



X CONCURSO CANGURO MATEMÁTICO 2003

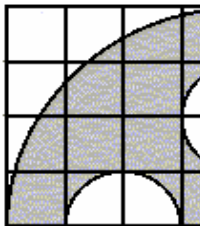


Nivel 4 (4º de E.S.O.)

Día 20 de marzo de 2003. Tiempo : 1 hora y 15 minutos

No se permite el uso de calculadoras. Hay una única respuesta correcta para cada pregunta. Cada pregunta mal contestada se penaliza con 1/4 de los puntos que le corresponderían si fuera correcta. Las preguntas no contestadas no se puntúan ni se penalizan. Inicialmente tienes 30 puntos.

Las preguntas 1 a 10 valen TRES puntos cada una.

- 1** 2003 minutos después de las 10:00 horas del día 20-03-2003 serán las:
 A) 19:00 horas del 21-03-2003 B) 19:23 horas del 21-03-2003
 C) 19:24 horas del 21-03-2003 D) 9:33 horas del 21-03-2003
 E) 9:34 horas del 21-03-2003
- 2** 2003 es un número primo. ¿Cuál de los siguientes números, que también acaban en 3, es primo?
 A) 2013 B) 2023 C) 2043 D) 2053 E) 2073
- 3** Los científicos dicen que la esperanza de vida aumenta 2 años y medio cada década, y que dentro de 60 años la esperanza será 100 años. Si esto es verdad, ¿cuál es la esperanza de vida hoy?
 A) 60 años B) 70 años C) 75 años D) 85 años E) 100
- 4** Tomás gasta 1/3 de su dinero el lunes, y 1/4 de lo que le queda el martes. ¿Qué fracción del dinero inicial le queda?
 A) 1/12 B) 2/7 C) 1/2 D) 5/7 E) 11/12
- 5** ¿Cuántos cubos perfectos hay entre los números enteros -100 y 100?
 A) 8 B) 9 C) 10 D) 66 E) 67
- 6** El cuadrado de la figura tiene 4 cm de lado. El área de la parte oscura es:
 A) $3\pi \text{ cm}^2$ B) $4\pi \text{ cm}^2$ C) $\frac{25\pi}{7} \text{ cm}^2$ D) $(9\pi - 1) \text{ cm}^2$ E) $5\pi^2 \text{ cm}^2$
- 
- 7** El número $|5^{1/2} + 3| + |5^{1/2} - 3|$ es igual a
 A) 0 B) $2 \cdot 5^{1/2}$ C) 6 D) $3 - 5^{1/2}$ E) $5 + 3^{1/2}$
- 8** Si el área del triángulo acutángulo ABC es $\frac{1}{4} AC \cdot BC$, entonces el ángulo C es :
 A) 60° B) 50° C) 40° D) 30° E) 20°
- 9** El número de puntos de intersección de cuatro rectas distintas en el plano nunca puede ser exactamente
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

10 a, b, c, d son números enteros mayores que 2003. Si se verifica $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{3}{5}$

¿cuánto vale $\frac{a+c}{b+d}$?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{3}{10}$ C) $\frac{2003}{2004}$ D) $\frac{6}{5}$ E) 1

Las preguntas 11 a 20 valen CUATRO puntos cada una.

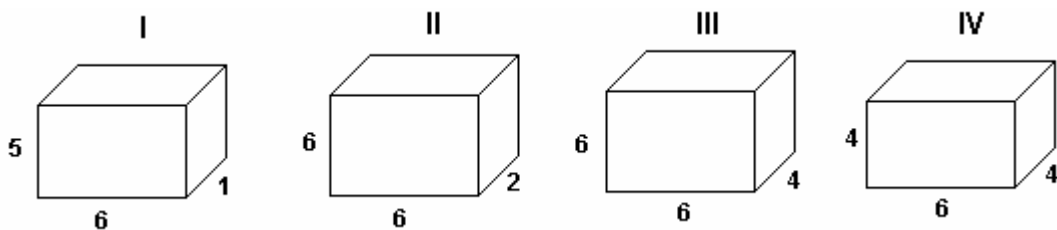
11 ¿Cuál es la última cifra del número $5^{12} + 10^{15} + 9^{11}$?

