ESTUDIO DE FUNCIÓNS

1. Representa gráficamente as seguintes funcións:
   a) $f(x)=x^3-3x+2$
   b) $f(x)=4x^2-x^4$
   c) $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x^2-1}$
   d) $f(x)=\dfrac{2x^2}{x-2}$
   e) $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x}$
   f) $f(x)=\dfrac{4x}{x^2+1}$
   g) $f(x)=\dfrac{x^3}{2x^2-8}$
   h) $f(x)=\dfrac{x^2-4}{2x-2}$
   i) $f(x)=\dfrac{1-x}{x^2}$
   j) $f(x)=\dfrac{x^2-x-2}{x+2}$
   k) $f(x)=\dfrac{x}{x^2-4}$
   l) $f(x)=\dfrac{x^3}{(x-2)^3}$
   m) $f(x)=\dfrac{x+3}{x}$
2. O saldo en millóns de euros, dunha empresa en función do tempo vén dado pola función:

$$f(x)=\begin{cases} 4-0'2t & se \quad 0\le t<4 \\ 3'2+0'04(t-4) & se \quad 4\le t<8 \\ 3'36+0'1(t-8)^2 & se \quad 8\le t\le 12 \end{cases}$$

   Deduce razoadamente o valor de t no que o capital foi máximo.
3. Estudiose o rendemento dos empregados dunha oficina a medida que transcorre a xornada laboral. A función que expresa dito rendemento é $R(t)= 30t - 10'5t^2 + t^3$ sendo t o número de horas transcorridas desde o inicio da xornada laboral.
   a) Determina cando se produce o máximo rendemento e cándo se produce o mínimo rendemento.
   b) Calcula a tasa de variación media do rendemento entre t=2 e t=4.
4. Despois de t horas de estudio , o rendemento de certo estudiante (en escala de 0 a 100) ven dado pola función $r(t)=\dfrac{380t}{t^2+4}$
   a) Calcula o rendemento ás 4 horas de estudio.
   b) Determina cando o rendemento vai en aumento e cando disminúe nas primeiras 7 horas de estudio.
   c) Encontra o momento de máximo rendemento do estudiante así como o valor dese rendemento.
5. A temperatura (en ºC) dun trozo de metal sumerxido nunha solución durante 9 horas ven dada por $T(t)=10+\dfrac{20}{1+t}-5t \quad , \quad 0\le t\le 9$. Pídese:
   a) Temperatura inicial do metal.
   b) A temperatura, aumenta ou disminúe co paso do tempo? Xustifica a resposta.
   c) ¿Durante canto tempo a temperatura do metal supera os cero graos?
   d) Debuxa a gráfica.
6. As pérdidas ou ganancias dunha empresa , expresadas en centos de miles de euros, cando transcurriron t anos, siguen a función $f(t)=\dfrac{2t-4}{t+2}$
   a) Determina o ano no que a empresa deixa de ter pérdidas.
   b) É creciente a ganancia?En que ano a ganancia supera os 100.000 €?
   c) Existe límite para a ganancia? En caso afirmativo, cal é ese límite?
7. O rendemento (medio de 0 a 10) de certo producto en función do tempo de uso (x , en anos) ven dado pola función $f(x)=8'5+\dfrac{3x}{1+x^2} \quad , \quad x\ge 0$
   a) Hai intervalos de tempo nos que o rendemento crece? E nos que decrece? Cales son?
   b) En que punte se alcanza o rendemento máximo? Canto vale?
   c) Por moito que pase o tempo, pode chegar a ser o rendemento inferior ó que tiña cando era novo?

