IES Porta da Auga

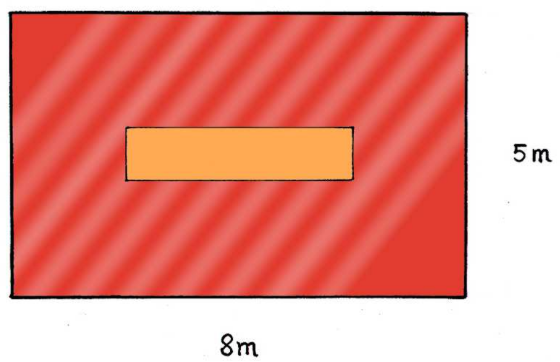
Boletín 4 – Solucións

(Do 13 ao 26 de marzo de 2009)

PROBLEMA 1: RECICLAXE

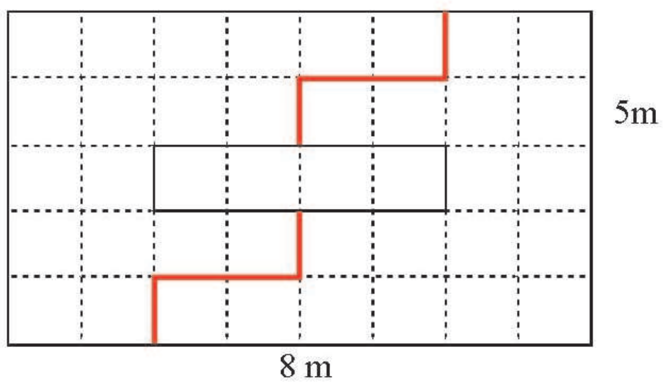
A Uxía reglaáronlle polo cumpreanos un cadeliño. Como é moi novo non controla ben as súas necesidades polo que a alfombra do salón sufriu un grave percance, quedando manchada na parte central. Como a alfombra tiña gran valor para a familia tiveron que pensar en solventar este problema. Á nai ocorréuselle recortar un cacho rectangular de 4 *m* por 1 *m*, que incluía a parte manchada, e aproveitar o resto para facer outra alfombra cadrada.

Como se apañará para cortala en dous cachos que ao unilos formen un cadrado desperdiciando só o anaco manchado?



SOLUCIÓN

Para entender mellor a solución, o que facemos é dividir a alfombra en cadrículas de 1 metro. O corte que resolve o problema sería o marcado pola liña vermella. Unha vez recortada encaixaría perfectamente tapando o burato do medio e creando unha nova alfombra cadrada de 6 metros de lado.



COMPETENCIA MATEMÁTICA	**1**	**2**	3	**4**	5	**6**	7

PROBLEMA 2: ENTRE ESPÍAS

Pablo traballa de espía internacional e quere mandarlle un paquete "top secret" importantísimo a súa compañeira Irene. Só pode enviarllo por correo e para que ninguén llo abra átao cunha cadea, da cal só el ten a chave e non lla quere enviar a Irene por medo a que lla rouben ou copien. Irene, á súa vez, tamén ten varias cadeas coa súa chave, pero ningunha das chaves abre o cadeado de Pablo. Tampouco a chave de Pablo abre ningún dos cadeados de Irene.

Así as cousas, idea un plan que poidan seguir para enviarse o paquete de forma segura, utilizando o correo e as chaves e cadeados.

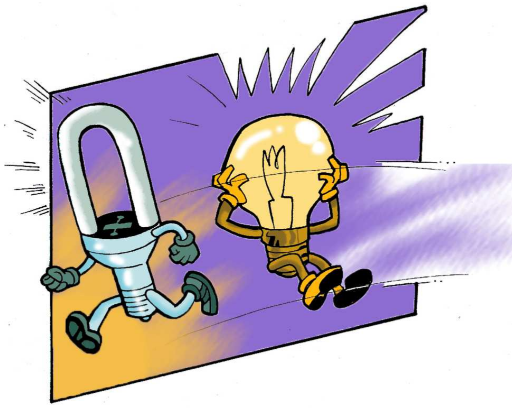
SOLUCIÓN

- Pablo envía a Irene o paquete coa súa cadea.
- Irene recibe o paquete de Pablo e, como non o pode abrir, devólvello atado de novo coa súa cadea e o seu cadeado.
- Pablo recibe o paquete e quita a súa cadea. O paquete non se pode abrir aínda porque ten a cadea de Irene.
- Reenvíallo outra vez a Irene e ésta pode abrilo porque só o protexe a súa cadea e cadeado.

COMPETENCIA MATEMÁTICA	**1**	**2**	**3**	**4**	5	6	7

PROBLEMA 3: AFORRO ENERXÉTICO

Unha iniciativa que o ministerio de industria español está a poñer en marcha neste ano consiste en regalar unha bombilla de baixo consumo a cada un dos 20 millóns de fogares españois.



Unha bombilla tradicional de 100 w (vatios), que custa $0,6$ €, proporciona a mesma luz que unha de baixo consumo de 20 w, que custa 6 €. Ademais ten unha duración estimada de 8000 horas, fronte ás 1000 dunha tradicional.