- A) 5 B) 6 C) 2 D) 4 E) 3

12 Veo algunos jerseys que me gustan, al precio de 6,99 euros cada uno. Quiero comprar tres. Varias tiendas los tienen en oferta. ¿Cuál de ellas me hace la oferta más ventajosa para mí?

- A) Compró 3 y pago 2 B) Pago el 30% menos en cada uno C) Pago 1/3 menos en cada uno
D) Pago 1/3 menos por el segundo jersey y 2/3 menos por el tercero
E) Me rebajan el precio hasta 2,35 euros cada uno

13 ¿Cuáles de los siguientes paralelepípedos se puede construir con piezas $1 \times 2 \times 4$?



- A) los cuatro B) ninguno C) II, III y IV D) sólo el II E) III y IV

14 Un cronómetro cuenta tres minutos. El segundero de mi reloj marca entonces 170 (empezó a contar al mismo tiempo que el cronómetro). Entonces, mi reloj, cada hora

- A) atrasa 3 min 20 segundos B) atrasa 3 minutos 10 segundos C) atrasa 10 segundos
D) adelanta 1 min 20 segundos E) adelanta 3 minutos

15 La suma de las cifras de 2003 es 5. ¿Cuántos enteros mayores que 2003 tienen cuatro cifras cuya suma es 5?

- A) 9 B) 14 C) 18 D) 19 E) 25

16 En una tienda se marcan los precios de los artículos sin añadir el IVA. Uno de los artículos tiene un anuncio que dice que tiene un descuento del 20% sobre el precio marcado. ¿Qué es más conveniente para el comprador, sumar el IVA al precio original y luego restarle el descuento, o restar el descuento antes de añadir el IVA?

- A) Sumar el IVA y luego restarle el descuento B) Restar el descuento antes de sumar el IVA
C) Los dos métodos dan el mismo resultado final D) Depende de la tasa de IVA que se aplique
E) Depende del precio del artículo

17 Una autopista de 200 km une las ciudades A y C, y pasa por la ciudad B entre ellas. Un coche circula desde A hasta B, a velocidad constante de 110 km/h; luego, sin pararse en B, va de B a C a 90 km/h. ¿Cuál es la velocidad media en el viaje completo?

- A) 100 km/h B) Menos de 100 km/h C) entre 100 y 200 km/h
 D) 200 km/h E) Es imposible saberlo sin conocer la distancia entre las ciudades

18 Escribimos unos a continuación de otros los números impares consecutivos desde 2003 hasta 3003, formando así el número 2003200520072009....30013003
 ¿Qué cifra ocupa el lugar 2004, contando desde la izquierda?

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 9 E) 0

19 En una carrera, Juan y Pedro han llegado al mismo tiempo tras recorrer 1 km. La velocidad de Juan se ha mantenido constante. Pedro empezó dos veces más deprisa que Juan, pero después de *a* segundos, se cansa y durante los restantes *b* segundos la velocidad de Pedro ha sido la mitad de la de Juan. Entonces,

- A) $b = a$ B) $b = 2a$ C) $a = 2b$ D) $a + b = 1$ E) $\frac{2}{a} + \frac{1}{2b} = 1$

20 ¿Cuánto vale la suma de las áreas de todos los triángulos cuyos vértices son los de un hexágono regular de área 6?

- A) 18 B) 24 C) 36 D) 48 E) 60

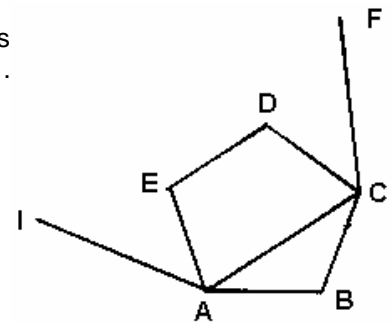
Las preguntas 21 a 30 valen CINCO puntos cada una.

