

Exercicios de Análise de Selectividade: Matemáticas aplicadas ás CCSS II

1.- Unha empresa calcula que o custo por producir x unidades de certo artigo nunha semana vén dado por:

$$C(x) = x^3 - 3x^2 - 80x + 500$$

Cada unidade producida véndese a un prezo de 2800 ptas. ¿Cantos artigos deben producirse por semana para que a ganancia sexa máxima? ¿Cal é a máxima ganancia posible nunha semana? **(Xuño 95)**

2.- O prezo $P(t)$ (en miles de ptas.) dun artigo en función do tempo t (en anos) que este leva no mercado vén dado pola función:

$$P(t) = \begin{cases} t^2 & \text{se } t \leq 1 \\ \frac{1}{t} & \text{se } t > 1 \end{cases}$$

- a) Estuda o crecemento e decrecemento da función $P(t)$.
- b) Explica a evolución do prezo ao longo do tempo
- c) ¿Existe algún instante no que o prezo é máximo? Xustifica a resposta
- d) ¿Cal é a taxa de variación media do prezo durante os dous primeiros anos? **(Set 95)**

3.- Estímase que se se gastan en publicidade x miles de dólares, venderáse aproximadamente

$$Q(x) = 50 - 40e^{-0.1x}$$

millóns de unidades dun certo artigo.

- a) ¿Cantas unidades se venderán se non se gasta nada en publicidade?
- b) ¿Canto debe gastarse en publicidade parca conseguir unhas vendas de 35 millóns de unidades?
- c) Representa $Q(x)$ para valores $x \geq 0$, ¿Cal é a previsión de vendas máis optimista? **(Set 95)**

4.- Un artigo estivo 8 anos no mercado. Se o seu prezo $P(t)$, en miles de ptas, estaba relacionado co tempo t , en anos, que este levaba no mercado pola función:

$$P(t) = \begin{cases} 4t^2 + 4 & \text{se } 0 \leq t \leq 2 \\ -\frac{5}{2}t + 25 & \text{se } 2 < t \leq 8 \end{cases}$$

Pídese:

- a) Estudar o crecemento e decrecemento da función $P(t)$
- b) ¿Cal foi o prezo máximo que acadou o artigo no mercado?
- c) ¿Cal foi a taxa de variación media do prezo durante os últimos 6 anos? **(Xuño 96)**

5.- Comprobase que a relación entre os beneficios B obtidos pola venda dun produto e o tempo T (en anos) que este leva no mercado é:

$$B(t) = \frac{100t}{t^2 + 400}$$

- a) Determinar os intervalos de crecemento e decrecemento da función $B(t)$
- b) ¿Que información nos dan sobre a evolución das ganancias ao longo do tempo?
- c) ¿Canto tempo debe estar o produto no mercado para que o beneficio sexa máximo? **(Set 96)**

6.- Dada a función $f(x) = 2 - \frac{8}{x+2}$, con $x \geq 0$:

- a) Calcula os intervalos de crecemento e as asíntotas
- b) Se x representa os millóns (anuais) de ptas que se invisten en publicidade para a venda dun produto e $f(x)$ os millóns (anuais) de unidades vendidas como consecuencia desa inversión, pídese:
 - i) ¿Canto se debe gastar en publicidade para conseguir vender un millón de unidades?
 - ii) ¿Cal é a previsión de vendas máis optimista? Razoa a resposta **(Set 96)**

7.- Representa a función $P(t) = \begin{cases} t^2 - 4t + 5 & \text{se } t \leq 4 \\ -t + 9 & \text{se } 4 < t \end{cases}$. Se dita función representa para $0 \leq t \leq 7$ o

prezo (en miles de ptas) dun produto, despois de estar t anos no mercado, ¿cal foi o prezo máximo acadado polo produto?, ¿en que períodos o prezo superou as 2000 ptas? **(Xuño 97)**

8.- O número y de miles de socios dun clube de fútbol ao longo dos últimos 12 anos vén dado pola función:

$$y = f(t) = \begin{cases} t^2 - 4t + 5 & \text{se } 0 \leq t \leq 5 \\ 10 & \text{se } 5 < t \leq 7 \\ -t + 17 & \text{se } 7 \leq t \leq 12 \end{cases}$$

- a) ¿En que intervalos do tempo medrou ou diminuíu o número de socios?
- b) ¿Durante canto tempo se superaron os 5000 asociados?

(Set 97)

9.- Dada a función $f(x) = x^2 - \frac{2}{3}x^3$ calcular: puntos de corte cos eixes, intervalos de crecemento e decrecemento, intervalos de curvatura e asíntotas. Representa gráficamente $f(x)$.

(Xuño 98)

10.- No seu modelo para os custos de almacenaxe e transporte de materiais para un proceso de manufactura, Lancaster (1976) obtivo a seguinte función de custe:

$$C(x) = 100(100 + 9x + \frac{144}{x})$$

onde $C(x)$ é o custo total (en dólares) de almacenaxe e transporte (durante 3 meses) de x toneladas de materiais.

