\ y = -1 \\ z = 4 + 2\lambda \end{cases}$ $\quad s: \left\{ \frac{x-4}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-5}{4} \right.$

a) Estuda a súa posición relativa. Calcula a ecuación implícita ou xeral do plano que pasa pola orixe de coordenadas e é paralelo a r e a s.

b) Calcula as ecuacións paramétricas da recta que corta perpendicularmente a r e a s.

3. a) Definición e interpretación xeométrica da derivada dunha función nun punto.

b) Calcula os valores de b e c para que a función

$$f(x) = \begin{cases} \ln(e + x^2) & se \ \ x < 0 \\ x^2 + bx + c & se \ \ x \geq 0 \end{cases}$$

sexa derivable en $x = 0$. (Nota: ln = logaritmo neperiano)

4. A gráfica dunha función $f(x)$ pasa pola orixe de coordenadas e a súa derivada é $f'(x) = (2 - x)e^{3x}$. Determina a función $f(x)$ e calcula os intervalos de concavidade e convexidade de $f(x)$.

CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	**PAU** **SETEMBRO 2015**	**Código: 26**

MATEMÁTICAS II

(O alumno/a debe responder só os exercicios dunha das opcións. Puntuación máxima dos exercicios de cada opción: exercicio 1= 3 puntos, exercicio 2= 3 puntos, exercicio 3= 2 puntos, exercicio 4= 2 puntos)

OPCIÓN A

1. a) Define menor complementario e adxunto dun elemento nunha matriz cadrada.

b) Dada a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

i. Calcula o rango, segundo os valores de λ, de $A - \lambda I$, sendo I a matriz unidade de orde 3.

ii. Calcula a matriz X que verifica $XA - 2A = 3X$.

2. Dada a recta $r: \begin{cases} 3x - y - z = 0 \\ 2x + y - 4z = 0 \end{cases}$

a) Calcula a ecuación implícita ou xeral do plano que é paralelo a r e pasa polos puntos $A(0,1,2)$ e $B(5,3,1)$

b) Calcula o punto de corte de r co plano perpendicular á devandita recta e que pasa por $B(5,3,1)$

c) Calcula a ecuación implícita ou xeral do plano que é paralelo ao plano $\pi: 2x - 3y + 4z - 5 = 0$ e dista $\sqrt{29}$ unidades da recta r.

3. a) Calcula os valores de a e b para que a función $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & se\ x \leq 1 \\ \frac{2lnx+2}{x^2} & se\ x > 1 \end{cases}$ sexa derivable en $x = 1$. (Nota: ln = logaritmo neperiano)

b) Para os valores $a = -4$ e $b = 6$, determina os intervalos de crecemento e decrecemento de $f(x)$.

4. Debuxa e calcula a área da rexión limitada polas gráficas da parábola $f(x) = 4x - x^2$ e as rectas tanxentes á gráfica de $f(x)$ nos puntos correspondentes a $x = 0$ e $x = 2$ (Nota: para o debuxo da gráfica da parábola, indicar os puntos de corte cos eixes de coordenadas, o seu vértice e concavidade ou convexidade).

OPCIÓN B

1. a) Discute, segundo os valores de m, o sistema de ecuacións:

$$\begin{aligned} x + y + z &= m \\ x - y &= 0 \\ 3x + y + 2z &= 0 \end{aligned}$$

b) Resolve, se é posible, o sistema cando $m = 0$.

2. Dadas as rectas $r: \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 + 3\lambda \\ z = 1 + 3\lambda \end{cases}$; s : $\begin{cases} x + y - z + 2 = 0 \\ y - z - 2 = 0 \end{cases}$

a) Estuda a posición relativa de r e s. Calcula a distancia de r a s.

c) Se dous dos lados dun rectángulo están sobre as rectas r e s e dous vértices consecutivos do rectángulo son os puntos $A(0,1,1)$ e $B(0,4,4)$, calcula as coordenadas dos otros dous vértices e a área do rectángulo.