21 Un rectángulo de dimensiones 40x70 está dibujado en papel cuadriculado (cuadrícula 1x1). ¿Cuántas casillas son divididas en dos partes por la diagonal del rectángulo?

- A) 100 B) 90 C) 110 D) 47 E) 28

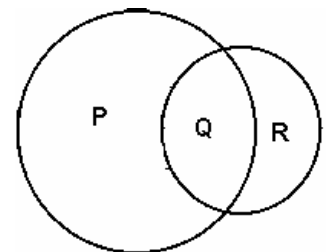
22 La figura muestra un pentágono regular ABCDE junto con los tres lados IA, AC, CF de un hexágono regular de vértices ACFGHI. ¿Cuál es la medida del ángulo FCD?

- A) 36° B) 48° C) 54° D) 60° E) 72°

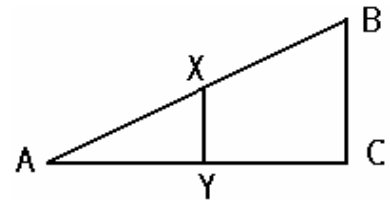


23 Los círculos de la figura tienen radios de 3 cm y de 2 cm. El área de la región P es tres veces el área de la región R. Si el área de la región P es $k\pi$ cm², ¿cuál es el valor de *k*?

- A) 5/2 B) 7 C) 15/2 D) 8 E) 9

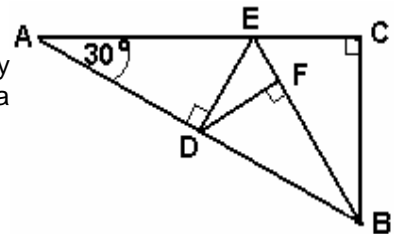


- 24 ABC es un triángulo rectángulo en C. Los puntos X e Y están en los lados AB y AC, respectivamente, de modo que XY es paralela a BC. Si el área del triángulo AXY es igual al área del trapecio BCYX, ¿cuánto vale el cociente AY/AC?



- A) $1/2$ D) $(2^{1/2} - 1)/2^{1/2}$ B) $2^{1/2}/(2^{1/2} + 1)$ C) $1/2^{1/2}$
E) $2^{1/2}/3^{1/2}$

- 25 En la figura, DE es la mediatriz de AB, el ángulo ACB es recto y BFD también es recto. ¿Cuánto vale el cociente entre el área del triángulo DEF y la del ABC?



- A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{8\sqrt{3}}$ C) $\frac{1}{12}$ D) $\frac{1}{6 \cdot 3^{1/2}}$ E) $\frac{1}{9}$

- 26 Se sabe que un triángulo equilátero T tiene la misma área que un cuadrado S. ¿Cuánto vale el cociente entre las longitudes del lado de T y el lado de S?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ D) $\frac{2}{(3^{1/2})^{1/2}}$ E) $2/1$

- 27 Una de las raíces de la ecuación $ax^2 + 2x + 3 = 0$ es -1 . Entonces la otra raíz es

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) -1

- 28 Decimos que un número de dos cifras es *elegante* si satisface la siguiente propiedad: *la suma del propio número con el obtenido intercambiando sus cifras es igual al cuadrado de la suma de sus cifras*. ¿Cuántos números elegantes hay?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 5 E) 8

- 29 Se tamiza arena en un tamiz cuyas mallas tienen un diámetro de 1,5 mm. La arena está compuesta, a partes iguales, por granos de 2mm de diámetro y granos de 1mm de diámetro. Cuando toda la arena ha sido tamizada, ¿qué porcentaje de la masa de arena ha atravesado el tamiz?

- A) aproximadamente el 11% B) aproximadamente el 20%
C) 25% D) 50% E) no se puede saber

- 30 Si $\frac{x}{x^2 + x + 1} = b$ entonces $\frac{x^2}{x^4 + x^2 + 1}$ es igual a :

- A) b^2 B) $b^2 + 2b$ C) $\frac{b^2}{1 - 2b}$ D) $\frac{b^2}{1 + 2b}$ E) Es imposible saberlo