

# CURIOSIDADES MATEMÁTICAS

---

*Leyenda de cómo un vasallo se convirtió el más rico del reino.*

## LA LEYENDA.

Cuenta la leyenda que un vasallo enseñó a jugar al ajedrez al príncipe persa Sisso, hijo de Dahir; al gustarle tanto el juego prometió regalarle lo que pidiera. El vasallo pidió un grano de maíz por la primera casilla del tablero, dos por la segunda, el doble por la tercera, así hasta llegar a la casilla 64. Al príncipe no le parecía un precio desorbitado y de buen agrado aceptó, pero cuando se dio cuenta, vio que la demanda era imposible de pagar, ya que no había en el reino tanto maíz. Contada ya la leyenda, procedamos a ver por qué era tan desorbitada la demanda de su vasallo, cuantos sacos de 40 kilogramos serían necesarios, el volumen que ocupa todo el maíz y cuantos pabellones de ciertas dimensiones llenará.

### ➤ CUANTOS GRANOS SERÁN?

Empleando cálculos fáciles de sucesiones y progresiones, obtendremos respuestas a las cuestiones formuladas anteriormente.

- a) Cantidad de granos de maíz que habría en todo el tablero de ajedrez:

Vemos que en la primera casilla hay uno, en la siguiente dos...Entonces al tratarse de una sucesión recurrente (progresión geométrica de razón 2), su fórmula es:  $a_n = 2^{n-1}$

Así, sabemos cuántos granos de maíz hay en cada casilla .Ej:

$a_n = 2^{64-1} = 2^{63} = 9.223.372.036.854.775.808$  → granos que hay en la última casilla.

Aplicando esto, sabemos el número de granos de cualquiera casilla.

Así tenemos la siguiente tabla:

1	2	4	8	16	32	64	128
256	512	1.024	2.048	4.096	8.192	16.384	32.768
65.536	131.072	262.144	524.288	1.048.576	2.097.152	4.194.304	8.388.608
16.777.216	33.554.432	67.108.864	134.217.728	268.435.456	536.870.912	1.073.741.824	2.147.483.648
4.294.967.296	8.589.934.592	17.179.869.184	34.359.738.368	68.719.476.736	137.438.953.472	274.877.906.944	549.755.813.888
1.099.511.627.776	2.199.023.255.552	4.398.046.511.104	8.796.093.022.208	17.592.186.044.416	35.184.372.088.832	70.368.744.177.664	140.737.488.355.328
281.474.976.710.656	562.949.953.421.312	1.125.899.906.842.624	2.251.799.813.685.248	4.503.599.627.370.496	9.007.199.254.740.992	18.014.398.509.481.984	36.028.797.018.963.968
72.057.594.037.927.936	144.115.188.075.855.872	288.230.376.151.711.744	576.460.752.303.423.488	1.152.921.504.606.846.976	2.305.843.009.213.693.952	4.611.686.018.427.387.904	9.223.372.036.854.775.808

Por la fórmula de suma de los “n” primeros términos de una progresión geométrica, podremos saber cuántos granos hay en total, y así daremos respuesta a la primera pregunta. La fórmula es:

$$S_n = \frac{r \times a_n - 1}{r - 1}$$

$S_n$  = suma de los n primeros términos

r = cantidad constante por la cual se

multiplica el termino anterior (razón)

$$a_n = \text{Término general.}$$

$$\begin{aligned} \text{Aplicando esto: } S_{64} &= \frac{2 \times 2^{63} - 1}{2 - 1} = 2^{64} - 1 = \\ &= 18.446.744.073.709.551.615 \end{aligned}$$

- b) Ahora toca saber cuánto pesa esa cantidad de maíz, el número de sacos necesarios y pabellones de deportes que se llenaran con las cantidades anteriormente obtenidas. Para eso, hay que saber la masa y el volumen de los granos de maíz más la capacidad del pabellón :

### 1) OBTENCIÓN DE LA MASA Y DEL VOLUMEN DEL MAÍZ.

Con la ayuda de una balanza, miramos el peso de un determinado número de granos.



Con nuestro tipo de maíz de variedad no genérica y de producción en Galicia, vemos que 149 granos pesan 50.2 gramos.

¿Porque esa cantidad? Debido a que quisimos pesar 50 gramos pero al añadir un grano o al sacar un grano variaba por eso decidimos poner exactos los gramos y nos hicieron falta 149 granos

Ahora, empleamos factores de conversión, sabemos cuanto pesan todo los granos de maiz:

$$1,84 \times 10^{19} \text{grans} \times \frac{50,2 \text{gramos}}{149 \text{grans}} =$$
$$= 6.214.943.305.370.600.611,2281879194631 \text{gramos}$$

Es decir, más de seis billones de toneladas ¡¡¡ Serían necesarios:

$$\frac{6.214.943.305.370.611 \text{ kg de millo}}{40 \text{ kg un saco}} = 155.373.582.634.265 \text{ Sacos de maiz}$$

(millo)

A continuación, preparamos una probeta con 100 ml de agua y introducimos os mismos granos de antes y observamos que marca 142 ml, es decir, que aumentó 42 ml.