8. Durantes varias semanas rexistrouse a velocidade do tráfico de certa salida dunha autoestrada. Os datos parecen confirmar que entre as 12.00 e as 18.00 horas nun día laborable, a velocidade do tráfico na salida é aproximadamente de $f(x) = 2x^3 - 21x^2 + 60x + 40$ km/h, donde x é o número de horas transcurridas desde o mediodía. En que momento , entre o mediodía e as 18.00 horas, o tráfico foi más lento? En cal foi máis rápido?
9. Calcula os coeficientes a, b, c e d , da función $f(x) = ax^3+bx^2+cx+d$, sabendo que a ecuación da tanxente á curva no punto de inflexión (1,0) é $y = -3x+3$, e que a función ten un extremo relativo en x=0.
10. Calcula a ecuación da recta tanxente á curva $y = 4x^3 - 12x^2 - 10$ no seu punto de inflexión.
11. Determina a parábola $y = ax^2 + bx + c$ que é tanxente á recta $y = 2x-3$ no punto A(2,1) e que pasa polo punto B(5,–2).
12. A curva $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ corta ó eixe de abscisas en $x = -1$ e ten un punto de inflexión en (2,1). Calcula a, b e c.
13. Da función $f(x) = x^2 + ax + b$ sábese que ten un mínimo en x=2 e que a súa gráfica pasa polo punto (2,2). Canto vale a función en x=1?
14. Calcula p e q de modo que a curva $y= x^2 + px + q$ conteña o punto (–2,1) e presente un mínimo en x= –3.
15. Defínese a función $f(x) = x - k/x$. Determina k para que teña un máximo en x= –1. Debuxa a gráfica da función f para o valor de k obtido.
16. Calcula os polinomios de segundo grao que pasan poa orixe de coordenadas e teñen un mínimo en x= – ½. Cal deles pasa polo punto (5,4)?
17. A representación gráfica da función derivada dunha función f, é unha recta que pasa polos puntos (2,0) e (0,2). Utilizando a gráfica da derivada:
    a) Estudia o crecemento e decrecemento da función.
    b) Estudia se a función f ten máximo ou mínimo.
18. De entre todos os números que suman 14, busca os que teñan producto máximo.
19. Se a base e a altura dun triángulo suman 20 cm. ¿qué dimensións debe ter para que a súa área sexa máxima?
20. Calcula o punto da recta $2x + y = 3$ tal que o producto das súas coordenadas sexa máximo.
21. Entre todos os rectángulos de perímetro 12 cm.¿cal ten diagonal menor? ¿canto mide esta?
22. Un pastor dispón de 1000 m. de tela metálica para construir unha cerca rectangular aproveitando unha parede xa existente. Calcula as dimensións da cerca para obter unha finca de área máxima.
23. As normas de seguridade para abrir unha dicoteca, esixen que teña unha ventá de ventilación de 2 m^2 de superficie. Os marcos de dita ventá deben ser dun material especial que custa 18€/m ¿Canto hai que gastar como mínimo na ventá para cumprir as normas?
24. Quérese construir unha caixa aberta, de base cadrada e 864 m^3 de capacidade. ¿Cales teñen que ser as súas dimensións para que a súa superficie sexa mínima?
25. Quérese cercar un terreo rectángular situado xunto a unha carretera. Se o valado que está xunto á carretera custa a 15€/m, calcula a área do terreo máis grande que pode cercarse con un presuposto de 2500 €.
26. Cada un dos lados iguais dun triángulo isósceles mide 12 cm., ¿cal é a lonxitude da base do que ten área máxima?
27. Cunha cartolina rectángular de 2mx3m quérese construir unha caixa sen tapa. Para iso recórtase un cadrado de cada un dos vértices. Calcula o lado do cadrado recortado para que o volume da caixa sexa máximo.
28. Entre todos os triángulos isósceles de perímetro 30 cm. ¿cal é o de área máxima?
29. Quérese construir unha pista de adestramento que consta dun rectángulo e de dous semicírculos pegados a dous dos lados opostos do rectángulo. Se se desexa que o perímetro de dita pista sexa 200m. , calcula as dimensións que fan máxima a área da rexión rectangular.