- a) ¿Que cantidade de materiais fan que o custo sexa mínimo?
- b) ¿Cales son as asíntotas desta función?
- c) Representaa para valores $x \geq 0$

(Xuño 98)

11.- Dada a función $f(x) = \frac{x}{x-4}$, determina:

- a) Cortes cos eixes, intervalos de crecemento e asíntotas
- b) ¿Existe algún máximo? ¿Existe algún mínimo?
- c) Representa a súa gráfica

(Xuño 99)

12.- Un granxeiro dispón de 3000 € para pechar un cacho rectangular de terreo pegado a un río usando como un lado da área pechada, é dicir, construírá tres balados. O custo do balado paralelo ao río é de 5 € por metro instalado, e o do balado para cada un dos lados restantes é de 3 € metro. Calcúles as dimensión da área máxima que se pode pechar.

(Xuño 99)

13.- Dada a función $f(x) = \frac{1}{x^2 - 2x + 2}$, determina:

- a) Intervalos de crecemento e asíntotas
- b) ¿Existe algún máximo? Xustifíquese a resposta
- c) ¿Para que valores de x se verifica que $f(x) \geq \frac{1}{2}$?

(Set 99)

14.- Quérese construír unha pista de adestramento que consta dun rectángulo e de dous semicírculos adosados a dous lados opostos do rectángulo. Se se desexa que o perímetro da pista sexa de 200 metros, calcula as dimensións que fan máxima a área da rexión rectangular.

(Set 99)

15.- A) Dada a función $f(t) = \frac{t^2}{t^2 + 1}$ estudar: cortes cos eixes, asíntotas e intervalos de crecemento

B) Se $y = f(t)$, $t \geq 0$ dá a relación entre os beneficios (en millóns de ptas), obtidos pola venda dun produto e o tempo t (en anos) que este leva no mercado, ¿durante canto tempo non se superou o medio millón de ptas de beneficios?

(Xuño 00)

16.- Supóñase que durante os últimos 4 anos as vendas en miles de unidades dos produtos A e B veñen dadas por

$$A(t) = t^2 - 4t + 6 \quad B(t) = -t^2 + 4t$$

- a) ¿En que períodos se vendeu máis cantidade do produto A que do B?
- b) Período de tempo no que as vendas de B superaron as 3000 unidades

(Xuño 00)

17.- Dada a función $f(x) = 1 + \frac{4}{x-4}$, determina:

- a) Cortes cos eixos, intervalos de crecemento e asíntotas
- b) ¿Existe algún máximo? ¿Existe algún mínimo?
- c) Representa a gráfica

(Set 00)

18.- A temperatura (en graos centígrados) dun trozo de metal mergullado nunha solución durante 9 horas vén dada por:

$$T(t) = 10 + \frac{20}{1+t} - 5t, \quad 0 \leq t \leq 9$$

Pídese:

- a) Temperatura inicial do metal
- b) A temperatura, ¿aumenta ou diminúe co paso do tempo?. Xustifica a resposta
- c) ¿Durante canto tempo a temperatura do metal supera os cero graos?

(Xuño 01)

19.- Dada a función $f(x) = -x^2 + bx + c$, calcula os valores de **b** e **c** se dita función pasa polo punto (1 , 4) e nese punto a ecuación da recta tanxente é $y = 4$.

(Xuño 01)

20.- Dada a función $f(x) = \frac{x}{x-2}$, determinar:

- a) Puntos de corte cos eixes, intervalos de crecemento e asíntotas
- b) Representa a súa gráfica baseándote nos datos do apartado a)
- c) ¿Existe algún punto da gráfica no que a recta tanxente teña pendente positiva?

(Set 01)

21.- Un rectángulo, de perímetro 60, xira en torna a un dos seus lados. Áchense cales deben de ser as súas dimensións para que o cilindro xerado teña o máximo volume posible.

(Set 01)

22.- Dada a parábola $f(x) = x^2 + bx + c$, calcula os valores de **b** e **c** sabendo que a función pasa polo punto (0 , 2) e ten un mínimo en $x = 1$.

(Xuño 02)

23.- Unha empresa fabrica diariamente **x** toneladas do produto químico A ($0 < x < 4$) e **y** toneladas do produto química B: a relación entre **x** e **y** vén dada por:

$$y = \frac{24 - 6x}{5 - x}$$

Os beneficios obtidos con A son de 2000 € por tonelada e con B son de 3000 € por tonelada. ¿Cantas toneladas de A deben producirse diariamente para maximizar os beneficios?

(Xuño 02)

24.- Dada a función $f(x) = \begin{cases} -x+1 & \text{se } x \leq 1 \\ -x^2+4x-3 & \text{se } 1 < x \leq 3 \\ \frac{x-3}{x} & \text{se } x > 3 \end{cases}$, represéntaa graficamente estudando puntos de

corte, crecemento e decrecemento, concavidade e asíntotas.

(Xuño 03)

25.- Determina a función $f(x)$ se se sabe que pasa polo punto (0 , 1) e que a súa derivada é $f'(x) = x^3 + 2x$. Determina o punto da gráfica no que a recta tanxente ten pendente nula. ¿Que máis se pode afirmar dese punto? Xustifica a resposta.