Supoñendo que está acendida 4 horas ao día, tódolos días do ano:

a) Cantos *kwh* (kilovatio-hora) se aforran nun ano por cada bombilla de baixo consumo que instalemos en vez dunha tradicional? Que aforro enerxético se pode conseguir cos 20 millóns que vai regalar o goberno?

b) Sendo $0,112$ € o prezo do *kwh*, canto se aforra ao ano cunha soa bombilla de baixo consumo?

c) Supoñendo que para producir 1 *kwh* se necesita emitir á atmosfera $0,4$ *kg* de CO_2, cantas toneladas de CO_2 se poden deixar de emitir nun só ano cos 20 millóns de bombillas?

d) Compara os custos dos dous tipos de bombilla para as 8000 h de duración que ten a de baixo consumo.

(Aclaración: O kwh (kilovatio-hora) é a unidade de medida da enerxía consumida, equivale a 1000 *wh (vatios-hora). Por exemplo: unha bombilla de* 100 *w consome en cada hora de funcionamento* 100 *wh, polo tanto tarda* 10 *horas en consumir* 1 *kwh)*

SOLUCIÓN

a) Consumo dunha bombilla tradicional de 100 w acendida 4 horas ao día durante todo un ano:

$$100 \times 4 \times 365 = 146\,000\ wh = 146\ kwh$$

No caso dunha bombilla de baixo consumo de 20 w:

$$20 \times 4 \times 365 = 29\,200\ wh = 29,2\ kwh$$

Polo tanto o aforro será de $146 - 29,2 = 116,8$ *kwh*. E multiplicando por 20 millóns obtense o aforro coas bombillas que vai regalar o goberno.

b) O aforro en diñeiro será $116,8 \times 0,112$ € $= 13,08$ €

c) Por cada bombilla que substituamos deixarán de emitirse ao ano:

$$0,4 \times 116,8 = 46,72\ kg \text{ de } CO_2$$

Con 20 millóns de bombillas:

$$46,72\ kg \times 20\,000\,000 \text{ bombillas} = 934\,400\,000\ kg = 934\,400 \text{ toneladas de } CO_2$$

d) Con bombillas tradicionais de 100 w:

- Consumo enerxético $100\ w \times 8\,000\ h = 800\,000\ wh = 800\ kwh$
- Custo $800\ kwh \times 0,112$ €$= 89,6$ €
- Como teríamos que comprar 8 bombillas para estar acendida 8 000 horas, teríamos un custo total de:

$$89,6 \text{ €} + 8 \times 0,6 \text{ €} = 94,4 \text{ €}$$

No caso da bombilla de baixo consumo de 20 w:

- Consumo enerxético $20\ w \times 8\,000\ h = 160\,000\ wh = 160\ kwh$
- Custo $160\ kwh \times 0,112$ € $= 17,92$ €
- Como teríamos que comprar 1 bombilla para estar acendida 8 000 horas, teríamos un custo total de:

$$17,92 \text{ €} + 6 \text{ €} = 23,92 \text{ €}$$

COMPETENCIA MATEMÁTICA	**1**	**2**	3	**4**	**5**	6	7

PROBLEMA 4: DUNHA FOLLA A UN CILINDRO

As dimensións dun papel DIN A4 son de 21 *cm* de ancho por $29,7$ *cm* de largo. Este papel podemos enrolalo ao ancho ou ao largo formando un cilindro, sen tapas, de 21 ou $29,7$ *cm* de alto, respectivamente. Está claro que en ámbolos dous casos gastamos a mesma cantidade de papel: unha folla. Compara o volume destes dous cilindros.

Supoñendo que se permite dar un único corte a este papel e, se se desexa, pegar doutro xeito os cachos resultantes, poderase conseguir un cilindro ou cilindros que sumen maior volume que calquera dos anteriores?. *(Ten en conta que so se utiliza unha única folla de papel)*

SOLUCIÓN

No caso de facer un cilindro de altura 21 *cm*:

A lonxitude da circunferencia da base sería $29,7\ cm$ e o radio $\dfrac{29,7}{2\pi} = 4,73\ cm$

Polo tanto o volume sería $= \pi \cdot (4,73)^2 \cdot 21 = 1474,08\ cm^3$

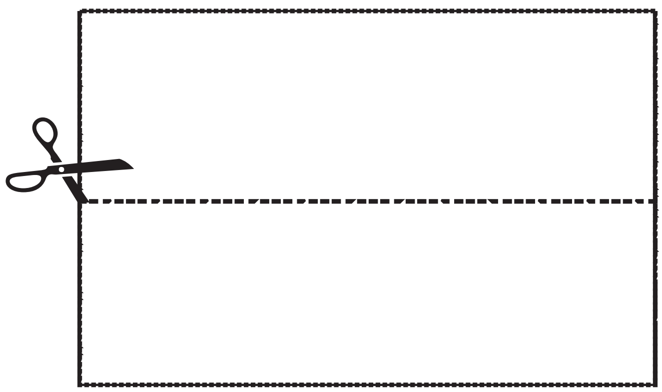
No caso de facer un cilindro de altura $29,7$ *cm*:

A lonxitude da circunferencia da base sería $21\ cm$ e o radio $\dfrac{21}{2\pi} = 3,34\ cm$

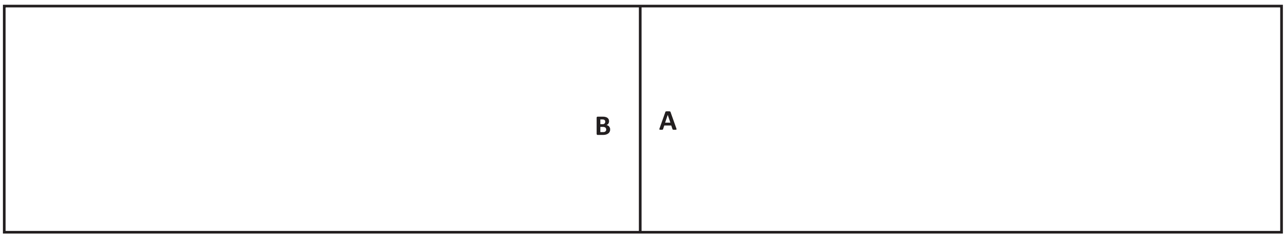
Polo tanto o volume sería $= \pi \cdot (3,34)^2 \cdot 29,7 = 1040,88\ cm^3$

Canto maior sexa o radio da base maior será o volume xa que na fórmula do cálculo está elevado ao cadrado.

Podemos entonces dar un corte lonxitudinal ao papel como se indica na figura:



A continuación pegamos do seguinte xeito:



Enrolando esta tira de papel conseguimos un cilindro de altura $\frac{21}{2} = 10,5\ cm$ e radio da base $\frac{29,7 \times 2}{2\pi} = 9,45\ cm$

O volume deste cilindro será: $\pi \cdot (9,45)^2 \cdot 10,5 = 2945,8\ cm^3$

COMPETENCIA MATEMÁTICA	1	2	**3**	**4**	5	6	**7**

COMPETENCIA MATEMÁTICA

Seguindo os textos lexislativos vixentes así como outros estudos como a iniciativa PISA, determinamos a competencia matemática a partir dos seguintes grupos (interrelacionados) de capacidades e destrezas:

1. **Pensar e razoar.**
   - Formular preguntas e razoamentos lóxicos.
   - Coñecer as respostas ofrecidas polas matemáticas.
   - Diferenciar entre diferentes tipos de enunciados: definicións, proposicións, conxecturas,...
   - Entender e utilizar os conceptos matemáticos.
   - Analizar criticamente diversas situacións e/ou resultados.
   - Saber integrar coñecementos adquiridos.
   - Xeralizar e particularizar resultados.
2. **Argumentar.**
   - Crear e expresar argumentos, hipóteses e conxeturas.
   - Establecer un plan de traballo, revisalo e adaptalo.
   - Saber probar e comprobar resultados e afirmacións matemáticas.
   - Seguir e valorar cadeas de argumentos matemáticos de diferentes tipos.
   - Decatarse do rango de posibilidades nun razonamento.
3. **Comunicar.**
   - Expresar contidos matemáticos, de forma oral e escrita, con claridade e precisión.
   - Entender enunciados en forma oral e escrita.
   - Ler comprensivamente textos matemáticos.
   - Buscar e obter información por medios audiovisuais e as TIC.
4. **Modelar.**
   - Estruturar a situación en estudo.
   - Traducir a realidade á estrutura matemática.
   - Interpretar modelos matemáticos en termos da realidade.
   - Controlar, dirixir e traballar con modelizacións matemáticas.
   - Reflexionar sobre a validez dun modelo e dos seus resultados.
   - Comunicar e explicar un modelo, atendendo ás súas posibilidades e limitacións.
5. **Resolver problemas.**
   - Formular e definir unha variedade de problemas de tipo matemático.
   - Resolver problemas matemáticos mediante diversas vías.
6. **Representar.**
   - Decodificar, interpretar e distinguir diferentes tipos de representacións matemáticas.
   - Relacionar situacións reais cos seus correspondentes modelos.
   - Escoller a mellor das posibles representacións atendendo á situación e o propósito.
7. **Utilizar a linguaxe formal e simbólica.**
   - Entender as relacións da linguaxe formal das matemáticas coa linguaxe natural.
   - Traducir entre os dous tipos de linguaxes, tanto formal como natural.
   - Escoller a linguaxe axeitada a cada situación.
   - Manexar enunciados e expresións que conteñan símbolos e fórmulas.
   - Realizar satisfactoriamente operacións e algoritmos con diferentes tipos de números.
   - Entender a utilidade e interpretación de cada operación.
   - Utilizar variables, resolver ecuacións e comprender os cálculos e os resultados.