IES Porta da Auga

Boletín 2 – Solucións

(Do 13 ao 26 de febreiro de 2009)

PROBLEMA 1: O EQUIPO CICLISTA

Cóntanme que aconteceu nun día festivo
un grupo de ciclistas saíu adestrar con aire altivo.
Pasando ao mediodía por un afamado mesón
decidiron parar e pegarse un atracón.
“Pon todo nunha conta -dixéronlle ao taberneiro-,
que a partes iguais pagaremos o carneiro”.
Á mesa levoulles a conta nun momento,
sumou oitenta euros e quedou tan contento.
Mais cando todos a pagar se prestaban,
viron que dous deles ás agachadas marchaban.
Ocorreu, logo, que naquel día funesto,
dous euros de máis abonou cada home honesto.
De seguro os galopíns levaron o seu merecido,
pero ¿cantos eran todos antes de teren partido?.

SOLUCIÓN

Trátase de descompoñer 80 como produto de dous números enteiros positivos (número inicial de ciclistas e prezo que pagaría cada un inicialmente), de forma que ademais o produto do primeiro factor menos dúas unidades polo segundo factor máis dúas unidades tamén sexa igual a 80.

Entón hai unha única posibilidade: $80 = 10 \cdot 8$. Así o número inicial de ciclistas era 10.

COMPETENCIA MATEMÁTICA	1	**2**	3	4	5	6	**7**

PROBLEMA 2: OUTRA CARREIRA, ESTA VEZ DE BURROS

Nas feiras e festas dunha vila organizaron unha competición de burros velocistas. Para a eliminatoria final só quedaron dous burros que, casualmente, eran amigos e reacios a separarse, así que inevitablemente empataron. Non obstante, os árbitros, situados cada 250 *m* nunha pista de 1 *km*, anotaron os resultados seguintes: os primeiros tres cuartos de *km* corréronos en seis minutos e tres cuartos, o primeiro medio *km* levou o mesmo tempo cá segunda metade, e o terceiro cuarto da pista levoulles exactamente o mesmo tempo có ultimo cuarto.

Poderías calcular, a partires destes datos, canto tempo tardaron os burros en percorrer o *km* de pista?.

SOLUCIÓN

O *km* percorreuse en 9 minutos.

Non se pode determinar o tempo que se tardou en percorrer o primeiro cuarto e o segundo cuarto, pero en conxunto levoulles $4,5$ minutos. Os dous últimos cuartos percorréronse en dous minutos e cuarto cada un.

COMPETENCIA MATEMÁTICA	**1**	**2**	3	**4**	5	6	7

PROBLEMA 3: πZZERÍA

Doménico Cocinetti, célebre cociñeiro italiano, decidiu abrir unha pizzería nunha coñecida vila mariñá. Avaliou o custo dunha pizza de 20 *cm* de diámetro e decidiu poñela á venda en 5 €, sabendo que nese prezo obtiña beneficios. O prezo das pizzas de maior tamaño estableceuno en función desta, segundo unha sinxela regra de proporcionalidade ao diámetro da pizza:

Pizza	**Diámetro**	**Prezo**
Pequena	20 *cm*	5 €
Mediana	30 *cm*	10 €
Grande	40 *cm*	15 €
Super	50 *cm*	20 €

a) Aos poucos días Doménico decatouse de que os beneficios non eran os esperados. Incapaz de encontrar a causa, pediu axuda a un matemático. Cal foi o erro de Doménico á hora de establecer os prezos?. Como se pode arranxar ese erro?.

b) Doménico, alertado do erro cometido, cambiou os prezos da carta e decidiu regalar refrescos para compensar o incremento. A nova carta quedou así:

Pizza	**Diámetro**	**Prezo**	**Regalo**
Pequena	20 *cm*	5 €	————
Mediana	30 *cm*	15 €	2 refrescos
Grande	40 *cm*	25 €	4 refrescos
Super	50 *cm*	35 €	6 refrescos

Tendo en conta que un refresco vale $1,25$ €, son axeitados os novos prezos?. Xustifica a resposta.

c) Iria quere celebrar o seu cumpreanos e invita a 16 amigas e amigos. Se para cada un dos invitados necesita o equivalente a unha pizza pequena e un refresco, como debe pedir para gastar o mínimo e que non sobre nada?. (Utiliza a táboa anterior do apartado *b*)).