(Xuño 03)

26.- A produción, **y**, en kg, dunha certa colleita agrícola, depende da cantidade de nitróxeno, **x**, co que abonamos a terra (nas unidades axeitadas), segundo a función

$$y = \frac{1000x}{1+x^2}, \quad \text{sendo } x \geq 0$$

- a) Estuda o crecemento da función. Calcula a produción máxima
- b) Se é rentable que a produción estea entre 400 kg e 500 kg (ambos incluídos), ¿que cantidades de nitróxeno precisaríamos?

(Set 03)

27.- Os beneficios (en millóns de euros por ano) estimados para unha empresa axústanse á seguinte función:

$$B(x) = \frac{5x}{x^2 + 4}, \quad x \geq 0$$

onde **B** representa os beneficios da empresa e **x** os anos transcorridos desde o momento da súa constitución:

- Determinar os intervalos de crecemento de $B(x)$ ¿Que información nos dan sobre a evolución dos beneficios ao longo do tempo?
- ¿Ao cabo de canto tempo obtén a empresa o máximo beneficio? ¿Cal é este? **(Xuño 04)**

28.- Mércase un equipo industrial en 1990 ($x=0$) e sábese que xera uns ingresos de $R(x) = 6125 - \frac{125}{4}x^2$

(miles de euros anuais) **x** anos despois de mercalo. Ao mesmo tempo, los custes de funcionamento e mantemento son $C(x) = 2000 + 10x^2$ miles de euros anuais.

- Representa as gráficas de $R(x)$ e $C(x)$
- ¿Durante cantos anos foi rentable o equipo?
- ¿En que ano o beneficio foi máximo e canto ascendeu o mesmo? **(Xuño 04)**

29.- A función de custo total de produción de **x** unidades dun determinado produto é $C(x) = \frac{x^3}{100} + 8x + 20$

- Defínese a función de custo medio por unidade como $Q(x) = \frac{C(x)}{x}$, ¿cantas unidades " x_0 " é necesario producir para que sexa mínimo o custo medio por unidade?
- ¿Que relación existe entre $Q(x_0)$ e $C'(x_0)$? **(Set 04)**

30.- Unha enfermidade propágase de tal xeito que, despois de **t** semanas afectou a **N(t)** centos de persoas, onde:

$$N(t) = \begin{cases} 5 - t^2(t-6) & \text{se } 0 \leq t \leq 6 \\ -\frac{5}{4}(t-10) & \text{se } 6 < t \leq 10 \end{cases}$$

- Estuda o crecemento e decrecemento de $N(t)$. Calcula o máximo de persoas afectadas e a semana na que se presenta ese máximo. Calcula tamén a semana na que se presenta o punto de inlexión no número de persoas afectadas.
- ¿A partir de que semana a enfermidade afecta a 250 persoas como máximo? **(Set 04)**

31.- O número de vehículos que pasaron certo día pola peaxe dunha autoestrada vén representado pola función:

$$N(t) = \begin{cases} \left(\frac{t-3}{3}\right)^2 + 2 & \text{se } 0 \leq t \leq 9 \\ 10 - \left(\frac{t-15}{3}\right)^2 & \text{se } 9 < t \leq 24 \end{cases}$$

onde **N** indica o número de vehículos e **t** representa o tempo transcorrido (en horas) dende as 0:00 horas.

- ¿Entre que horas aumentou o número de vehículos que pasaban pola peaxe? ¿Entre que horas diminuíu?
- ¿A que hora pasou o maior número de vehículos? ¿Cantos foron? **(Xuño 05)**

32.- Quérese fabricar unha caixa de madeira sen tapa cunha capacidade de 2 m^3 . Por razóns de porte no transporte da mesma, a lonxitude da caixa ten que ser o dobre cá anchura. Ademais, a madeira para construír a base da caixa custa 12 euros por metro cadrado, mentres que a madeira para construír as caras laterais custa 8 euros por metro cadrado. Acha as dimensións da caixa para que o custo sexa mínimo. Calcular dito custe mínimo. **(Xuño 05)**

33.- Quérese cercar un campo rectangular que linda cun camiño por un dos seus lados. Se a cerca do lado do camiño custa 6 €/m e a dos outros lados 2 €/m, achar as dimensións do campo de área máxima que pode cercarse con 2560 €. **(Set 05)**

34.- A función $f(t)$, $0 \leq t \leq 10$, na que o tempo t está expresado en anos, representa os beneficios dunha empresa (en centos de miles de euros) entre os anos 1990 ($t=0$) e 2000 ($t=10$)

$$f(t) = \begin{cases} t + 1 & \text{se } 0 \leq t < 2 \\ t^2 - 8t + 15 & \text{se } 2 \leq t < 6 \\ \frac{3}{4}(-t + 10) & \text{se } 6 \leq t \leq 10 \end{cases}$$

- a) Representar graficamente $f(t)$, estudando: puntos de corte e intervalos de crecemento
- b) ¿En que anos acadou a empresa o máximo beneficio? ¿Cal foi este beneficio?
- c) ¿Durante canto tempo houbo perdas?

(Set 05)