Exercicios Funcións Elementais e Continuidade

1.- Estudia a continuidade das seguintes funcións e represéntaas graficamente:

a)

$$f(x)=\begin{cases} -x^2-4x-2 & \text{se } x\le -1 \\ 1 & \text{se } -1<x\le 1 \\ x^2-4x+4 & \text{se } x>1 \end{cases}$$

b)

$$f(x)=\begin{cases} 2x-1 & \text{se } x\le 2 \\ \dfrac{x}{x-2} & \text{se } x>2 \end{cases}$$

c)

$$f(x)=\begin{cases} e^x & \text{se } x\le 0 \\ \dfrac{2x-1}{x-1} & \text{se } x>0 \end{cases}$$

d)

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-1}{x+1} & \text{se } x\ne -1 \\ 0 & \text{se } x=1 \end{cases}$$

e)

$$f(x)=\begin{cases} |x+1| & \text{se } x<0 \\ |x-1| & \text{se } x\ge 0 \end{cases}$$

f)

$$f(x)=|x|.(x-1)$$

g)

$$f(x)=\begin{cases} 5-\dfrac{|x|}{x} & \text{se } x\ne 0 \\ 5 & \text{se } x=0 \end{cases}$$

h)

$$f(x)=\begin{cases} x^2-1 & \text{se } x\le 2 \\ x+1 & \text{se } x>2 \end{cases}$$

i)

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-9}{x-3} & \text{se } x\ne 3 \\ 6 & \text{se } x=3 \end{cases}$$

j)

$$f(x)=|x|+\frac{|x|}{x}$$

2.- Calcula en cada caso o valor de “k” para que a función resulte continua en todo R.

a)

$$f(x)=\begin{cases} \operatorname{sen}(3x) & \text{se } x\le \dfrac{\pi}{2} \\ 2k+\cos(2x) & \text{se } x>\dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

b)

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x+2}{x-2} & \text{se } x\ne 2 \\ k & \text{se } x=2 \end{cases}$$

c)

$$f(x)=\begin{cases} 1+|x| & \text{se } x<0 \\ k & \text{se } x=0 \\ \dfrac{3}{2}x+1 & \text{se } x>0 \end{cases}$$

d)

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{2x+2}{x^2-1} & \text{se } x\ne -1 \\ k & \text{se } x=-1 \end{cases}$$

3.- Nas seguintes funcións calcula “a”e “b” para que resulten continuas en todo R.

a)

$$f(x)=\begin{cases} x^3-x & \text{se } x\le 0 \\ ax+b & \text{se } x>0 \end{cases}$$

b)

$$f(x)=\begin{cases} 4\,\text{sen}x & \text{se } x\le -\frac{3\pi}{2} \\ a\,\text{sen}x+b & \text{se } -\frac{3\pi}{2}<x<\frac{3\pi}{2} \\ 4\cos x & \text{se } x\ge \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

c)

$$f(x)=\begin{cases} x^2+1 & \text{se } x<0 \\ ax+b & \text{se } 0\le x\le 3 \\ x-5 & \text{se } x>3 \end{cases}$$

d)

$$f(x)=\begin{cases} \text{sen}x & \text{se } x\le 0 \\ -x^2+ax+b & \text{se } x>0 \end{cases}$$

4.- Calcula “a”e “b” para que se poda aplicar o teorema de Bolzano a función á función f no intervalo $[-\pi,\pi]$

$$f(x)=\begin{cases} \cos x & \text{se } -\pi\le x\le 0 \\ a+x^2 & \text{se } 0<x<1 \\ \frac{b}{x} & \text{se } 1\le x\le \pi \end{cases}$$

5.- Demostra que existe un número real para o cala a igualdade seguinte é certa:

$$3.\text{sen}x=e^x.\cos x$$

6.- ¿É a función $f(x)=\dfrac{4}{x}$ continua no intervalo pechado $[0,3]$?, ¿E no intervalo $[1,3]$?. ¿Esta acotada nestes intervalos?.

7.- Demostra que a ecuación $\pi^x=e$ ten solución no intervalo $(0,1)$.

8.- A función $f(x)=\begin{cases} 2x+3 & \text{se } x\le 0 \\ -x^2-1 & \text{se } x>0 \end{cases}$ toma valores de signo oposto nos extremos do intervalo $[-1,2]$ e, sen embargo, non ten ningunha raíz nese intervalo. ¿Contradí isto o teorema de Bolzano?.