3. a) Define derivada dunha función nun punto. Interpretación xeométrica

b) Dada a función $f(x) = 2e^{-x}(x + 1)$, calcula: intervalos de crecemento e decrecemento e máximos e mínimos relativos de $f(x)$.

4. a) a) Calcula: $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{4+x} - 2 - \frac{x}{4}}{x^2}$

b) Calcula unha primitiva da función $f(x) = xsenx$ que pase polo punto $(\pi, 0)$

CONVOCATORIA DE XUÑO

OPCIÓN A

1) **a) 1 punto**

b) 0,5 puntos

c) 1,5 puntos

2) **a) 1 punto**, distribuído en:

- 0,5 puntos pola ecuación do plano.
- 0,5 puntos polo punto de intersección da recta e o plano.

b) 1 punto

c) 1 punto

3) **2 puntos**, distribuídos en:

- Dominio, simetrías e puntos de corte cos eixes: 0,25 puntos.
- Asíntotas: 0,25 puntos.
- Intervalos de crecemento e decrecemento: 0,25 puntos.
- Máximos e mínimos relativos: 0,25 puntos.
- Puntos de inflexión: 0,25 puntos.
- Intervalos de concavidade e convexidade: 0,25 puntos.
- Gráfica: 0,5 puntos.

4) **a) 1 punto,** distribuído en:

- Definición de primitiva: 0,5 puntos.
- Enunciado da regra de Barrow: 0,5 puntos

b) 1 punto, distribuído en:

- 0,5 puntos pola obtención de b e c.
- 0,5 puntos pola obtención de a.

OPCIÓN B

1) **a) 2 puntos**, distribuídos en:
   - 1 punto polo cálculo dos rangos segundo os valores de m
   - 1 punto pola discusión do sistema

   b) 1 punto

2) **a) 1,5 puntos**

   b) 1,5 puntos

3) **a) 1 punto**, distribuído en:
   - 0,5 puntos pola definición de derivada dunha función nun punto.
   - 0,5 puntos pola interpretación xeométrica.

   b) 1 punto, distribuído en:
   - 0,5 puntos pola determinación de c.
   - 0,5 puntos pola determinación de b.

4) **2 puntos,** distribuídos en:
   - 1 puntos pola integral
   - 0,5 puntos pola condición f(0)=0.
   - 0,5 puntos polos intervalos de concavidade e convexidade.

CONVOCATORIA DE SETEMBRO

OPCIÓN A

5) **a) 1 punto,** distribuído en:

- 0,5 puntos pola definición de menor complementario
- 0,5 puntos pola definición de adxunto dun elemento

b) 2 puntos, distribuídos en:

i. 1 punto
ii. 1 punto

6) **a) 1 punto**

b) 1 punto

c) 1 punto

7) **a) 1 punto,** distribuído en:

- 0,5 puntos pola condición de continuidade
- 0,5 puntos pola condición de derivable

b) 1 punto

4) **2 puntos,** distribuídos en:

- 0,5 puntos pola representación da parábola
- 0,5 puntos pola determinación das tanxentes.
- 0,5 puntos pola formulación da área como unha integral definida.
- 0,5 puntos polo cálculo da integral definida

OPCIÓN B

1) **a) 2 puntos**, distribuídos en:

- 1 punto polo cálculo dos rangos segundo os valores de m
- 1 punto pola discusión do sistema

b) 1 punto

2) **a) 1,5 puntos,** distribuídos en

- 1 punto pola posición relativa das rectas.
- 0,5 puntos polo cálculo da distancia entre as rectas.

b) 1,5 puntos, distribuídos en

- 1 punto polo cálculo dos dous vértices
- 0,5 puntos polo cálculo da área do rectángulo

3) **a) 1 punto**, distribuído en:

- 0,5 puntos pola definición de derivada dunha función nun punto.
- 0,5 puntos pola interpretación xeométrica.

b) 1 punto, distribuído en:

- 0,5 puntos polos intervalos de crecemento e decrecemento
- 0,5 puntos pola determinación do máximo relativo.

8) **a) 1 punto**

b) 1 punto