

El numero áureo

El número áureo o de oro (también llamado número dorado, sección áurea, razón áurea, razón dorada, media áurea, proporción áurea y divina proporción) representado por la letra griega φ (fi) (en honor al escultor griego Fidias), es el número irracional:

$$\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \approx 1,618033988749894848204586834365638 \dots$$

Se trata de un número algebraico que posee muchas propiedades interesantes y que fue descubierto en la antigüedad, no como "unidad" sino como relación o proporción. Esta proporción se encuentra tanto en algunas figuras geométricas como en la naturaleza en elementos tales como caracolas, nervaduras de las hojas de algunos árboles, el grosor de las ramas etc.

La sección áurea es una línea partida en dos de acuerdo al número áureo. La longitud total $a+b$ es a la parte más larga a , como a es a la parte más corta b .



De modo que tenemos: $(A + B) / A = A / B$ podemos asumir que $B = 1$ sin pérdida de generalidad:

$$(A + 1) / A = A;$$

$$A + 1 = A^2;$$

$$A^2 - A - 1 = 0;$$

Con las dos soluciones: $A_1 = 1.618033989$ y $A_2 = 0.618033989$.

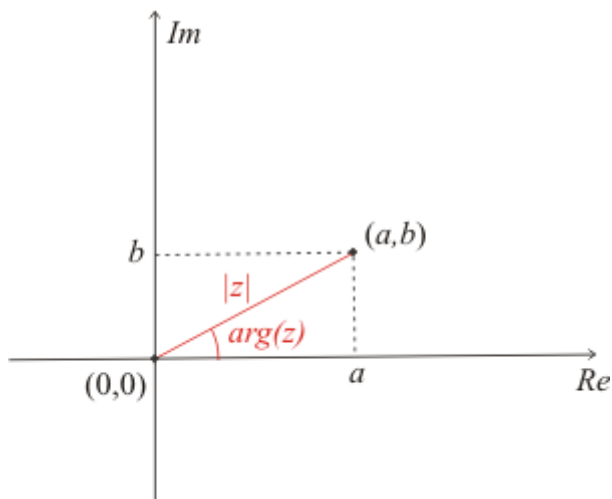
Esta forma de dividir un segmento era conocida como 'división de un segmento en media y extrema razón' o de forma más reducida como 'la sección'. Más tarde, en el siglo XV, pasó a llamarse la divina proporción y desde Leonardo de Vinci, la sección áurea.

Otra forma de calcular el número áureo es realizar sucesivas veces la función $f(x) = 1 + 1/z$ siendo z cualquier número complejo.

Supongamos que $Z=7i$

Para realizar las divisiones utilice la forma polar de los números complejos.

Forma binómica= $\Rightarrow Z=\mathbf{a}+bi$ Forma polar= $\Rightarrow /Z/_{\beta}$



Para pasar de forma binómica a polar primero calculamos $/Z/$.

$$/Z/ = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\beta = \arctg b/a$$

A la hora de realizar la división tenemos que dividir los módulos ($|Z|$) y restar los ángulos de los dos complejos es decir:

$$\frac{|Z_1|^{\beta_1}}{|Z_2|^{\beta_2}} = \frac{|Z_1|}{|Z_2|} \beta_1 - \beta_2$$

Una vez obtenido este número lo volvemos a pasar a forma binómica, para esto realizamos la siguiente cuenta:

$$Z = a + bi \Rightarrow a = \cos\beta \cdot |Z| \text{ y } b = \text{sen}\beta \cdot |Z|$$

$$f(x) = 1 + \frac{1}{7i}$$

$$f(f(x)) = \frac{1+14i}{1+7i} = 1,98000009 + 0,1399999999i$$

$$f(f(f(x))) = \frac{2+21i}{1+14i} = 1,502538071 - 0,035532993i$$

$$f(f(f(f(x)))) = \frac{3+35i}{2+21i} = 1,665168539 + 0,015730337i$$

$$f(f(f(f(f(x))))) = \frac{5+56i}{3+35i} = 1,600486224 - 0,005672672609i$$

$$f(f(f(f(f(f(x))))) = \frac{8+91i}{5+56i} = 1,624802278 + 0,00221446i$$

$$f(f(f(f(f(f(f(x))))) = \frac{13+147i}{8+91i} = 1,615458358 - 0,000838825i$$

$$f(f(f(f(f(f(f(f(x))))) = \frac{21+238i}{13+147i} = 1,6190019194 + 0,000321425i$$

$$f(f(f(f(f(f(f(f(f(x))))) = \frac{34+385i}{21+238i} = 1,1617657879 - 0,000122623i$$

$$f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(x))))) = \frac{55+623i}{34+385i} = 1,61817768 - 0,000148184i$$

$$f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(x))))) = \frac{89+1008i}{55+623i} = 1,617979108 - 0,000017895i$$

$$f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(x))))) = \frac{144+1631i}{89+1008i} = 1,618054952 + 0,000021451i$$

$$f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(f(x))))) = \frac{233+2639i}{144+1631i} = 1,618025982 - 0,000002612i$$

Y así sucesivamente iríamos aproximando decimales del número áureo.

Si volvemos al principio al fijarnos en la definición de la proporción áurea podremos comprobar como dicha proporción se mantiene en el anterior ejercicio de tal forma que una vez obtenida la primera función, el resultado de volver aplicar esa función al número obtenido será como denominador el numerador de la anterior y como numerador tendrá de parte real la suma de las dos partes reales y como parte imaginaria la suma de las dos partes imaginarias, es decir:

$$f(a/b) = \frac{a+b}{a}$$

$$f(f(a/b)) = \frac{a+a+b}{a+b} \dots$$

El hecho de que el número que se obtenga sea el número áureo podría ser que ya que la proporción se mantendría constante infinitas veces siempre podremos mantener la relación entre los lados del segmento que cojamos con esas magnitudes y esa relación solo se mantiene con ese número, así ocurre con el rectángulo áureo, ya que sus lados presentan las proporciones puedes realizar rectángulos unos dentro de otros sucesivamente.