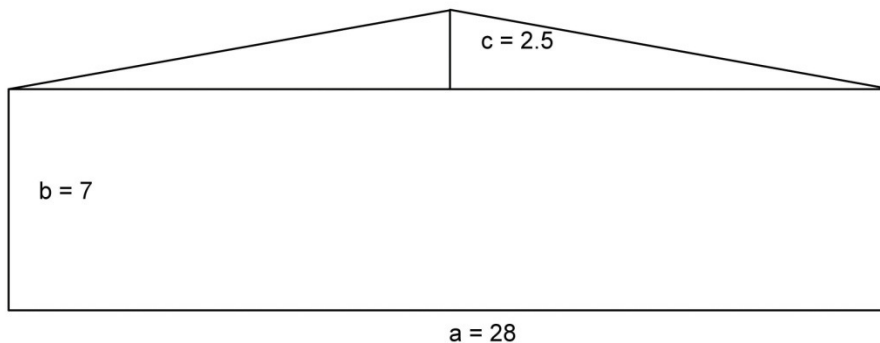


Con factores de conversión, pasamos los 42 ml a unidades más prácticas de volumen:

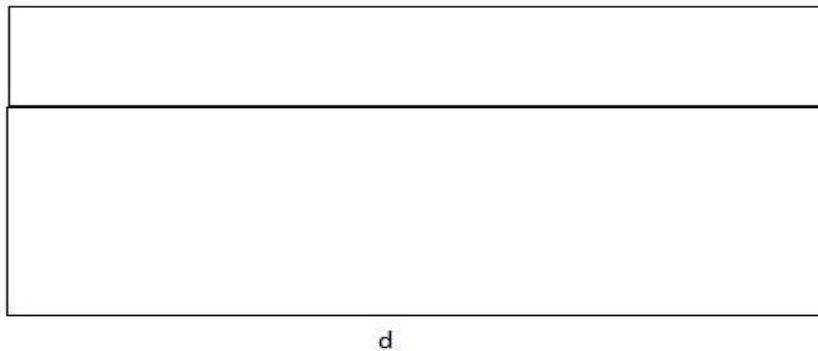
$$42 \text{ ml} \times \frac{1 \text{ litro}}{10^3 \text{ ml}} = 0.042 \text{ litros}$$

$$0.042 \text{ litros} \times \frac{10^3 \text{ cm}^3}{1 \text{ litro}} = 42 \text{ cm}^3$$

## 2) OBTENCIÓN DEL VOLUMEN DEL PABELLÓN CON SUS DIMENSIONES:



$a = 28\text{m}$  de ancho  $b = 7\text{m}$  de altura  $c = 2.5\text{m}$  (altura del techo)



$d = 51.5\text{m}$  de longitud

Dadas ya las medidas, procedemos entonces a obtener la capacidad del pabellón:

$$V_{\text{prisma}} = A_{\text{base}} \times h$$

$V_{\text{prisma}}$  = Volumen del prisma de base rectangular.

$A_{base}$  = Área de la base del prisma.

h= altura.

$$V_{prisma} = (51,5 \times 28) \times 7 = 10.094 m^3$$

Pero también debemos contar con el volumen del techo, cuya base es un triángulo:

$$V_{teito} = \left( \frac{28 \times 2,5}{2} \right) \times 51,5 = 1.802,5 m^3$$

$$V_{total} = 10.094 + 1.802,5 = 11.896,5 m^3$$

### 3)OBTENCIÓN DEL VOLUMEN QUE OCUPA EL MAÍZ

De la misma forma, recorreremos a los factores de conversión para saber cuánto ocupa la cantidad de maíz antes calculada:

$$\begin{aligned} 1,84 \times 10^{19} \text{grans} \times \frac{42 \text{cm}^3}{149 \text{grans}} &= \\ &= 5.199.753.363.059.068.240,4697986577181 \text{cm}^3 \end{aligned}$$

Ahora vemos perfectamente porque es tan desorbitada la demanda del vasallo; todos los granos ocupan aproximadamente 5.199 km<sup>3</sup>,y para guardarlos:

$$\frac{5.199.753.363.059 m^3 \text{ de granos}}{11.896,5 m^3 \text{ do pavillón}} = 437.082.617,834$$

Serían precisos casi, cuatrocientos treinta e sete millones ochenta e dos mil seiscientos dieciocho pabellones completos para guardar todo el maízi

De esta forma, hemos aplicado conceptos matemáticos (sucesiones, progresiones...) a diversas situaciones que se dieron a lo largo de la historia.

*Jonatán Reboledo Durán*

*Damián Padín Santos*