SOLUCIÓN

a) O prezo debe ser proporcional á superficie da pizza (tamaño) non ao seu diámetro. Polo tanto:

Pizza	Diámetro	Superficie	Prezo que debería ter
Pequena	$20\ cm$	$314,16\ cm^2$	**5 €**
Mediana	$30\ cm$	$706,85\ cm^2$	$11,25$ €
Grande	$40\ cm$	$1256,64\ cm^2$	20 €
Super	$50\ cm$	$1963,50\ cm^2$	$31,25$ €

b)

Pizza	Diámetro	Superficie	Prezo que debería ter	Regalo	TOTAL
Pequena	$20\ cm$	$314,16\ cm^2$	**5 €**	————	**5**
Mediana	$30\ cm$	$706,85\ cm^2$	$11,25$ €	2 refr. = $2,5$ €	$13,75$ €
Grande	$40\ cm$	$1256,64\ cm^2$	20 €	4 refr. = 5 €	25 €
Super	$50\ cm$	$1963,50\ cm^2$	$31,25$ €	6 refr. = $7,5$ €	$38,75$ €

A cantidade que aparece na columna TOTAL reflexa o prezo axustado da pizza máis os refrescos regalados. Comparando esta cantidade cos prezos que Doménico estableceu para as pizzas conclúese que:

1.- A pizza mediana sae cara xa que se pagan 15 € sendo o seu valor real $13,75$ €.

2.- O prezo da pizza grande está ben axustado.

3.- A pizza super sae barata xa que pagamos 35 € sendo o seu valor real $38,75$ €.

c) Vexamos primeiro cantas persoas poden comer con cada pizza, supoñendo que coa pequena come unha:

Pizza	Diámetro	Superficie	Persoas que comen
Pequena	$20\ cm$	$314,16\ cm^2$	**1**
Mediana	$30\ cm$	$706,85\ cm^2$	$2,25$
Grande	$40\ cm$	$1256,64\ cm^2$	4
Super	$50\ cm$	$1963,50\ cm^2$	$6,25$

Hai que ter en conta que deben comer 17 persoas e que non pode sobrar nada. A continuación refléxanse as diferentes formas que ten de pedir:

Pequena	Mediana	Grande	Super	Refrescos regalados	Refrescos comprados	Custo
17	0	0	0	0	17	17x5+17x1,25=106,25
13	0	1	0	4	13	13x5+1x25+13x1,25=106,25
9	0	2	0	8	9	9x5+2x25+9x1,25=106,25
8	4	0	0	8	9	8x5+4x15+9x1,25=111,25
5	0	3	0	12	5	5x5+3x25+5x1,25=106,25
4	3	0	1	12	5	4x5+3x15+1x35+5x1,25=106,25
1	0	4	0	16	1	1x5+4x25+1x1,25=106,25
0	2	0	2	16	1	**2x15+2x35+1x1,25=101,25**
0	4	2	0	16	1	4x15+2x25+1x1,25=111,25

Como se ve, e xa cabía esperar, afórranse cartos pedindo pizzas super, por ser a máis barata, segundo o apartado anterior. Pedindo 3 sobra comida, polo que hai que pedir 2 coas que comen $12,5$ persoas. As restantes $4,5$ comeran con dúas pizzas medianas e non sobrará nada. O total pagado, incluído un refresco que non se regala, será de $101,25$ €.

COMPETENCIA MATEMÁTICA	1	**2**	**3**	4	**5**	6	7

PROBLEMA 4: PIRÁMIDE DE POBOACIÓN

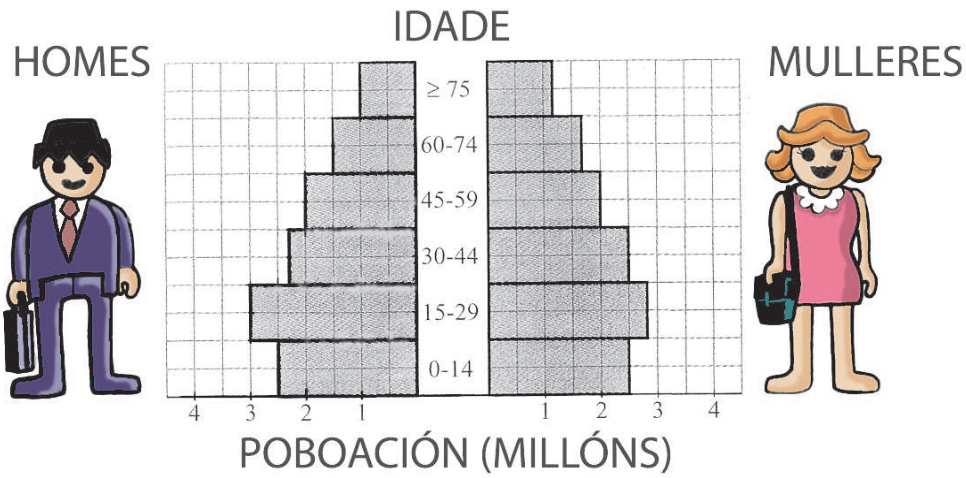
A gráfica reflicte a distribución, por idades e sexo, da poboación de certo país en vías de desenvolvemento.

a) Calcula, en millóns, a poboación de homes, a de mulleres e a total.

b) Cal é a porcentaxe de homes? E a de mulleres?

c) Que tanto por cento da poboación ten menos de 30 anos?

d) Que porcentaxe das mulleres ten máis de 60 anos?



