

Boletín: ESTUDO E REPRESENTACIÓNS DE FUNCIÓNS

1.- Estuda o crecemento e decrecemento das seguintes funcións:

a) $f(x) = x^2 - 4x + 7$ b) $f(x) = x^3 + x^2 - 5x + 3$ c) $f(x) = \frac{x^2 - 5}{x - 3}$
d) $f(x) = \frac{x^2}{x - 1}$ e) $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{5}{3}x^3 + x^2 + 8x - 1$ f) $f(x) = \frac{x^2}{2x - 1}$

2.- Calcula os máximos e os mínimos das funcións do exercicio 1.

3.- Estudar os intervalos de crecemento, decrecemento e extremos relativos das funcións:

a) $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 - 1}$ b) $f(x) = x^4 - 8x^2 + 1$ c) $f(x) = (x^2 - 3x - 3)e^x$

4.- Unha empresa ten uns ingresos que seguen a función $I(t) = 2t^2 - 8t + 7$ e ten uns gastos que seguen a función $G(t) = t^2 + 2t - 4$, sendo t o tempo en anos. Estuda:

- a) o beneficio que obterá no primeiro ano
b) o ano no que terá máximo beneficio e cal será este.

5.- O número de socios dunha cooperativa agrícola segue desde a súa fundación a seguinte función:

$$f(x) = \frac{100x^2 + 400x + 400}{x^2 + 1}$$

Supoñendo que x é o tempo en anos, calcula:

- a) o número de socios fundadores
b) o número máximo de socios

6.- Unha productora de películas comprobou que o coste anual (en miles de euros) que lle supón a contratación de actores secundarios para as súas películas segue unha función do tipo:

$$f(x) = \frac{2x^2 + 60x + 800}{x}, \quad x > 0$$

onde x denota o número de actores secundarios contratados:

- a) ¿Que número de actores contratados orixina o coste anual mínimo?
b) ¿Cal é ese coste mínimo?

7.- Un agricultor estima que se vende o quilo de cebolas a x céntimos de euro, entón o seu beneficio por quilo vén dado por:

$$B(x) = 100x - x^2 - 2475$$

¿Que prezo maximiza o beneficio? ¿Cal é este?

8.- Supoñamos que o rendemento R en % dun alumno nun exame dunha hora vén dado por:

$$R(t) = 300t(1 - t)$$

onde $0 < t < 1$ é o tempo en horas. Pídese:

- a) ¿En que momentos aumenta ou diminúe o rendemento?
b) ¿En que momentos o rendemento é nulo?
c) ¿Cando se obtén o maior rendemento?

9.- Descompón o número 18 como suma de dous números positivos de xeito que o produto dun deles polo cadrado do outro sexa máximo.

10.- Un número máis o cadrado doutro suman 48. ¿Como deben elixirse ditos números para que o seu produto sexa máximo?

11.- Calcula dous números cuxa suma valga 14 e o seu produto sexa máximo.

12.- Cun aramio dun metro de lonxitude quérese construír o borde dun rectángulo de área máxima. ¿Que dimensións ten que ter o rectángulo?

13.- Un pastor dispón de 1000 metros de tela metálica para construír unha cerca rectangular aproveitando unha parede xa existente. ¿Poderías indicarlle as dimensións para que o corral sexa o máis grande posíbel?

14.- Unha folla de papel debe conter 18 cm^2 de texto impreso. Os marxes superior e inferior deben ter 2 cm cada un e os laterais 1 cm. Calcula as dimensións da folla para que o gasto de papel sexa mínimo.

15.- Quérese vallar un campo rectangular que está xunto a un camiño. Se a valla do lado do camiño custas 4'8 €/m e a dos outros 0'6 €/m, calcula a área do maior campo que pode cercarse con 1728 €.

16.- Queremos construír unha caixa de base cadrada abeta por arriba. Para a base de abaixo usaremos chapa de 0'90 €/m² e para as caras laterais chapa de 0'60 €/m². Calcula o volume máximo para que o gasto sexa de 67,50 €.

17.- Calcula os puntos de inflexión e estuda a curvatura das seguintes funcións:

a) $f(x) = x^4 - 6x^2$

b) $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 9}$

c) $f(x) = \frac{2x^2 - 10}{x + 3}$

18.- Calcula o valor dos parámetros **a** e **b** para que a función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$ teña un mínimo en $x = 2$ e un punto de inflexión en $x = -1$.

19.- Calcula o valor dos parámetros **a**, **b** e **c** para que a función $f(x) = ax^3 + bx^2 + 2x + c$ teña un mínimo en $(1, 0)$ e un punto de inflexión en $x = \frac{1}{3}$.

20.- Calcula o valor dos parámetros **a**, **b** e **c** para que a función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ teña un máximo en $(-1, 2)$ e un punto de inflexión en $x = 1$.

21.- Calcula o valor dos parámetros **a**, **b** e **c** para que a función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ teña un mínimo en $x = 1$, un punto de inflexión en $x = -\frac{2}{3}$ e pase polo $(0, 1)$.

22.- Calcula as asíntotas das seguintes funcións:

a) $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x + 2}$

b) $f(x) = \frac{4x^2 - 5}{x^2 + 2x - 3}$

c) $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 5x + 4}$

23.- Representa as seguintes funcións a cachos e indica: dominio, crecemento e decrecemento, máximos e mínimos e curvatura.

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{se } x < -1 \\ x^2 + 4x - 5 & \text{se } -1 \leq x < 2 \\ 3-x & \text{se } 2 \leq x \end{cases} \quad \text{b) } f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & \text{se } x < 1 \\ \ln x & \text{se } 1 \leq x \end{cases}$$

24.- Representa graficamente as seguintes funcións:

a) $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$

b) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$

c) $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{2x - 6}$

d) $f(x) = \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^2}$

e) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$

f) $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{2x^2 + 1}$