SOLUCIÓN

a) Os valores que se aprecian na gráfica son:

	$0-14$	$15-29$	$30-44$	$45-59$	$60-74$	≥ 75	Total
Homes	$2,5$	3	$2,3$	2	$1,5$	1	$12,3$
Mulleres	$2,5$	$2,8$	$2,5$	2	$1,7$	$1,2$	$12,7$
Total	5	$5,8$	$4,8$	4	$3,2$	$2,2$	25

Hai $12,3$ millóns de homes, $12,7$ de mulleres e 25 en total.

b) Hai 25 millóns de persoas.

Homes: $\dfrac{12,3\cdot 100}{25} = 49,2$ Mulleres: $\dfrac{12,7\cdot 100}{25} = 50,8$

O $49,2\,\%$ son homes e o $50,8\,\%$ mulleres.

c) Hai $5+5,8 = 10,8$ millóns de persoas menores de 30 anos.

$\dfrac{10,8\cdot 100}{25} = 43,2$ O $43,2\,\%$ da poboación ten menos de 30 anos.

d) Hai $12,7$ millóns de mulleres. Delas, $1,7+1,2 = 2,9$ millóns teñen máis de 60 anos.

$\dfrac{12,7}{2,9} = \dfrac{100}{x} \quad \rightarrow \quad x = \dfrac{100\cdot 2,9}{12,7} = 22,83$ O $22,83\,\%$ das mulleres teñen máis de 60 anos.

COMPETENCIA MATEMÁTICA	1	2	3	**4**	5	**6**	7

COMPETENCIA MATEMÁTICA

Seguindo os textos lexislativos vixentes así como outros estudos como a iniciativa PISA, determinamos a competencia matemática a partir dos seguintes grupos (interrelacionados) de capacidades e destrezas:

1. **Pensar e razoar.**
   - Formular preguntas e razoamentos lóxicos.
   - Coñecer as respostas ofrecidas polas matemáticas.
   - Diferenciar entre diferentes tipos de enunciados: definicións, proposicións, conxecturas,...
   - Entender e utilizar os conceptos matemáticos.
   - Analizar criticamente diversas situacións e/ou resultados.
   - Saber integrar coñecementos adquiridos.
   - Xeralizar e particularizar resultados.
2. **Argumentar.**
   - Crear e expresar argumentos, hipóteses e conxeturas.
   - Establecer un plan de traballo, revisalo e adaptalo.
   - Saber probar e comprobar resultados e afirmacións matemáticas.
   - Seguir e valorar cadeas de argumentos matemáticos de diferentes tipos.
   - Decatarse do rango de posibilidades nun razonamento.
3. **Comunicar.**
   - Expresar contidos matemáticos, de forma oral e escrita, con claridade e precisión.
   - Entender enunciados en forma oral e escrita.
   - Ler comprensivamente textos matemáticos.
   - Buscar e obter información por medios audiovisuais e as TIC.
4. **Modelar.**
   - Estruturar a situación en estudo.
   - Traducir a realidade á estrutura matemática.
   - Interpretar modelos matemáticos en termos da realidade.
   - Controlar, dirixir e traballar con modelizacións matemáticas.
   - Reflexionar sobre a validez dun modelo e dos seus resultados.
   - Comunicar e explicar un modelo, atendendo ás súas posibilidades e limitacións.
5. **Resolver problemas.**
   - Formular e definir unha variedade de problemas de tipo matemático.
   - Resolver problemas matemáticos mediante diversas vías.
6. **Representar.**
   - Decodificar, interpretar e distinguir diferentes tipos de representacións matemáticas.
   - Relacionar situacións reais cos seus correspondentes modelos.
   - Escoller a mellor das posibles representacións atendendo á situación e o propósito.
7. **Utilizar a linguaxe formal e simbólica.**
   - Entender as relacións da linguaxe formal das matemáticas coa linguaxe natural.
   - Traducir entre os dous tipos de linguaxes, tanto formal como natural.
   - Escoller a linguaxe axeitada a cada situación.
   - Manexar enunciados e expresións que conteñan símbolos e fórmulas.
   - Realizar satisfactoriamente operacións e algoritmos con diferentes tipos de números.
   - Entender a utilidade e interpretación de cada operación.
   - Utilizar variables, resolver ecuacións e comprender os cálculos e os resultados.